

Тема урока: "Арифметическая и геометрическая прогрессии"



Церетели Н.К.



Изучена данная тема,
Пройдена теории схема,
Вы много новых формул узнали,
Задачи с прогрессией решали.
И вот в этот урок
Нас красивый лозунг
поведет:
“ПРОГРЕССИО - ВПЕРЕД”



Основная цель:

Повторить и закрепить умения и вычислительные навыки использования основных формул прогрессий при решении задач. Осмыслить и сравнить формулы арифметической и геометрической прогрессий.



Содержание

- Прогрессии
- Математический диктант
- Карточки для индивидуального пользования
- Самостоятельная работа
- Задания ГИА



Прогрессии

**АРИФМЕТИЧЕСКАЯ
ПРОГРЕССИЯ**

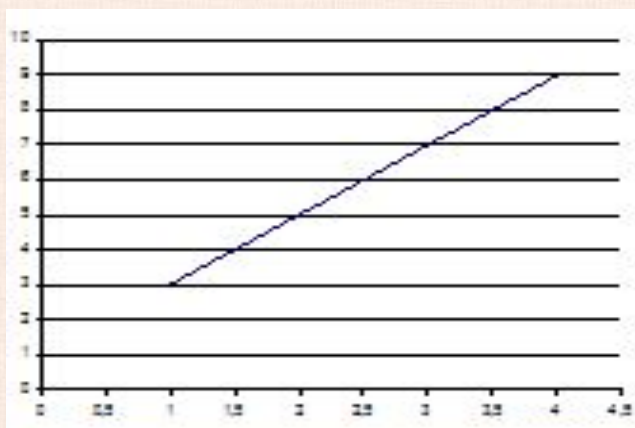
**ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ
ПРОГРЕССИЯ**

Определения

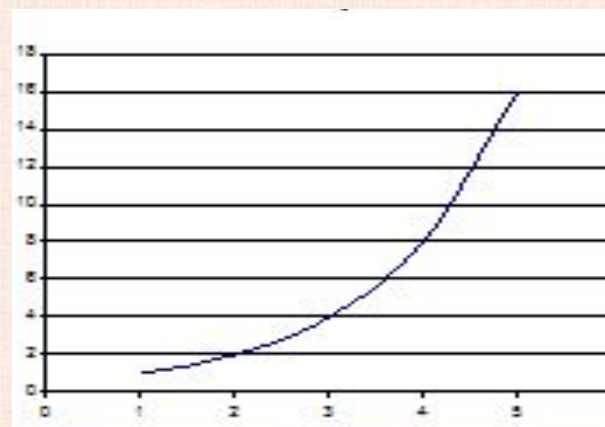
Числовая последовательность $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ называется арифметической прогрессией, если для всех натуральных n выполняется равенство $a_{n+1} = a_n + d$, где d – некоторое число.

Числовая последовательность $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, \dots$ называется геометрической прогрессией, если для всех натуральных n выполняется равенство $b_{n+1} = b_n q$, где $b_n \neq 0$, q – некоторое число, не равное нулю.

Сравните графики



Разность двух рядом стоящих членов остается одна и та же, вследствие чего члены прогрессии возрастают (убывают) равномерно.



Разность двух соседних членов увеличивается по мере удаления их от начала ряда: вследствие этого, члены такой прогрессии, по мере их удаления от начала ряда, возрастают всё быстрее и быстрее, что наглядно изображено на рисунке.



Свойство членов прогрессий

Каждый член арифметической прогрессии, начиная со второго, равен среднему арифметическому двух соседних с ним членов, при $n > 1$.

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

Если все члены прогрессии положительны, то каждый член геометрической прогрессии, начиная со второго, равен среднему геометрическому двух соседних с ним членов, при $n > 1$.

$$b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$$

Формулы n-ого члена прогрессий

АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

Сумма n первых членов прогрессий

АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

$$S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}, q \neq 1$$



Математический диктант



- 1) 2; 5; 8; 11; 14; 17; ... арифметическая прогрессия $d = 3$
- 2) 3; 9; 27; 81; 243; ... геометрическая прогрессия $q = 3$
- 3) 1; 6; 11; 20; 25; ... последовательность чисел
- 4) -4; -8; -16; -32; ... геометрическая прогрессия $q = 2$
- 5) 5; 25; 35; 45; 55; ... последовательность чисел
- 6) -2; -4; -6; -8; ... арифметическая прогрессия $d = -2$



ИСТИННО или ЛОЖНО каждое высказывание



1. В арифметической прогрессии
2,4; 2,6;... разность равна 2.

2. В геометрической прогрессии
0,3; 0,9;... третий член равен 2,7

3. 11-ый член арифметической прогрессии, у
которой $a_1 = -4,2; d = 0,4$ равен 0,2



4. Сумма 5 первых членов геометрической прогрессии, у которой $b_1 = 1, q = -2$, равна 11.

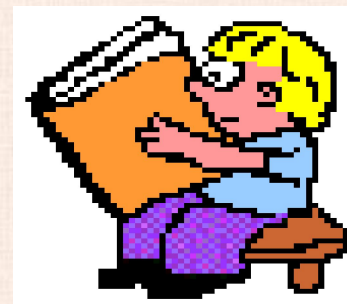


5. Последовательность чисел, кратных 5, является геометрической прогрессией.

6. Последовательность степеней числа 3 является арифметической прогрессией.



Проверь себя!



1. В арифметической прогрессии
2,4; 2,6;... разность равна 2.

$$d = 2,6 - 2,4 = 0,2 \quad \text{высказывание ложно}$$

2. В геометрической прогрессии
0,3; 0,9;... третий член равен 2,7

$$b_3 = 0,3 \cdot 3^2 = 2,7 \quad \text{высказывание истинно}$$

3. 11-ый член арифметической прогрессии, у которой

$$a_1 = -4,2; d = 0,4$$

равен 0,2

$$a_{11} = -4,2 + 0,4 \cdot 10 = -4,2 + 4 = -0,2$$

высказывание ложно



4. Сумма 5 первых членов геометрической прогрессии, у которой $b_1 = 1, q = -2$, равна 11.

$$S_5 = \frac{1 \cdot ((-2)^5 - 1)}{-2 - 1} = \frac{-33}{-3} = 11 \text{ *высказывание истинно*}$$

5. Последовательность чисел, кратных 5, является геометрической прогрессией.

высказывание ложно, т.к.

$$x_n = 5n \quad 5; 10; 15; \dots - \text{арифм. прогрессия}$$

6. Последовательность степеней числа 3 является арифметической прогрессией

высказывание ложно, т.к. $x_n = 3^n$

3; 9; 27; \dots - геометрическая прогрессия



Карточки для индивидуального пользования



1) Дано: (a_n) арифметическая прогрессия

$$a_1 = 5 \quad d = 3$$

Найти: a_6 ; a_{10}

Решение: используя формулу

$$a_n = a_1 + (n - 1) d$$

$$a_6 = a_1 + 5 d = 5 + 5 \cdot 3 = 20$$

$$a_{10} = a_1 + 9 d = 5 + 9 \cdot 3 = 32$$

Ответ: 20; 32





2) Дано: (b_n) геометрическая прогрессия

$$b_1 = 5 \quad q = 3$$

Найти: b_3 ; b_5

Решение: используя формулу b

$$b_n = b_1 q^{n-1}$$

$$b_3 = b_1 q^2 = 5 \cdot 3^2 = 5 \cdot 9 = 45$$

$$b_5 = b_1 q^4 = 5 \cdot 3^4 = 5 \cdot 81 = 405$$

Ответ: 45; 405.



3) Дано: (a_n) арифметическая прогрессия

$$a_4 = 11 \quad d = 2$$

Найти: a_1 .

Решение: используя формулу

$$a_n = a_1 + (n - 1) d$$

$$a_4 = a_1 + 3 d ; a_1 = a_4 - 3 d = 11 - 3 \cdot 2 = 5$$



Ответ: 5.

4) Дано: (b_n) геометрическая
прогрессия

$$b_4 = 40 \quad q = 2$$

Найти: b_1 .

Решение: используя формулу $b_n = b_1 q^{n-1}$

$$b_4 = b_1 q^3 ; b_1 = b_4 : q^3 = 40 : 2^3 = 40 : 8 = 5$$

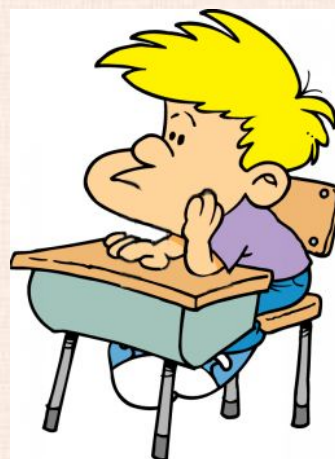
Ответ: 5.



5) Дано: (a_n) арифметическая
прогрессия

$$a_4 = 12,5; a_6 = 17,5$$

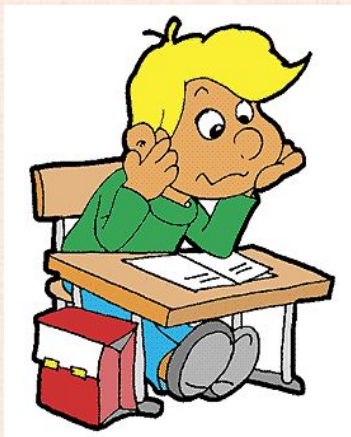
Найти: a_5



6) Дано: (b_n) геометрическая
прогрессия

$$b_4 = 12,5; b_6 = 17,5$$

Найти: b_5



$$b_5 \cdot b_6 = \sqrt{6 \cdot 24} = \sqrt{144} = 12$$



Самостоятельная работа



- 1) Дано: (a_n) , $a_1 = -3$, $a_2 = 4$. Найти: $a_{16} - ?$
- 2) Дано: (b_n) , $b_{12} = -32$, $b_{13} = -16$. Найти: $q - ?$
- 3) Дано: (a_n) , $a_{21} = -44$, $a_{22} = -42$. Найти: $d - ?$
- 4) Дано: (b_n) , $b_n > 0$, $b_2 = 4$, $b_4 = 9$. Найти: $b_3 - ?$
- 5) Дано: (a_n) , $a_1 = 28$, $a_{21} = 4$. Найти: $d - ?$
- 6) Дано: (b_n) , $b_5 = 8$, $q = 2$. Найти: $b_1 - ?$
- 7) Дано: (a_n) , $a_7 = 16$, $a_9 = 30$. Найти: $a_8 - ?$



Ответы:

1) 102

2) 0,5

3) 2

4) 6

5) – 1,2

6) 0,5

7) 23





Задания ГИА

- 1) Пятый член арифметической прогрессии равен 8,4, а ее десятый член равен 14,4. Найдите пятнадцатый член этой прогрессии.
- 2) Число $-3,8$ является восьмым членом арифметической прогрессии (a_n) , а число -11 является ее двенадцатым членом. Является ли членом этой прогрессии число $a_n = -30,8$?
- 3) Между числами 6 и 17 вставьте четыре числа так, чтобы вместе с данными числами они образовали арифметическую прогрессию.
- 4) В геометрической прогрессии $b_{12} = 3^{15}$ и $b_{14} = 3^{17}$. Найдите b_1 .



Решите задачи

- Курс воздушных ванн начинают с 15 минут в первый день и увеличивают время этой процедуры в каждый следующий день на 10 минут. Сколько дней следует принимать воздушные ванны в указанном режиме, чтобы достичь их максимальной продолжительности 1 час 45 минут.



- Ребенок заболевает ветрянкой, если в его организме окажется не менее 27000 вирусов ветряной оспы. Если заранее не сделана прививка от ветрянки, то каждый день число попавших в организм вирусов утраивается. Если в течении 6 дней после попадания инфекции болезнь не наступает, организм начинает вырабатывать антитела, прекращающие размножение вирусов. Какое минимальное количество вирусов должно попасть в организм, чтобы ребенок, которому не сделали прививку, заболел



Ответы:

1. 20,4

2. является

3. 6;8,2;10,4;12,6;14,8;17

4. $b_1 = 3^4$ или $b_1 = -3^4$

5. 10

6. 74



Домашнее задание

- Сборник «Закрытый сегмент»
№1247,1253,1313,1324
- Учить формулы



**Урок сегодня
завершён,
Но каждый должен
знать:
Познание упорство,
труд
К процветанию в жизни
приведут.**





Спасибо за внимание!

