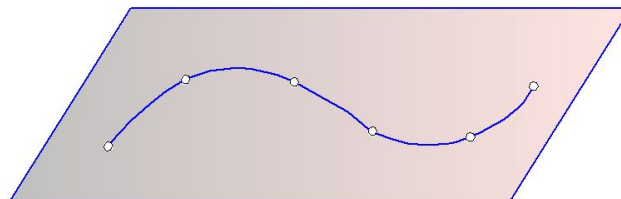
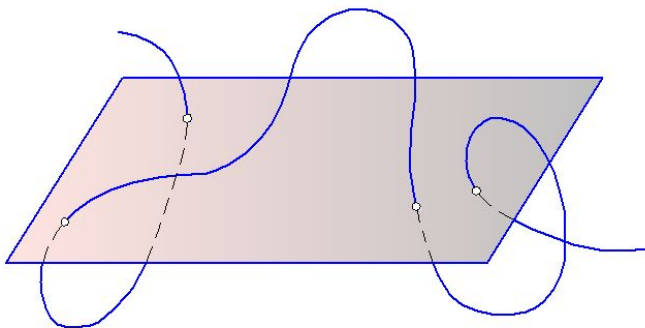


# Кривые линии

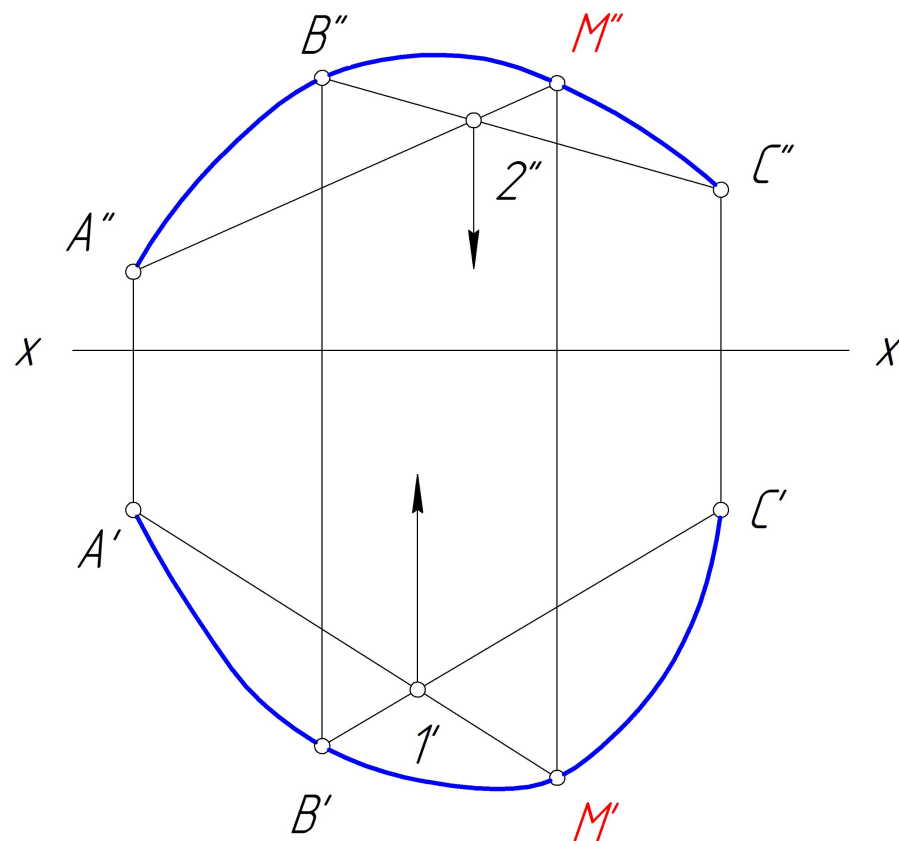
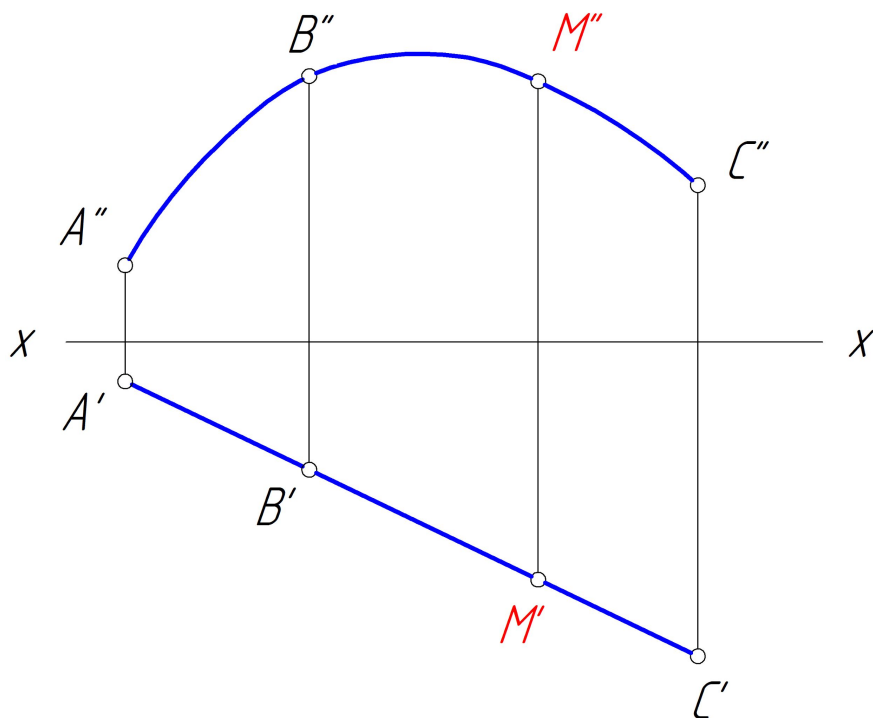
- Линии занимают особое положение в начертательной геометрии — с их помощью можно создать наглядные модели многих процессов и решать научные и инженерные задачи.
- Линии могут быть **пространственными** и **плоскими**.
- **Пространственные** линии — линии, все точки которых не принадлежат одной плоскости.
- **Плоские** линии — линии, все точки которой принадлежат одной плоскости.
- **Порядок** линии определяется наибольшим числом точек ее пересечения с плоскостью.
- Простейшей линией является **прямая**.



# Ортогональные проекции кривой линии

- Для построения ортогональных проекций пространственной или плоской кривой необходимо:
- построить проекции ряда точек, принадлежащих этой кривой;
- соединить между собой одноименные проекции точек в той же последовательности, как и на оригинале.
- По двум ортогональным проекциям кривой нельзя сразу ответить на вопрос — плоской или пространственной кривой соответствуют данные проекции.
- Для этого необходимо выяснить, принадлежат ли все точки кривой одной плоскости.

- Если принадлежат – кривая плоская.
- Если не принадлежат – кривая пространственная.



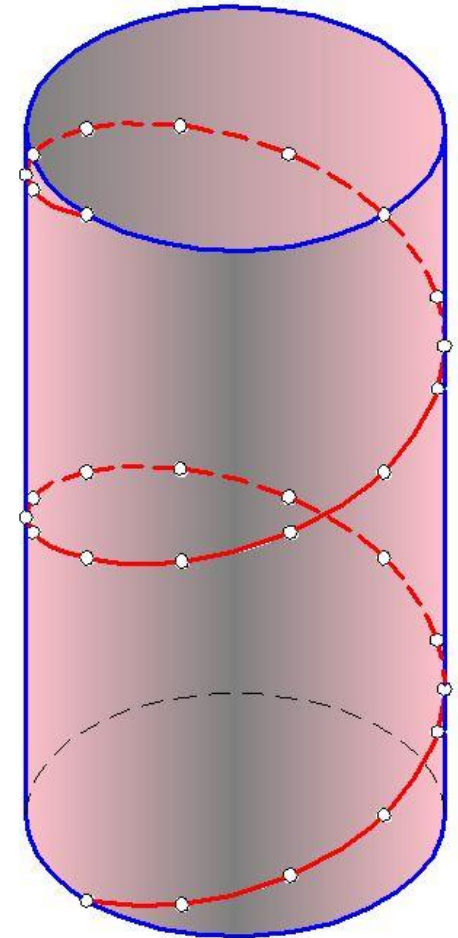
# **Свойства кривых инвариантные относительно ортогонального проецирования**

- При построении ортогональных проекций кривых необходимо знать свойства этих кривых, которые сохраняются (относятся к инвариантным) при проецировании:
- 1. Касательные к кривой проецируются в касательные к ее проекциям.
- При проецировании плоских кривых справедливы будут еще следующие свойства:
- 2. Порядок проекции кривой равен порядку самой кривой.
- 3. Число точек самопересечения проекций равно числу точек самопересечения самой кривой.
- Случаи, когда касательная проецируется в точку (свойство 1), а плоская кривая в прямую (свойства 2 и 3), не учитываются.

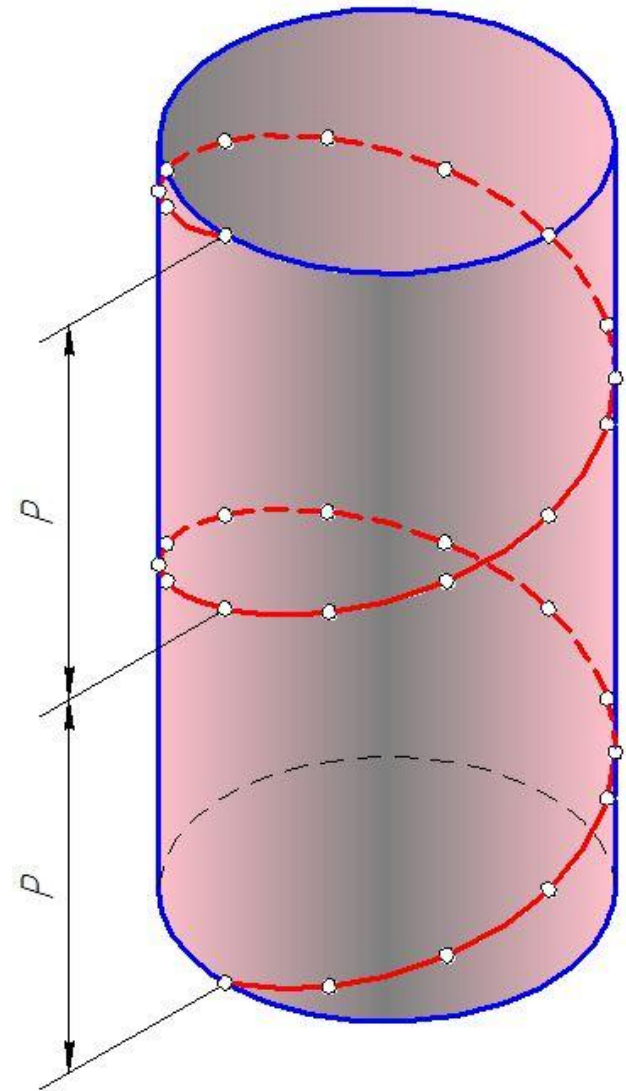


# Ортогональные проекции винтовой линии

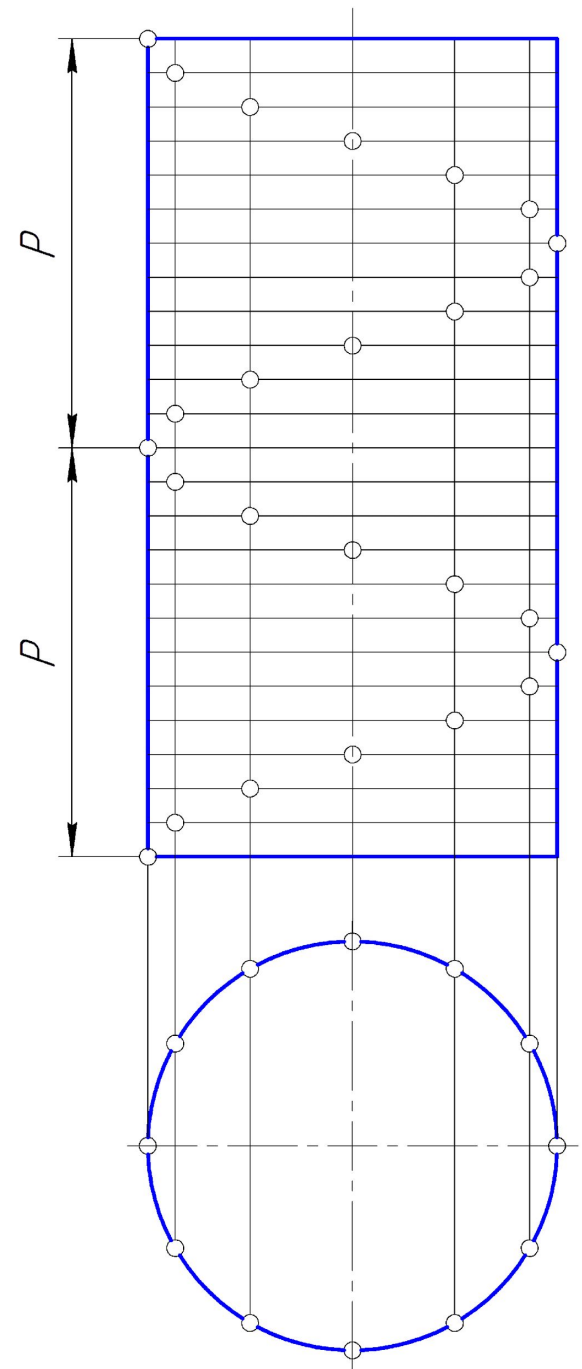
- Из пространственных кривых в технике широкое применение находят **винтовые линии**.
- Если зафиксировать положение точки на поверхности прямого кругового цилиндра, а затем начать вращать цилиндр вокруг его оси и перемещать точку вдоль оси цилиндра, то точка опишет на цилиндрической поверхности пространственную кривую, называемую **цилиндрической винтовой линией**.



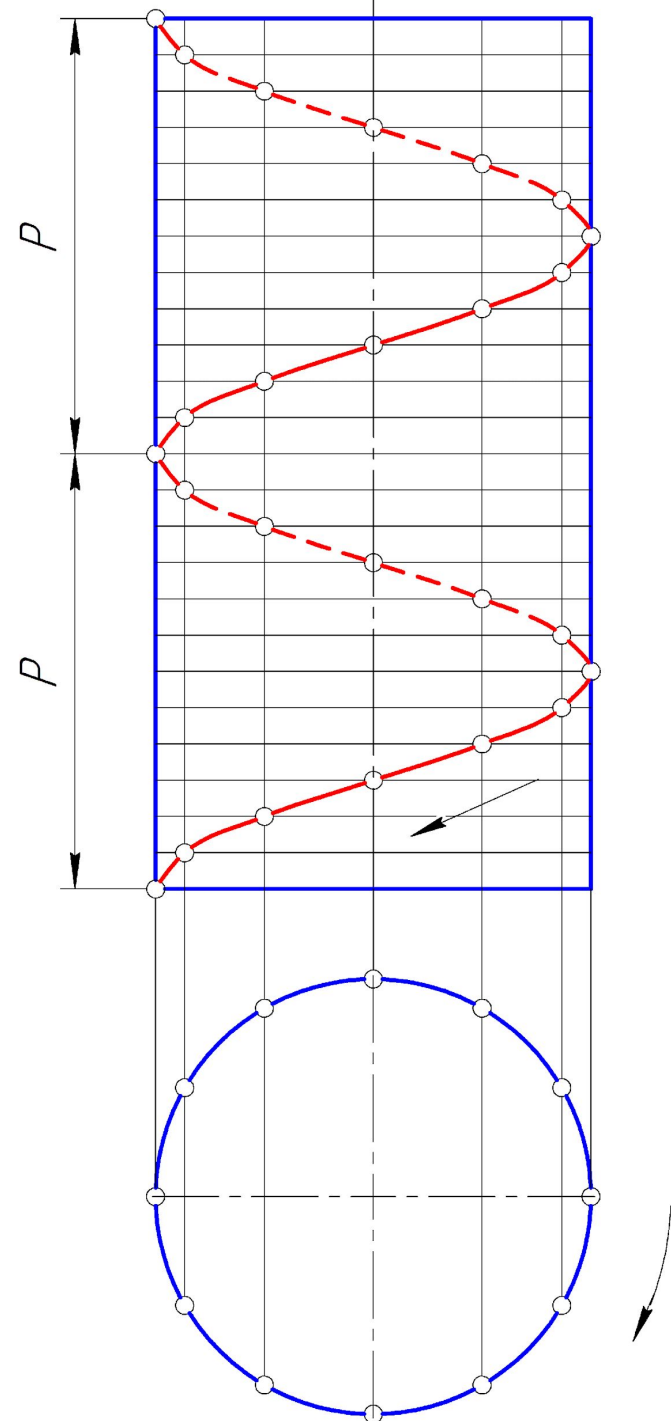
- Если вращение цилиндра и прямолинейное перемещение точки будет равномерным, то полученную таким способом цилиндрическую винтовую линию называют **гелисой**.
- Величину  $P$  перемещения точки в направлении оси, соответствующую одному ее обороту вокруг оси, называют **шагом винтовой линии**.



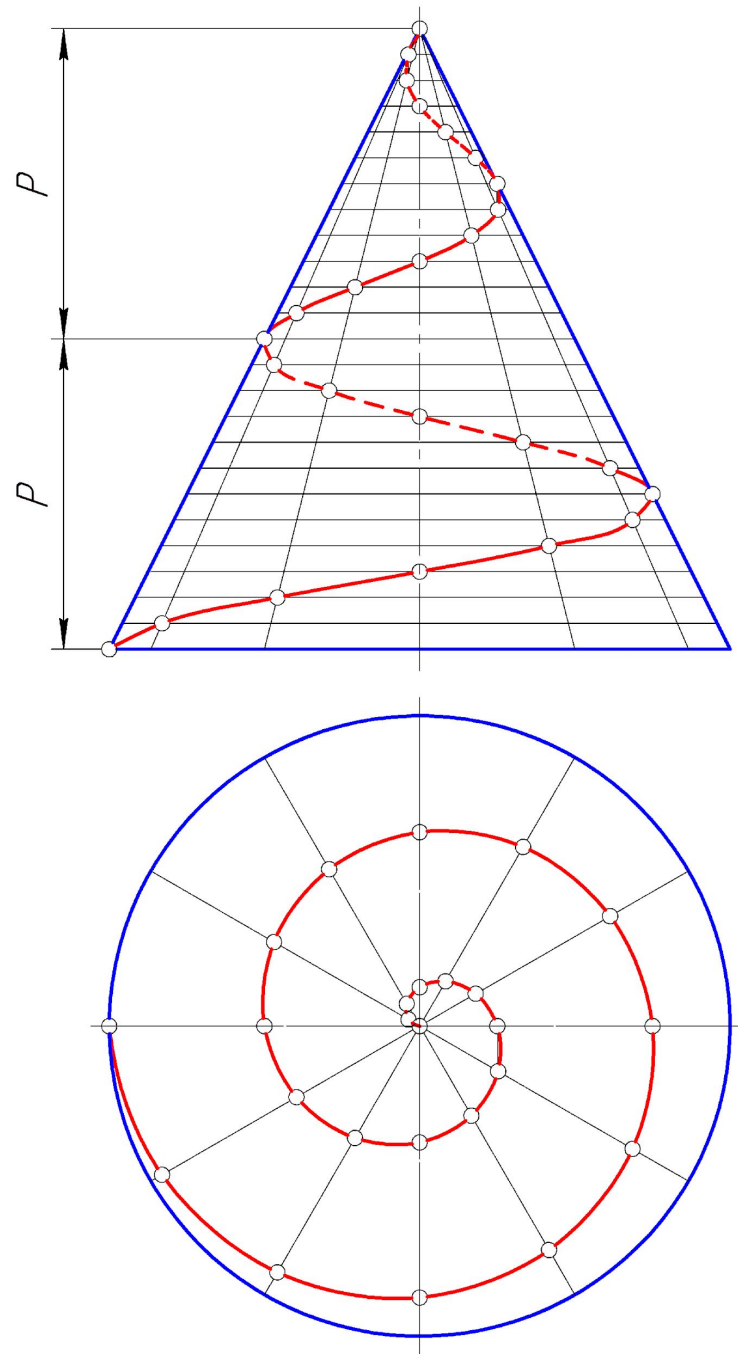
- Для построения гелисы на эюре предварительно строят проекции прямого кругового цилиндра.
- Горизонтальную проекцию делят на одинаковое число равных частей.
- На такое же число делят шаг винтовой линии (фронтальную проекцию прямого кругового цилиндра).
- Из точек деления окружности проводят линии связи, а через соответствующие точки деления шага – горизонтальные прямые.



- Винтовые линии подразделяют на **правые** и **левые**.
- Основанием для этого служит направление движения точки, спускающейся по винтовой линии.
- Если проекция этого направления на плоскость, перпендикулярную к оси винтовой линии, совпадает с направлением движения часовой стрелки, то винтовая линия – правая. В противном случае – левая.



- Если точка перемещается равномерно по образующей прямого кругового конуса, а образующая совершает равномерное вращательное движение вокруг оси конуса, то траекторией точки является **кони́ческая винтовая линия**.



# Развертка поверхностей

- Если поверхность может быть совмещена с плоскостью без разрывов и склеивания, то такую поверхность называют **развертывающейся**, а полученную плоскую фигуру – ее **разверткой**.
- К группе развертывающихся поверхностей могут быть отнесены только линейчатые поверхности, которые имеют пересекающиеся смежные образующие – торсы (цилиндрическая поверхность, коническая поверхность, поверхность с ребром возврата).
- Построение разверток имеет большое практическое применение, так как позволяет изготавливать разнообразные изделия из листового материала путем его изгибания.

# Основные свойства развертки поверхностей

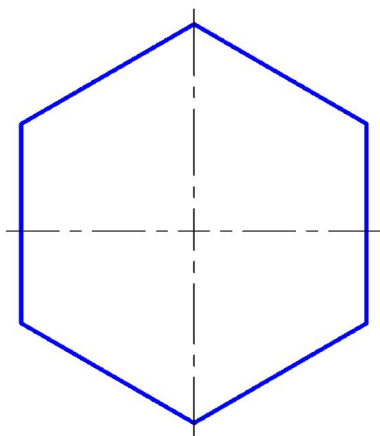
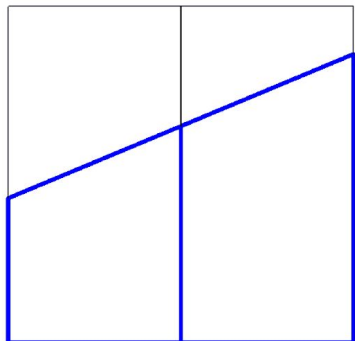
- 1. Длины двух соответствующих линий поверхности и ее развертки равны между собой.
- Следствием чего является:
- Замкнутая линия на поверхности и соответствующая ей линия на развертке ограничивают одинаковую площадь.
- 2. Угол между линиями на поверхности равен углу между соответствующими им линиями на развертке.
- 3. Прямой на поверхности соответствует также прямая на развертке.
- 4. Параллельным прямым на поверхности соответствуют также параллельные прямые на развертке.

# Развертка поверхности многогранника

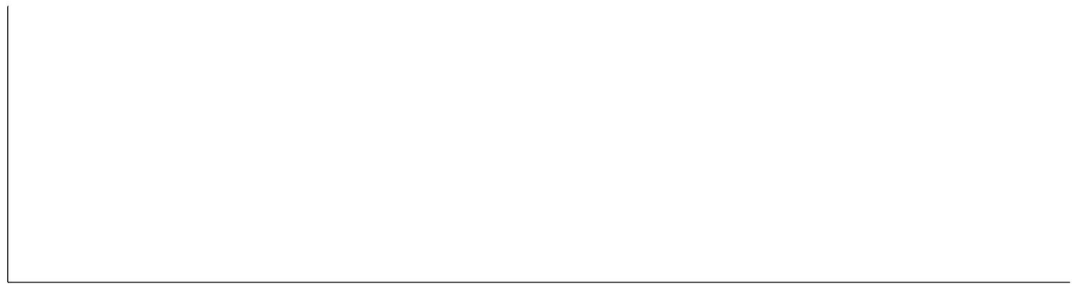
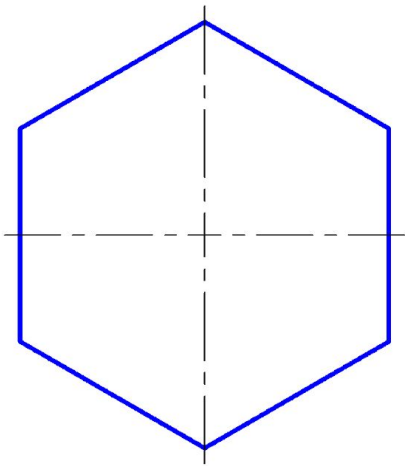
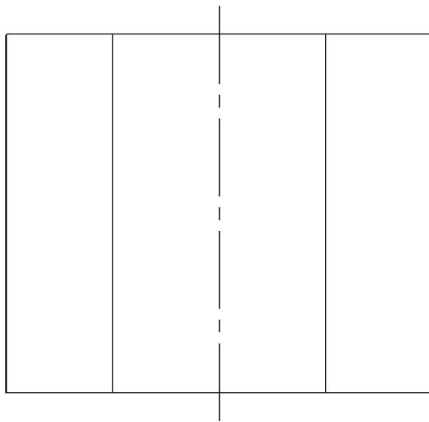
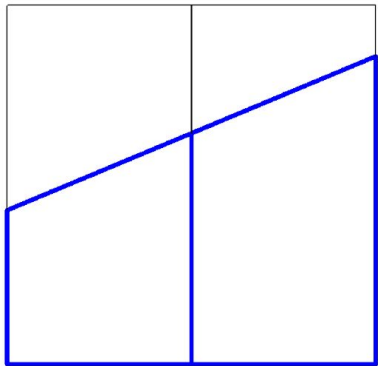
- Под разверткой многогранной поверхности подразумевают плоскую фигуру, составленную из граней этой поверхности, совмещенных с одной плоскостью.
- Существуют три способа построения развертки многогранных поверхностей:
  - 1) способ нормального сечения;
  - 2) способ раскатки;
  - 3) способ треугольников (треангуляции).
- Первые два применяются для построения развертки призматических гранных поверхностей, третий — для пирамидальных гранных поверхностей.

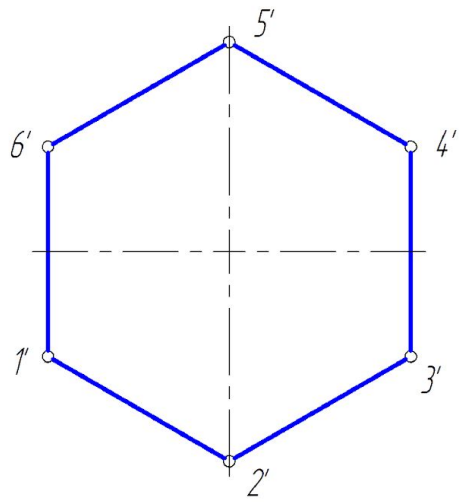
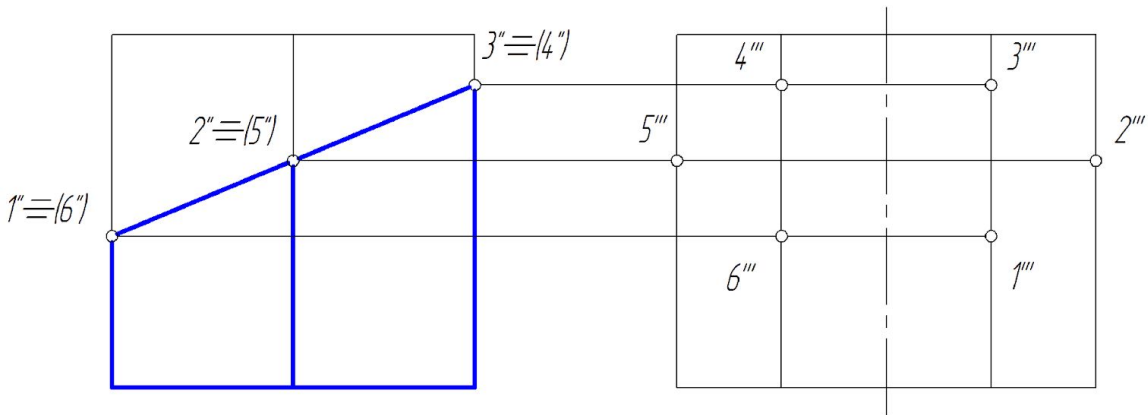


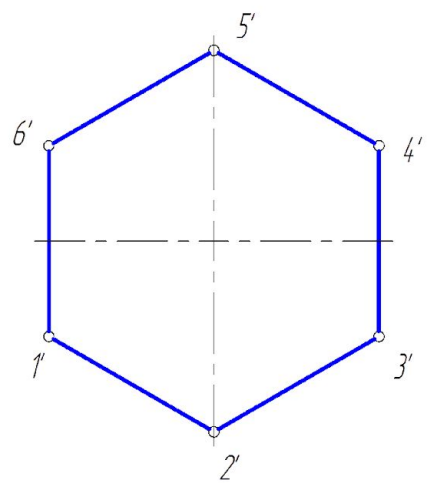
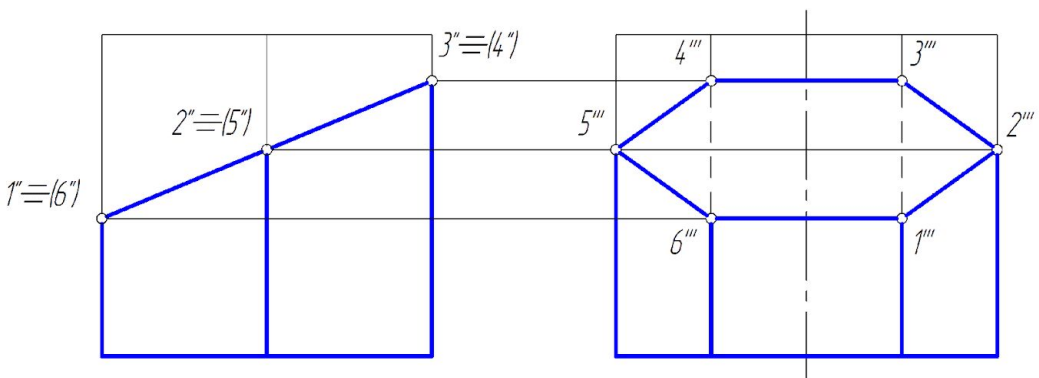
# Построение развертки боковой поверхности призмы

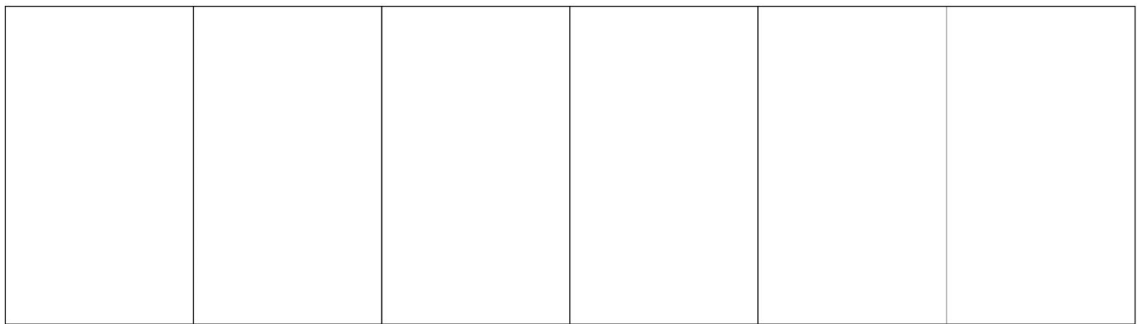
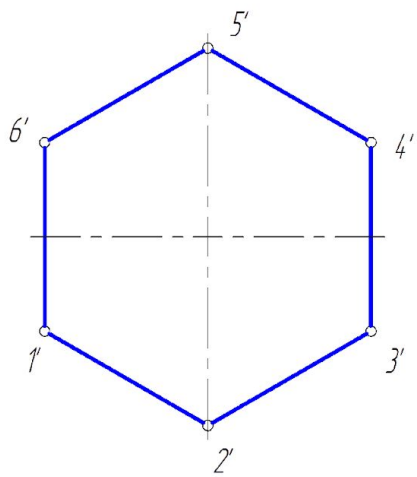
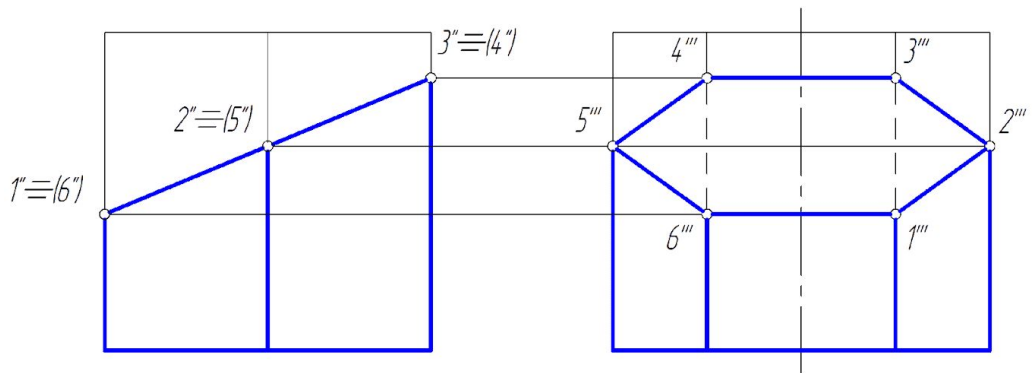


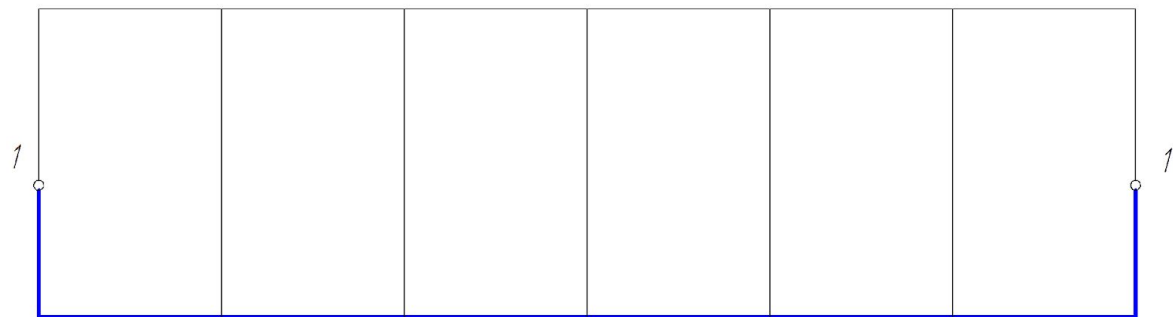
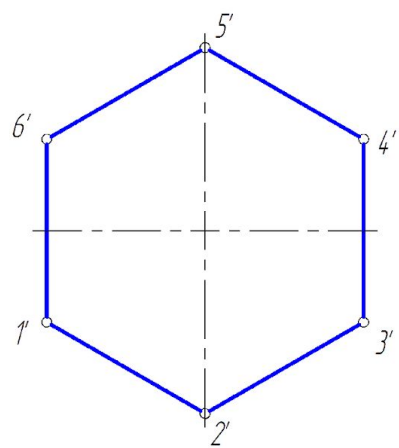
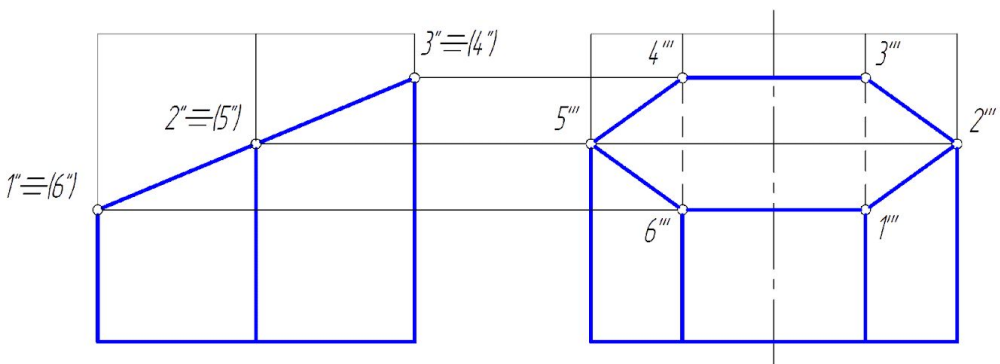
- Так как дана правильная шестигранная призма, то боковые грани – равные между собой прямоугольники.
- Развертка боковой поверхности такой призмы – прямоугольник, длина которого = периметру нижнего основания, ширина = высоте призмы.

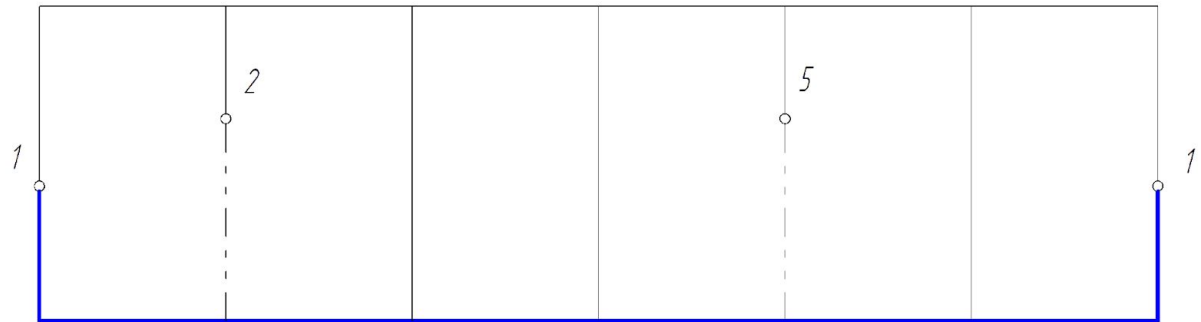
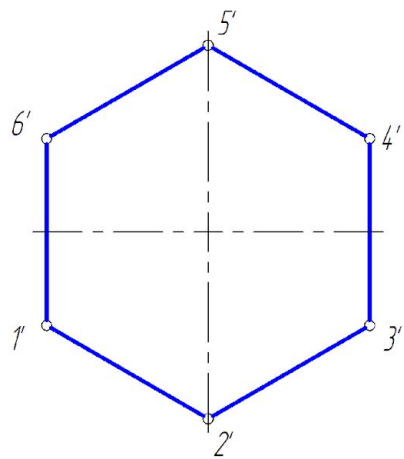
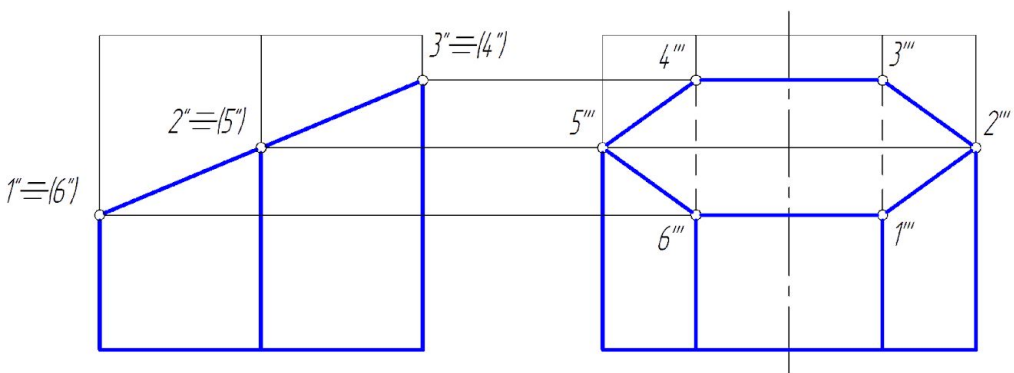




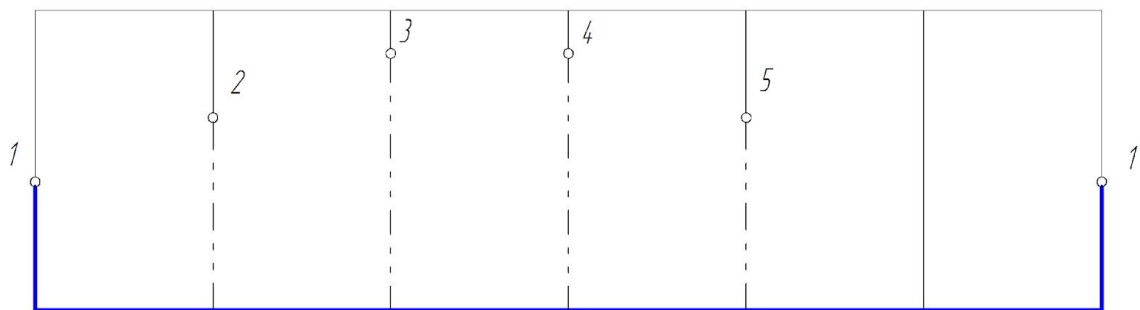
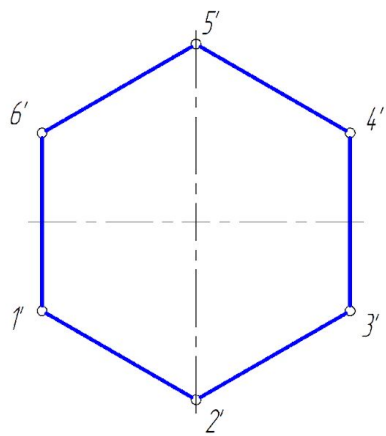
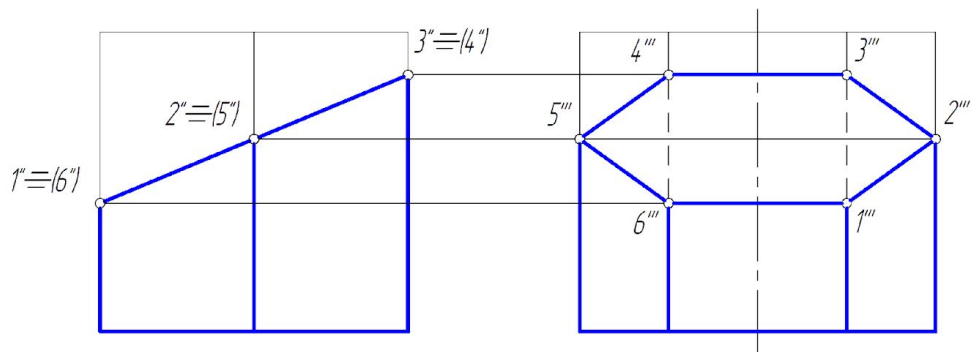


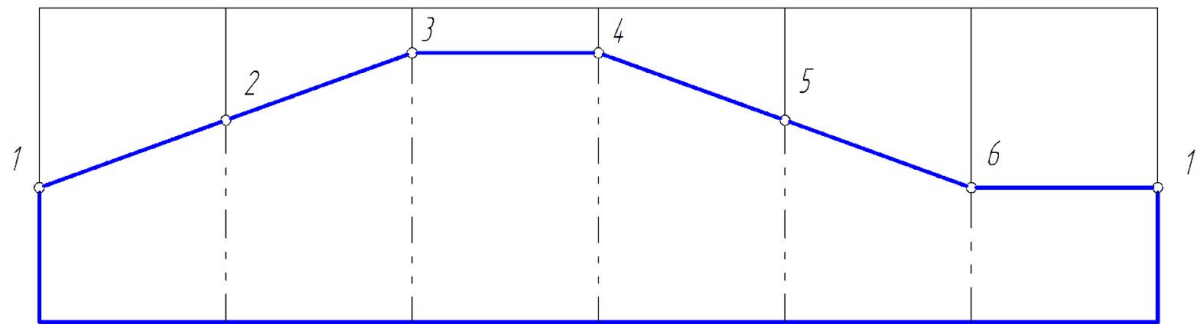
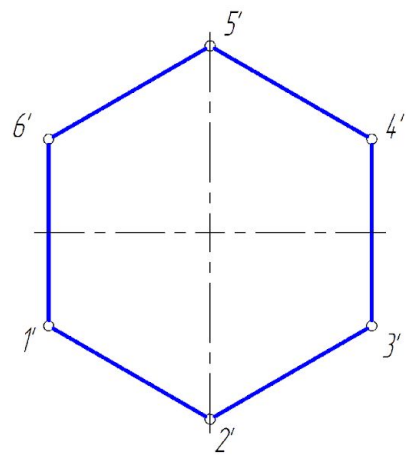
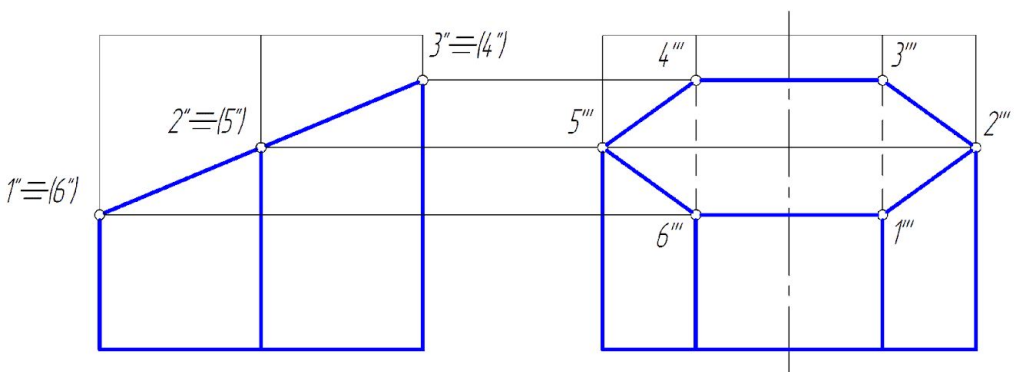










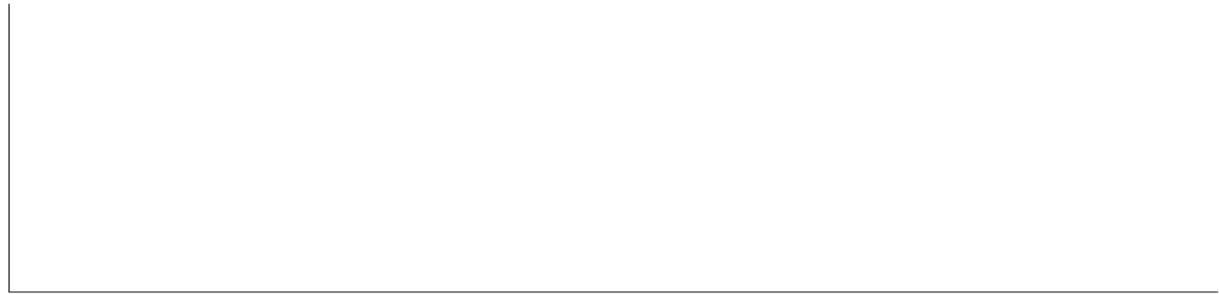
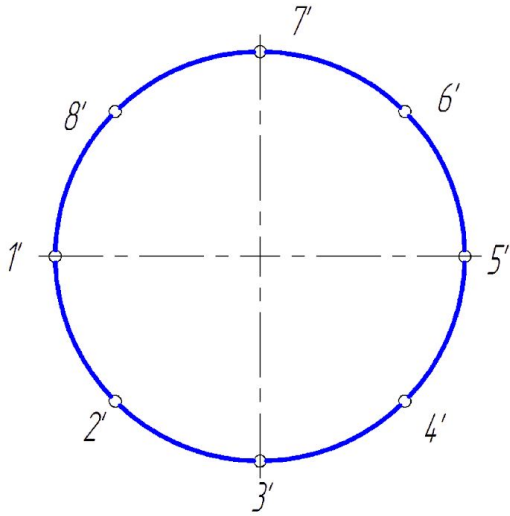
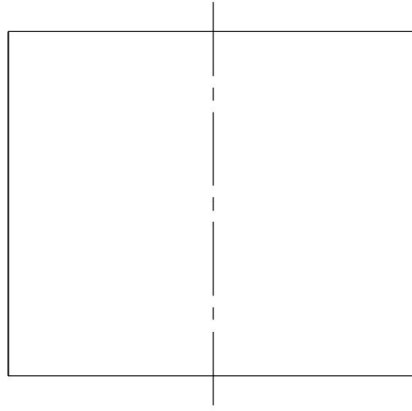
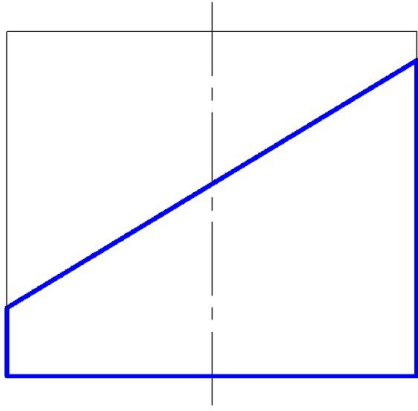


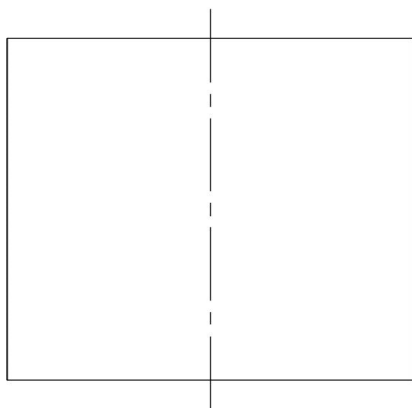
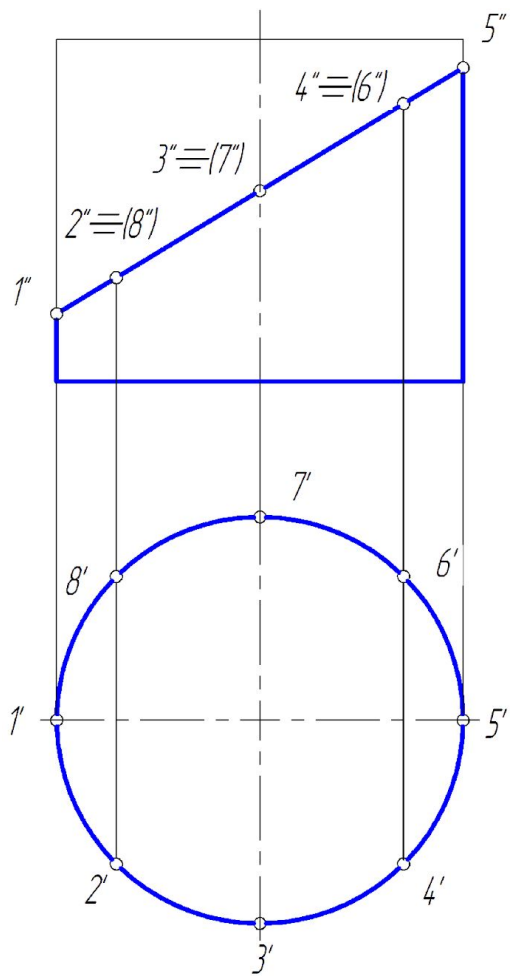
# Развертка цилиндрической поверхности

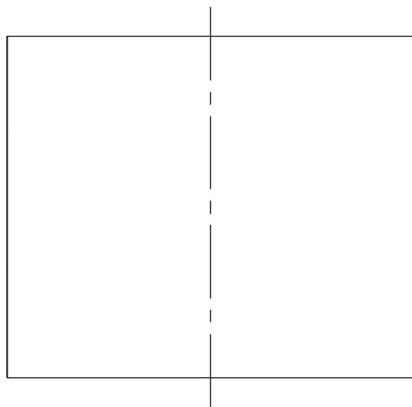
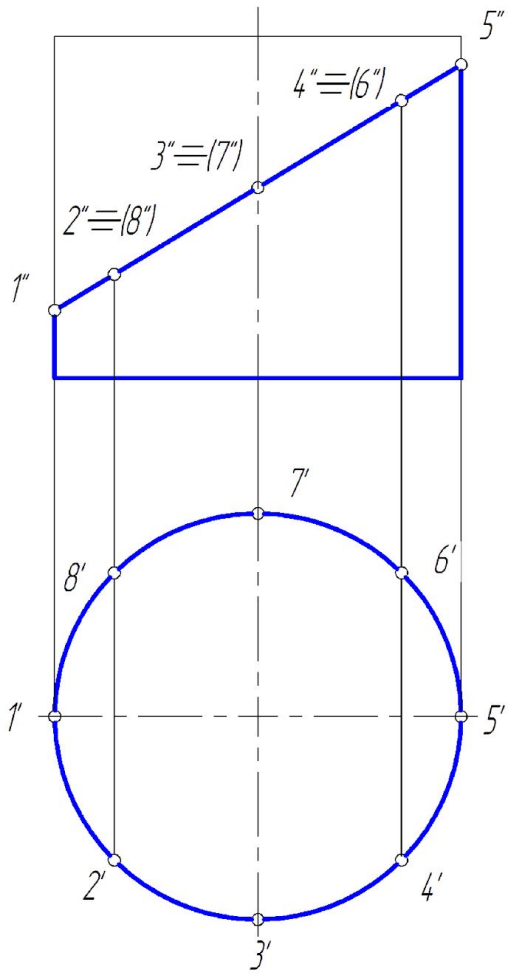
- Для построения развертки цилиндрической поверхности используются те же способы нормального сечения и раскатки, которые применяются для развертки призмы.
- В обоих случаях цилиндрическую поверхность заменяют (аппроксимируют) призматической поверхностью, вписанной в данную цилиндрическую поверхность.
- Развертка прямого кругового цилиндра – **прямоугольник**, основание которого = длине окружности ( $2\pi R$ ), а ширина = высоте цилиндра.

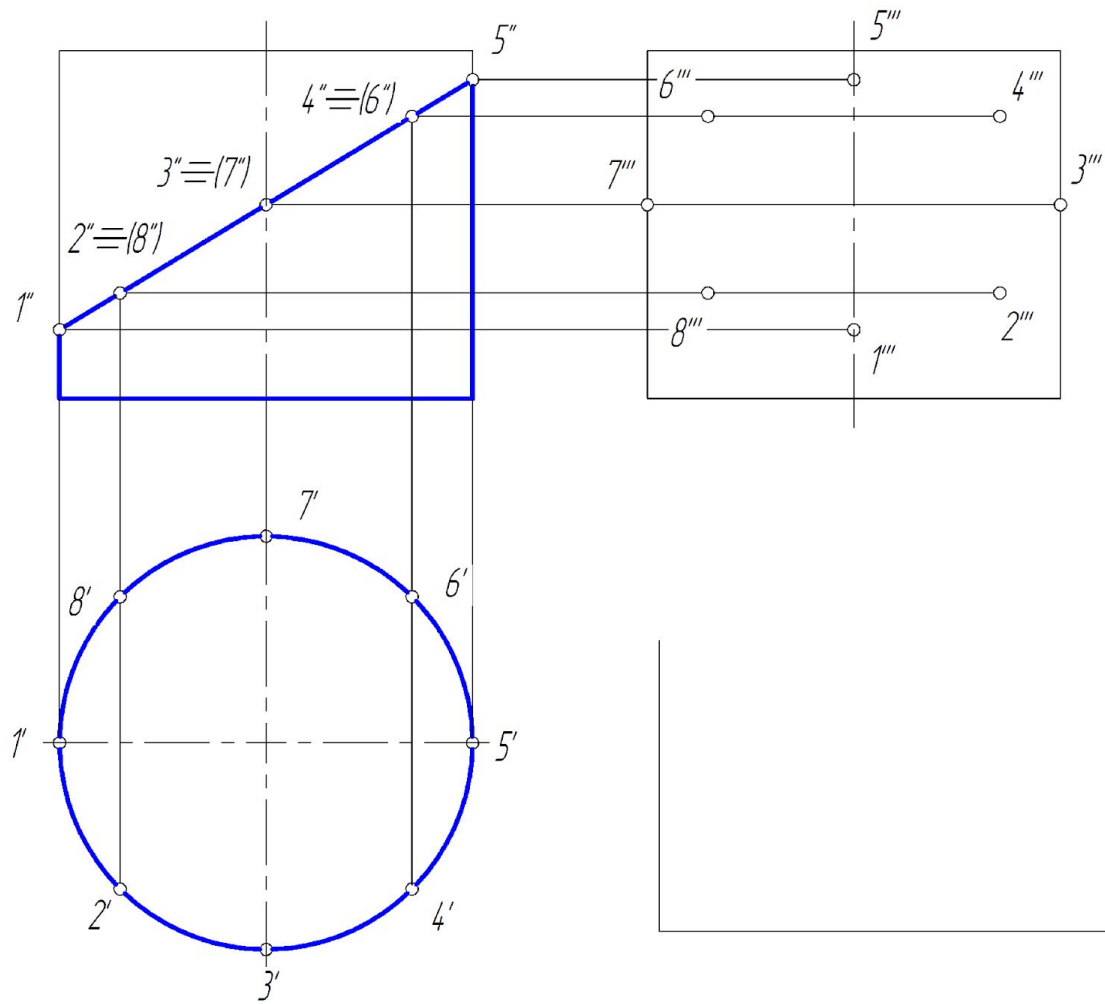
# Построение развертки боковой поверхности цилиндра



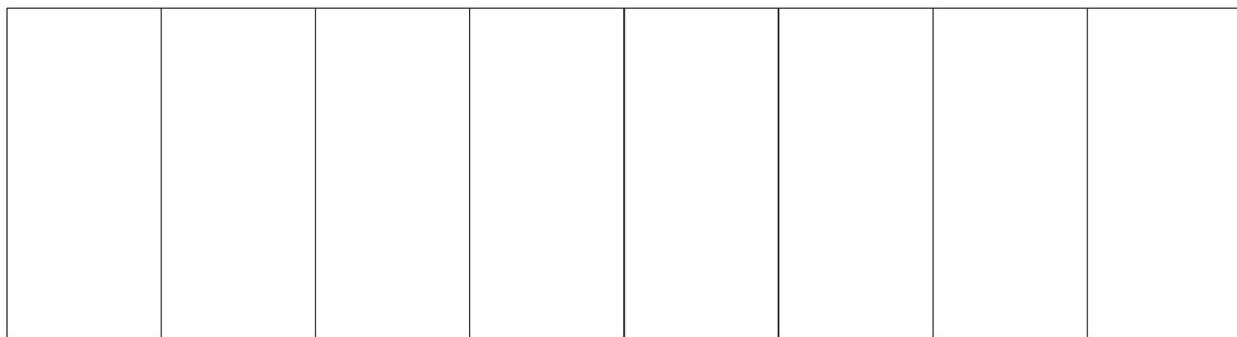
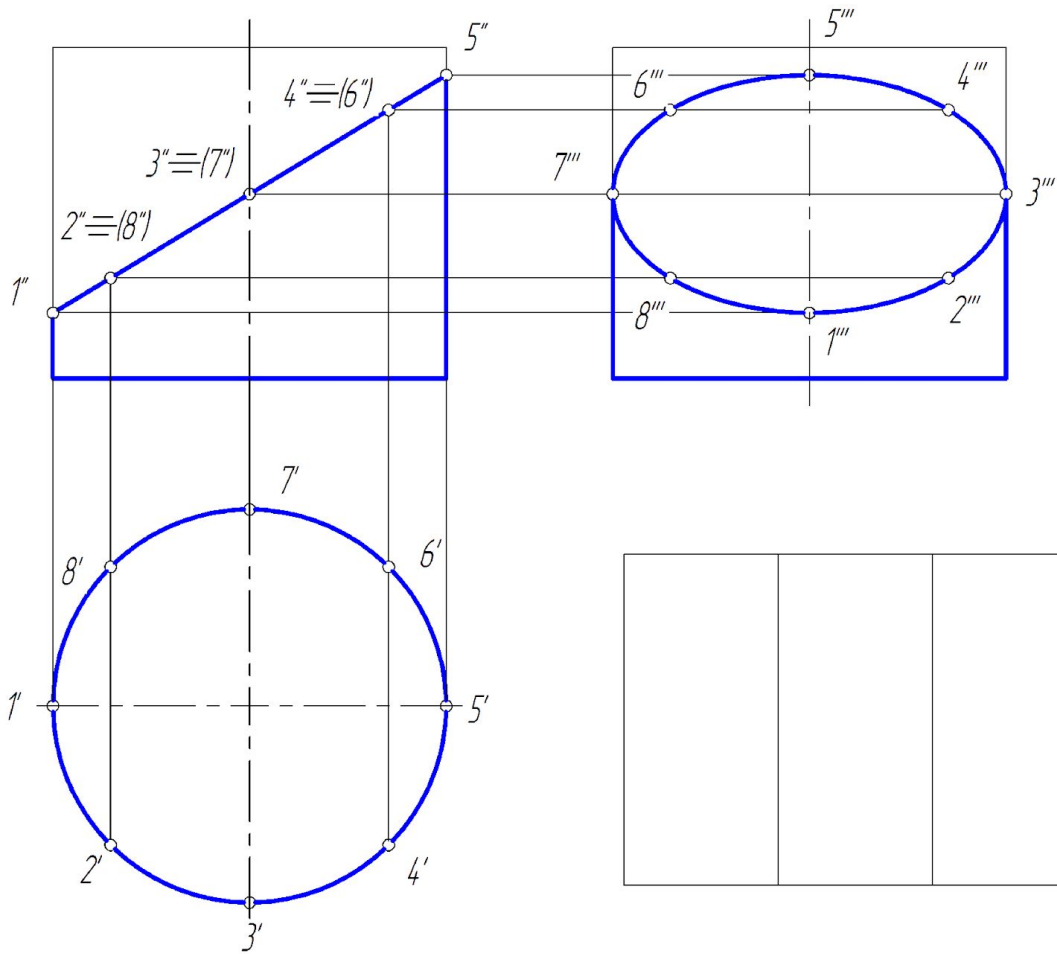


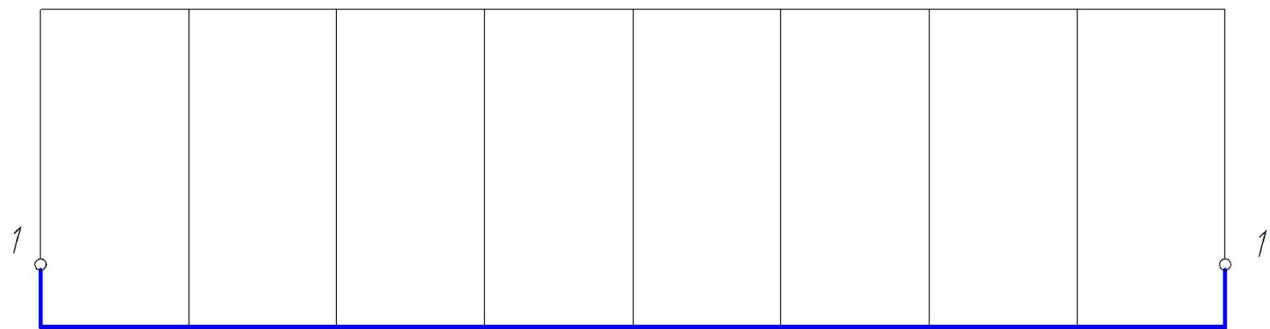
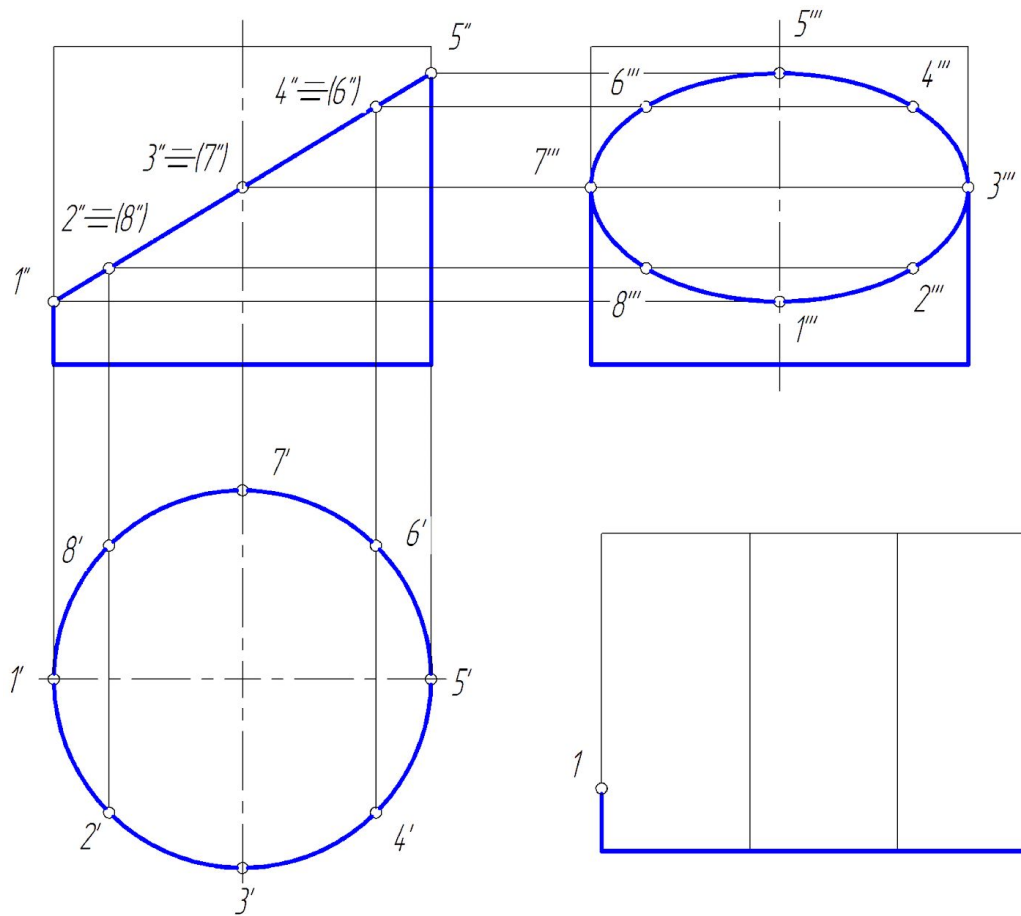


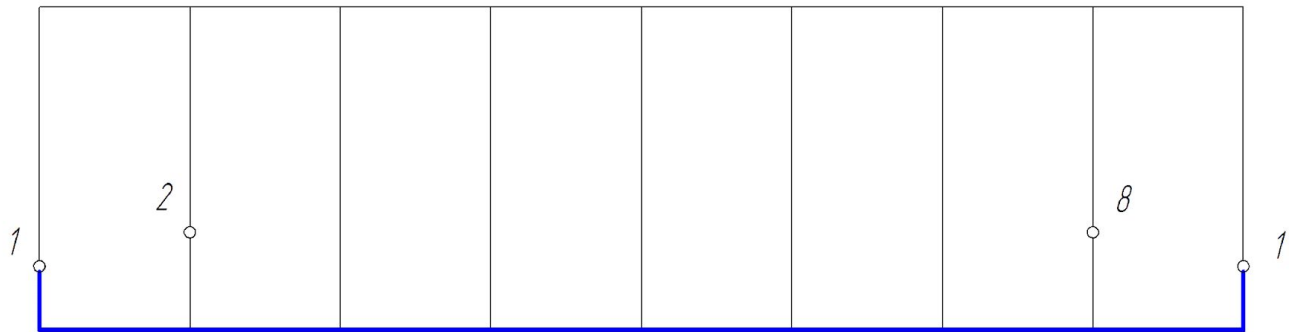
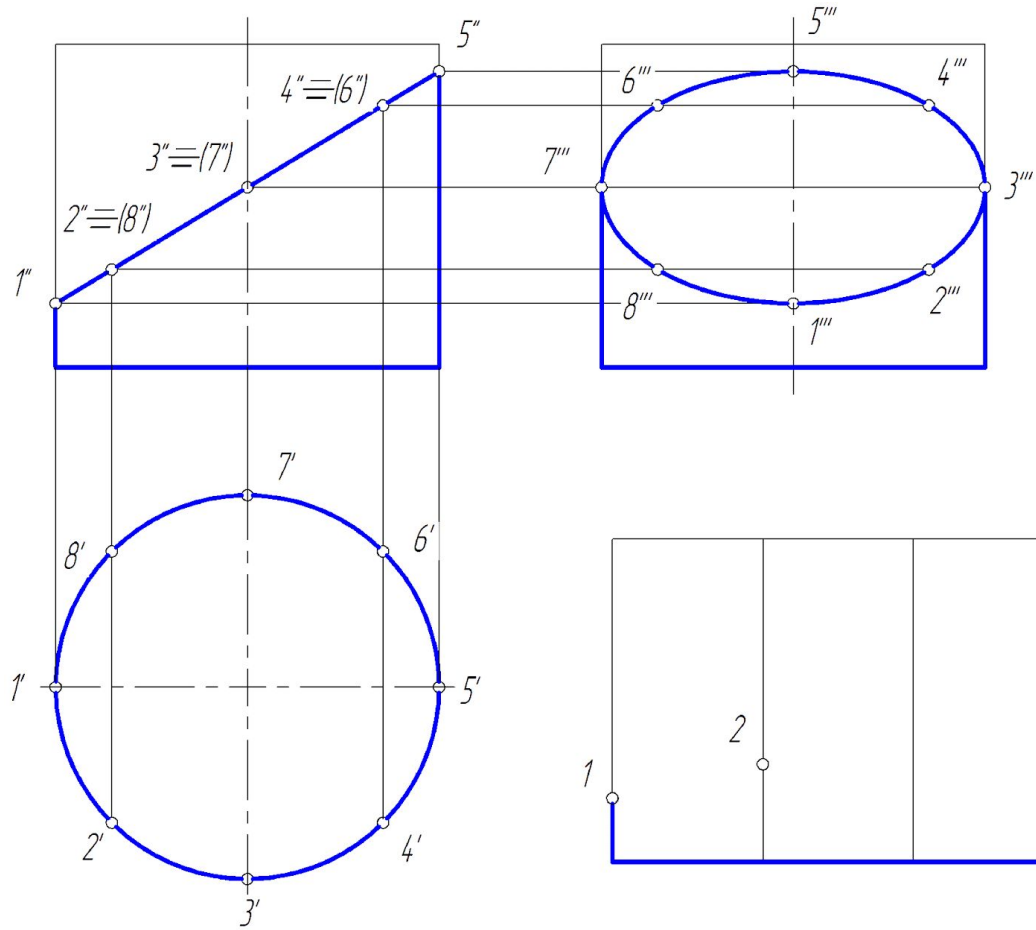


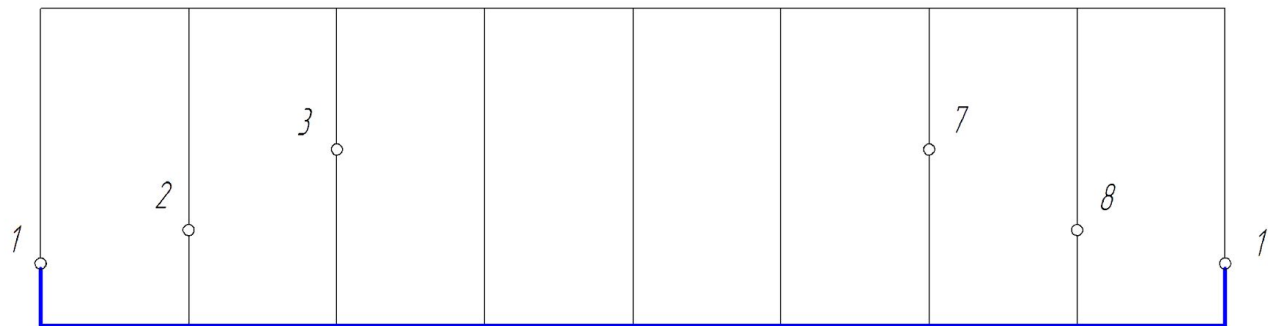
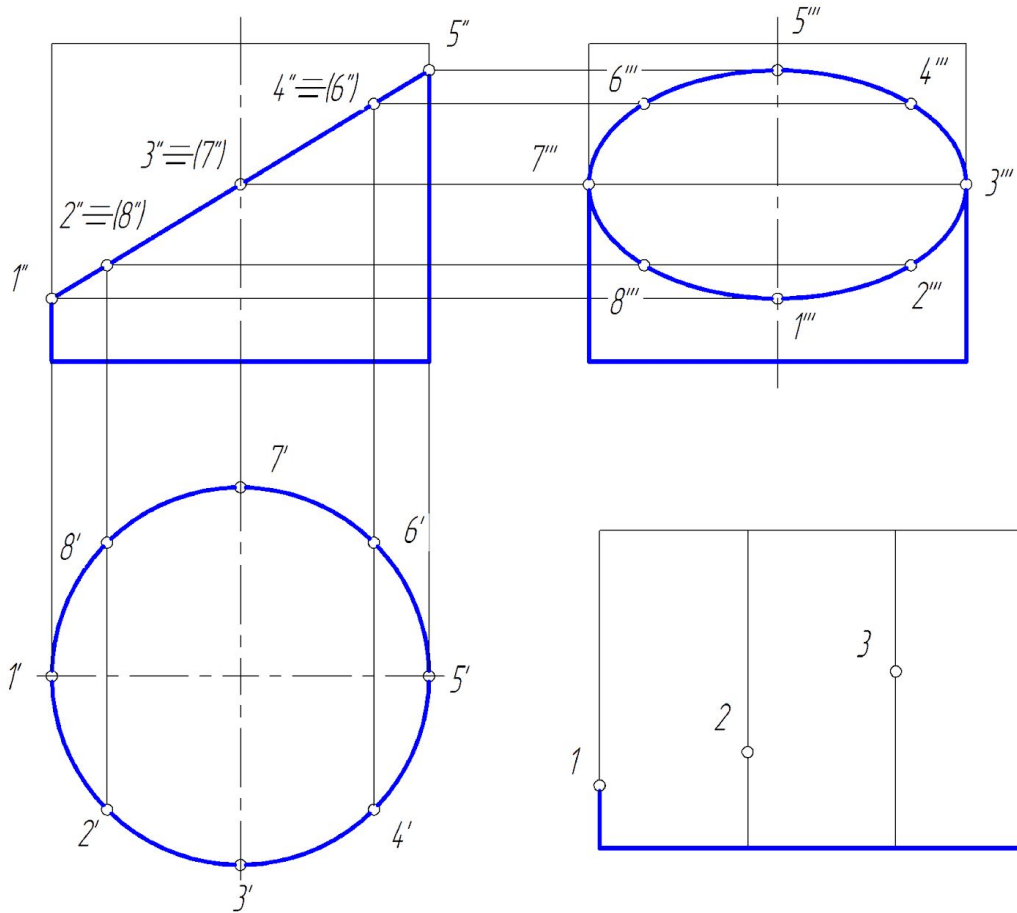


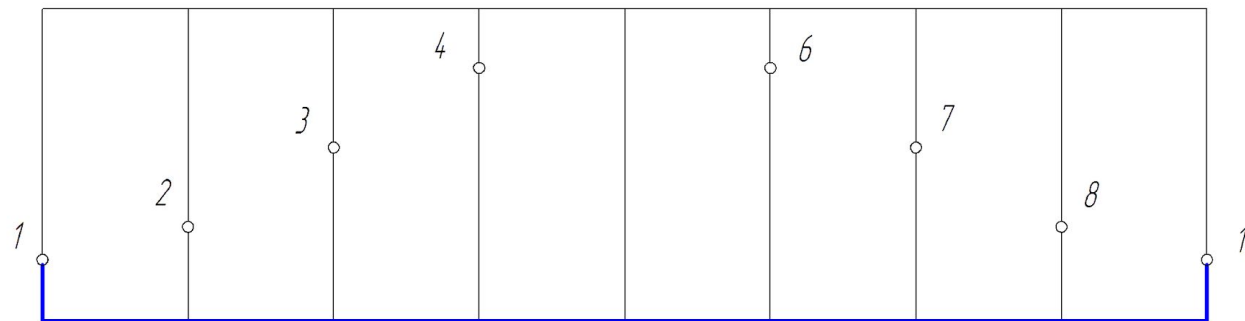
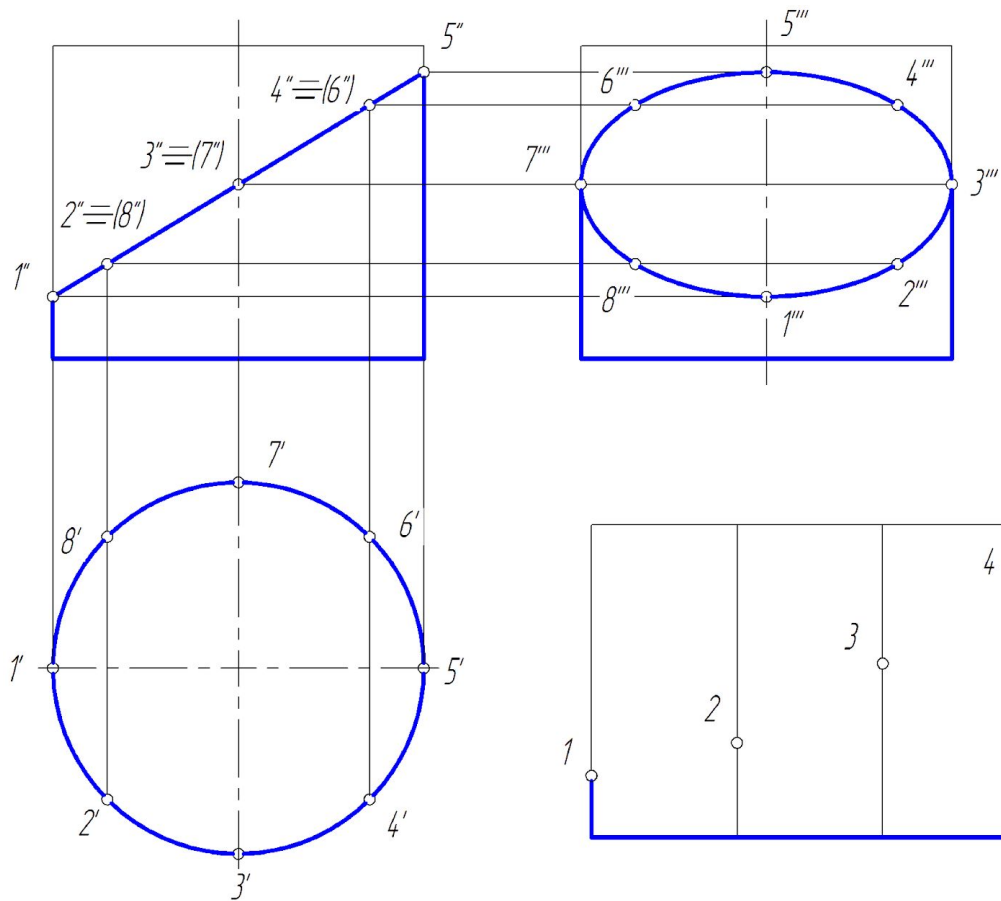


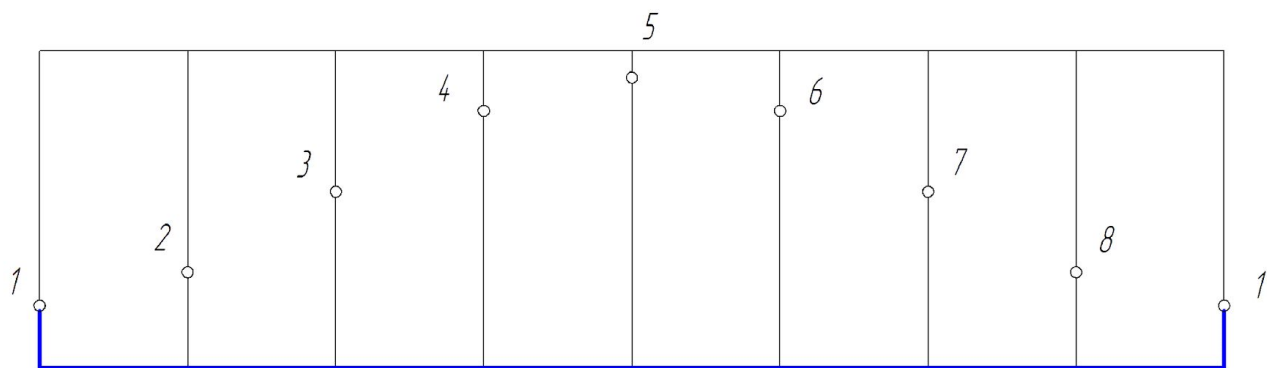
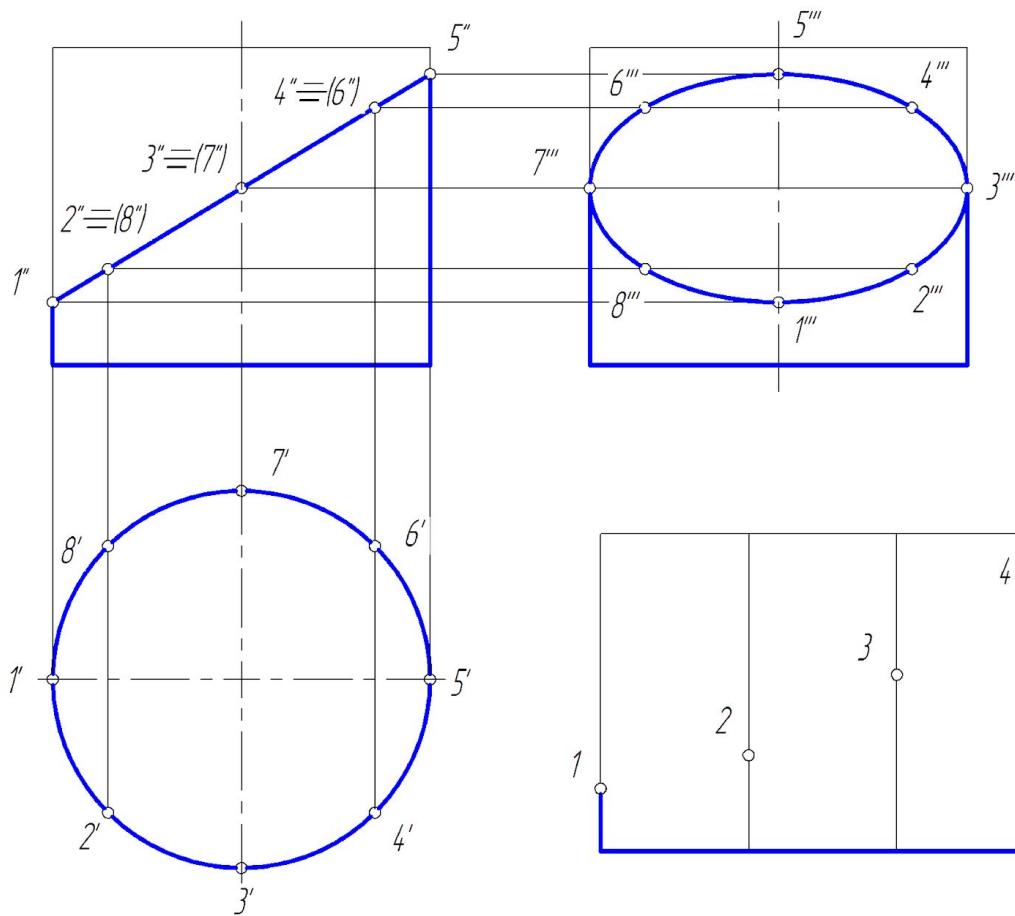


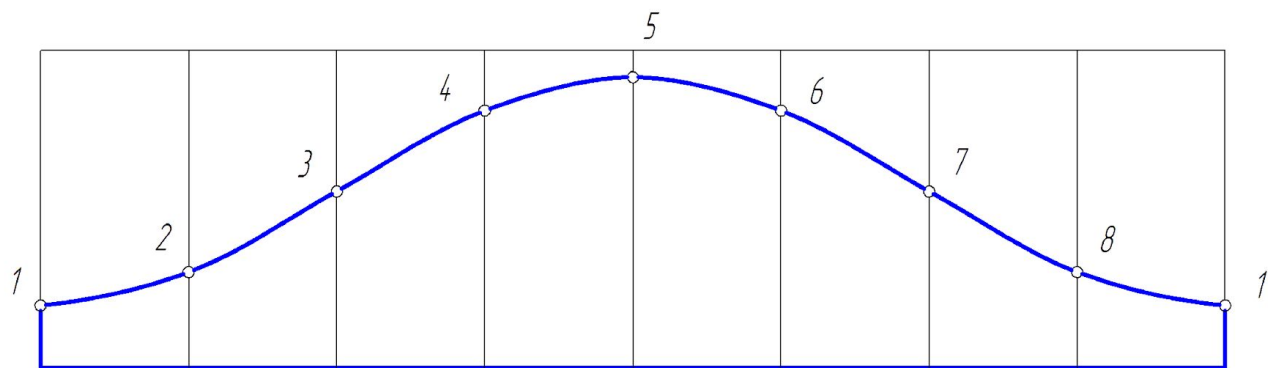
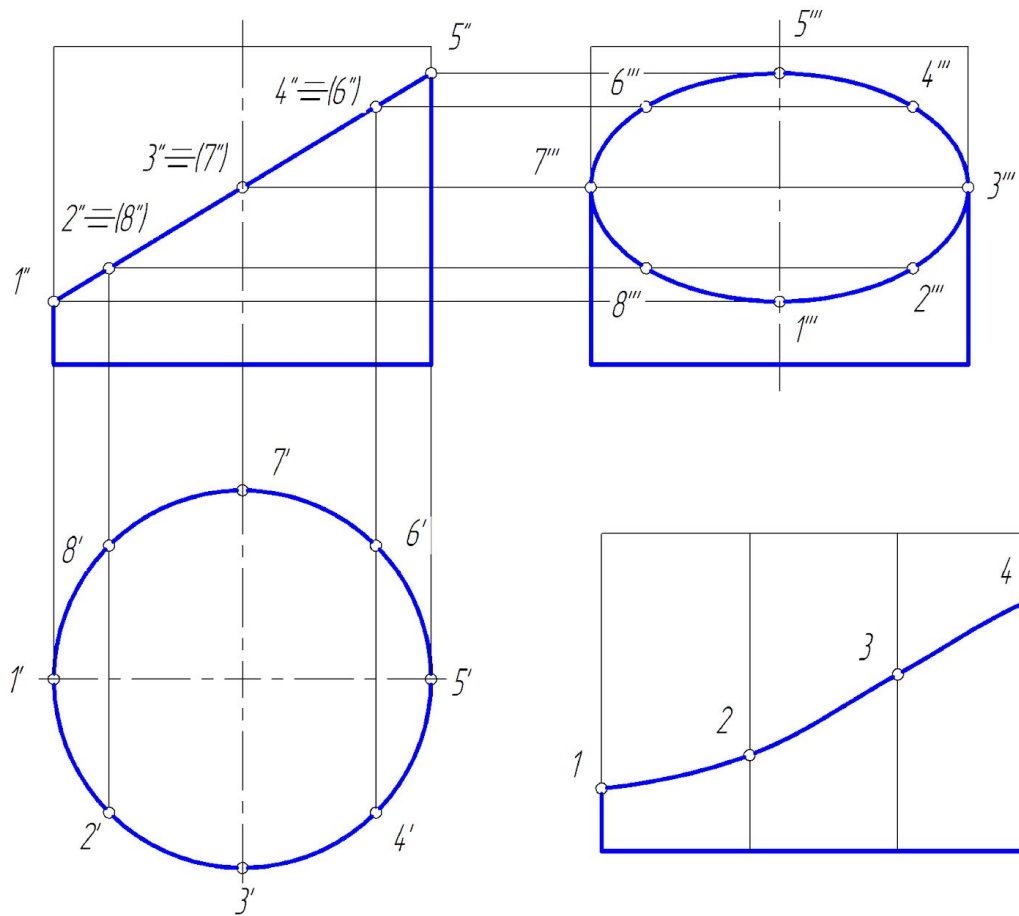










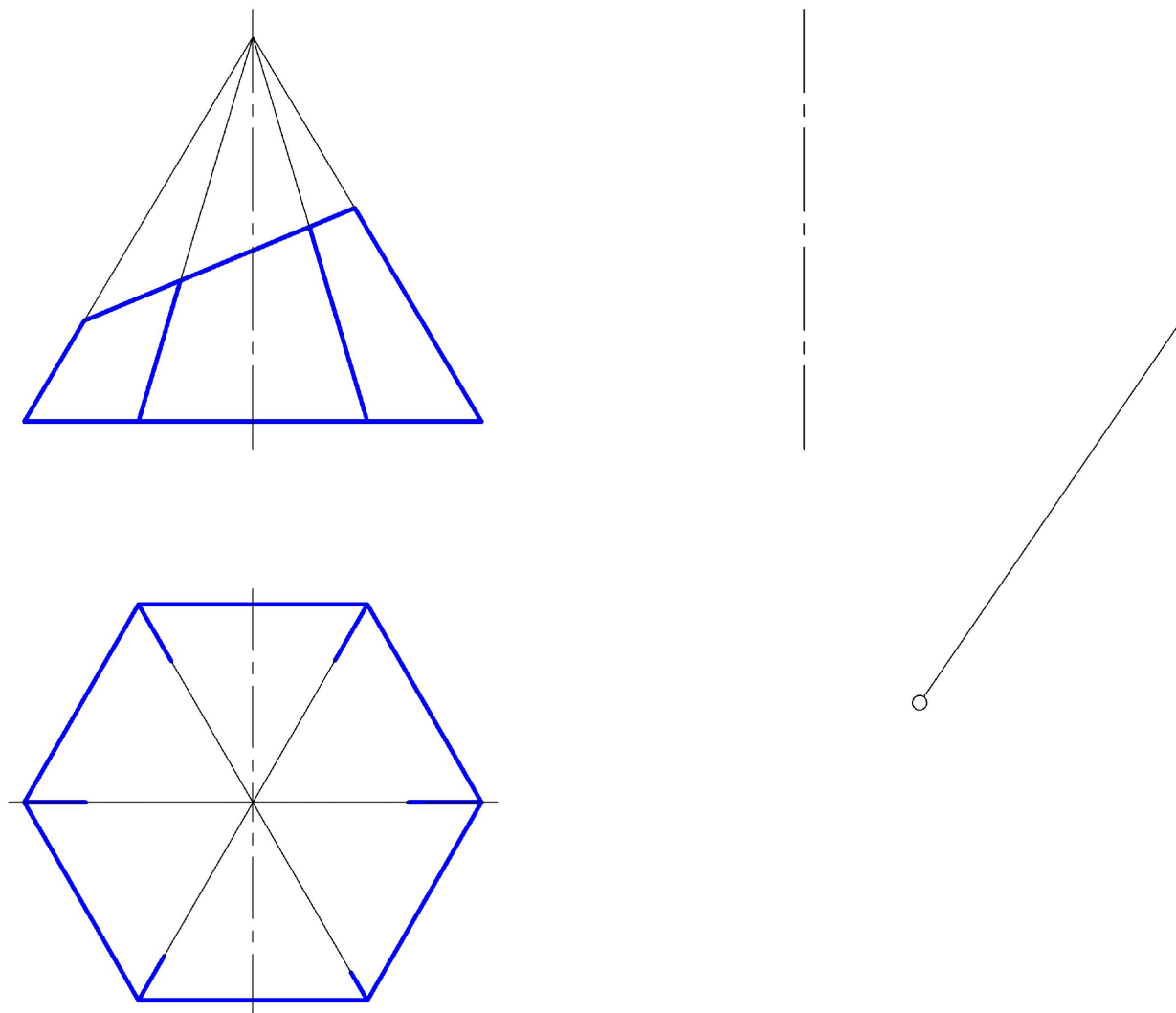


# Развертка поверхности пирамиды

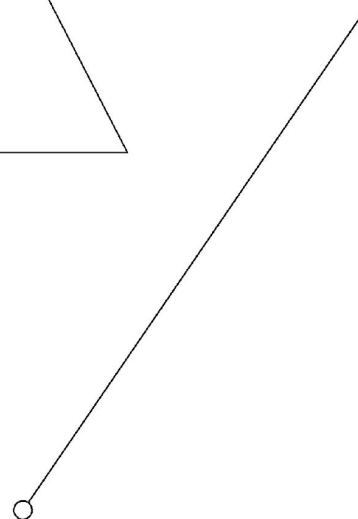
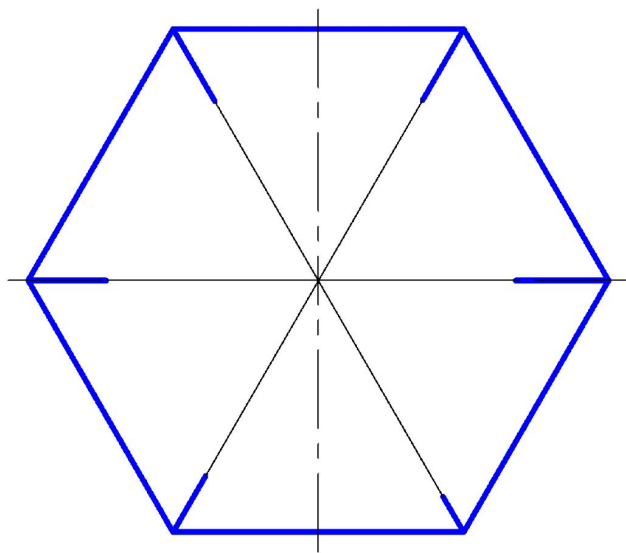
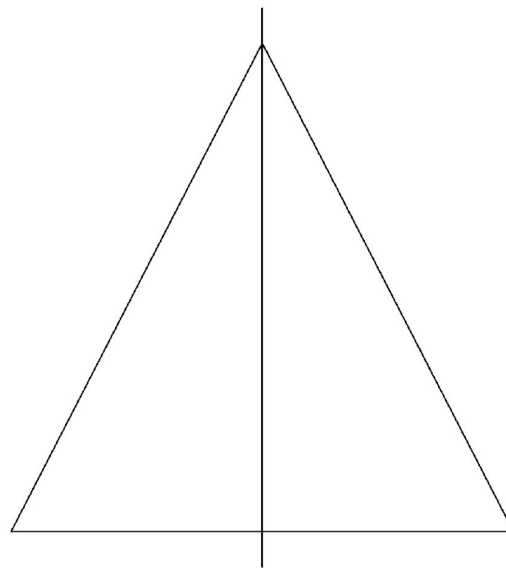
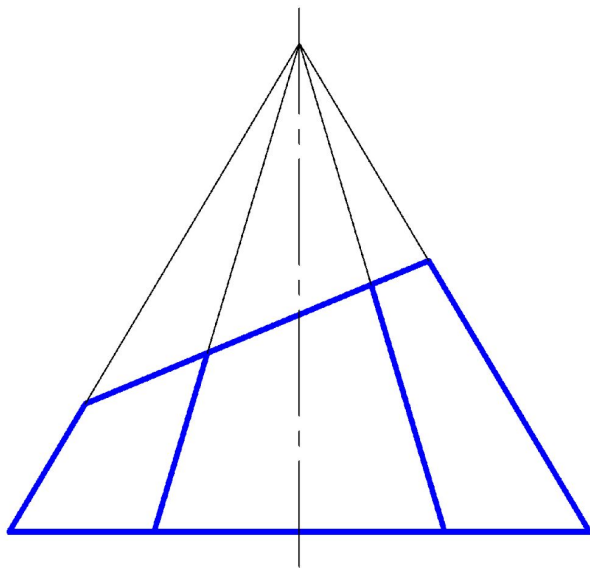
- Развертка боковой поверхности пирамиды представляет собой плоскую фигуру, состоящую из треугольников – граней пирамиды.
- Поэтому построение развертки поверхности пирамиды сводится к определению натуральной величины ребер пирамиды и построению по трем сторонам треугольников – граней пирамиды.
- Натуральную величину ребер пирамиды можно найти любым способом (способ прямоугольного треугольника, способ вращения, переменной плоскостей проекций).

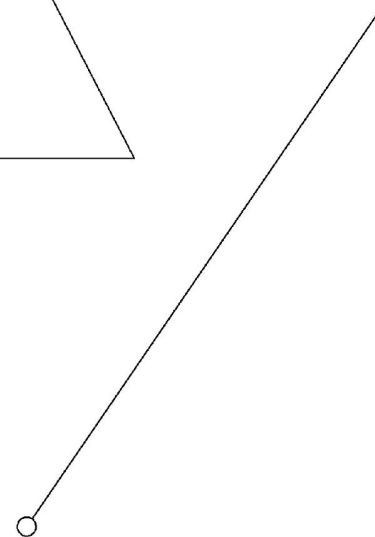
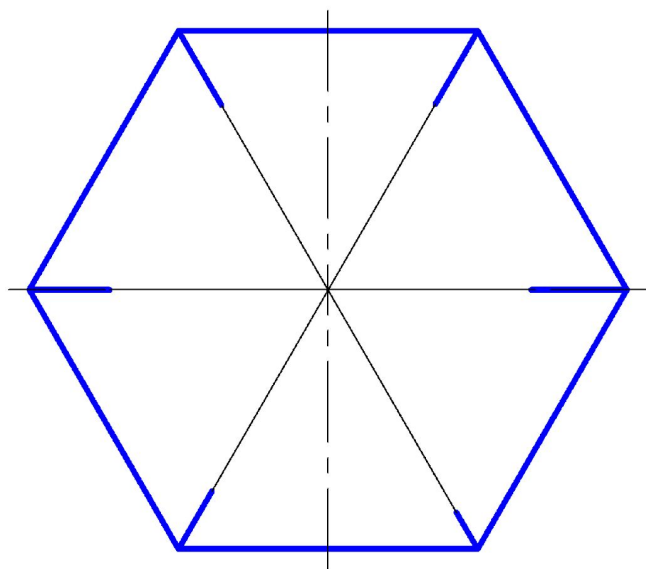
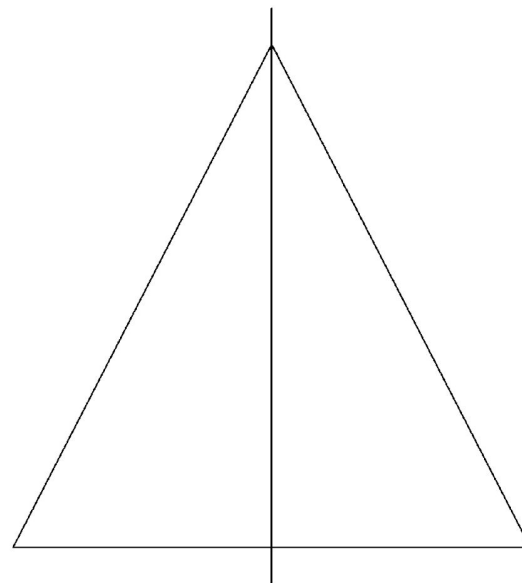
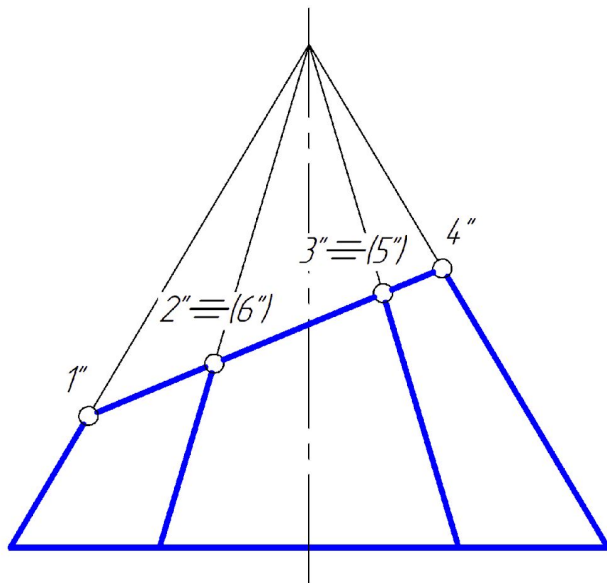


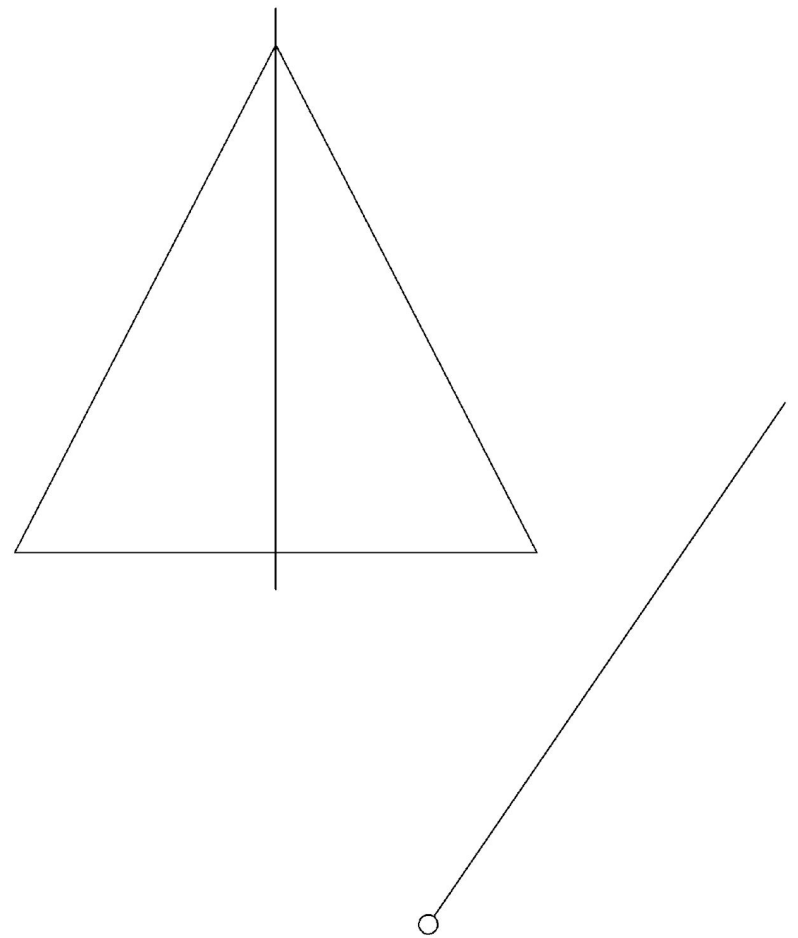
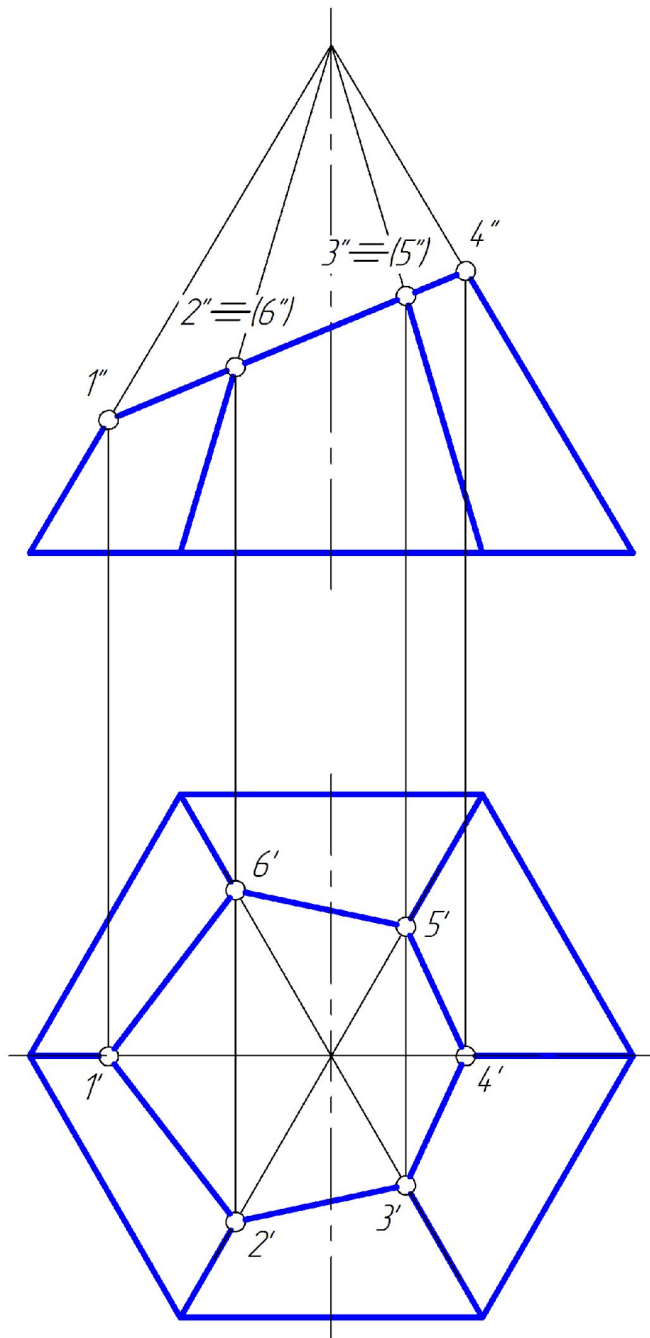
# Построение развертки боковой поверхности пирамиды

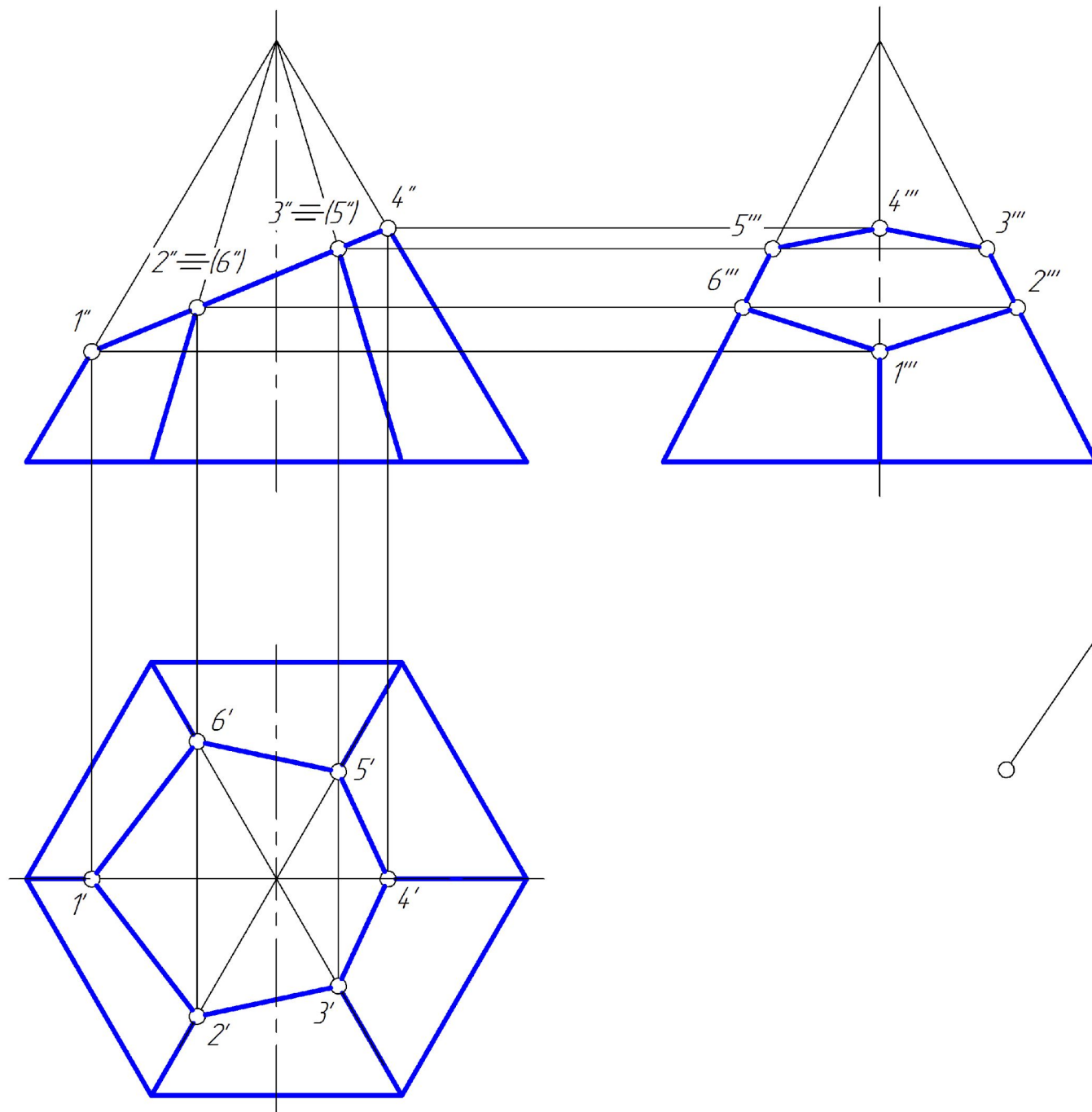


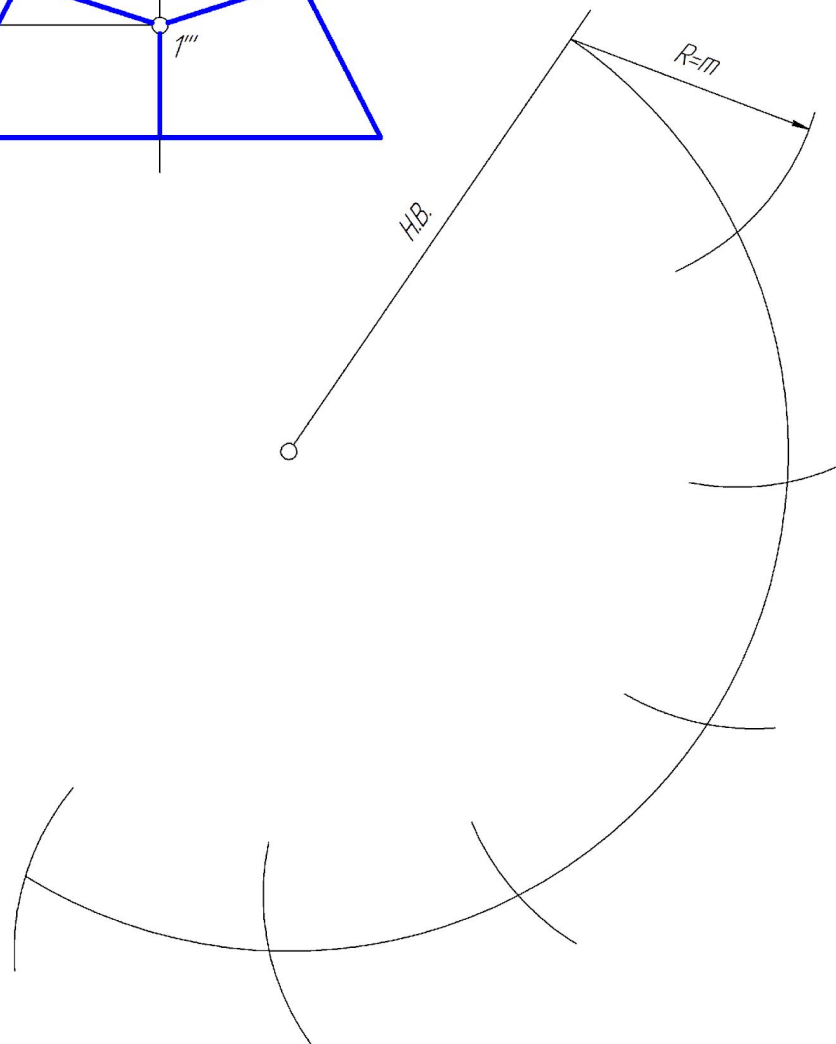
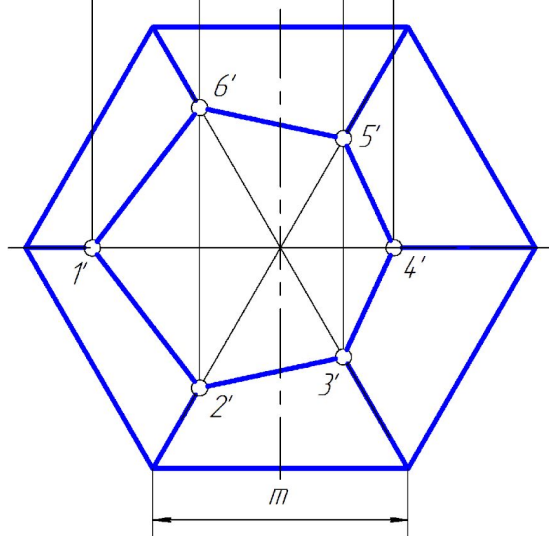
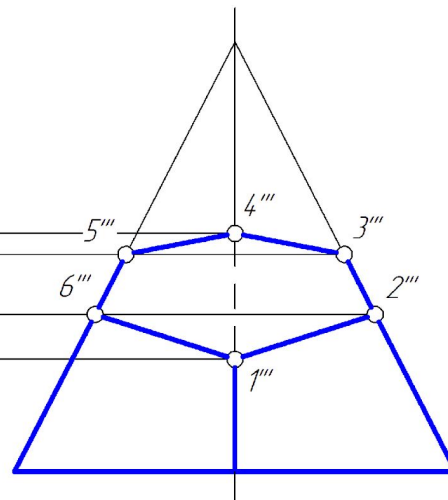
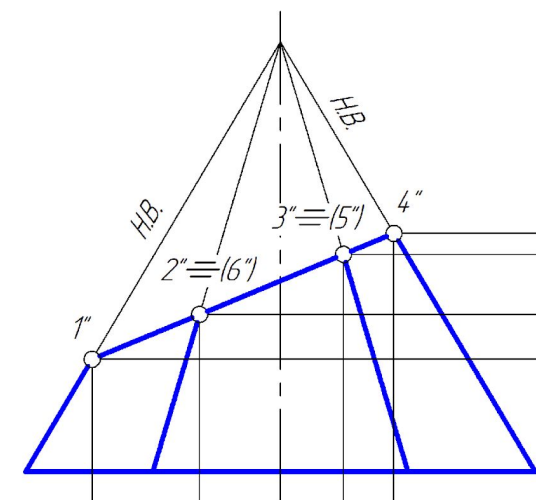
- Так как дана правильная шестигранная пирамида, то боковые грани – равные между собой треугольники.
- Развертка пирамиды построена способом треугольника. НВ ребер пирамиды определена методом вращения вокруг горизонтально проецирующей оси.

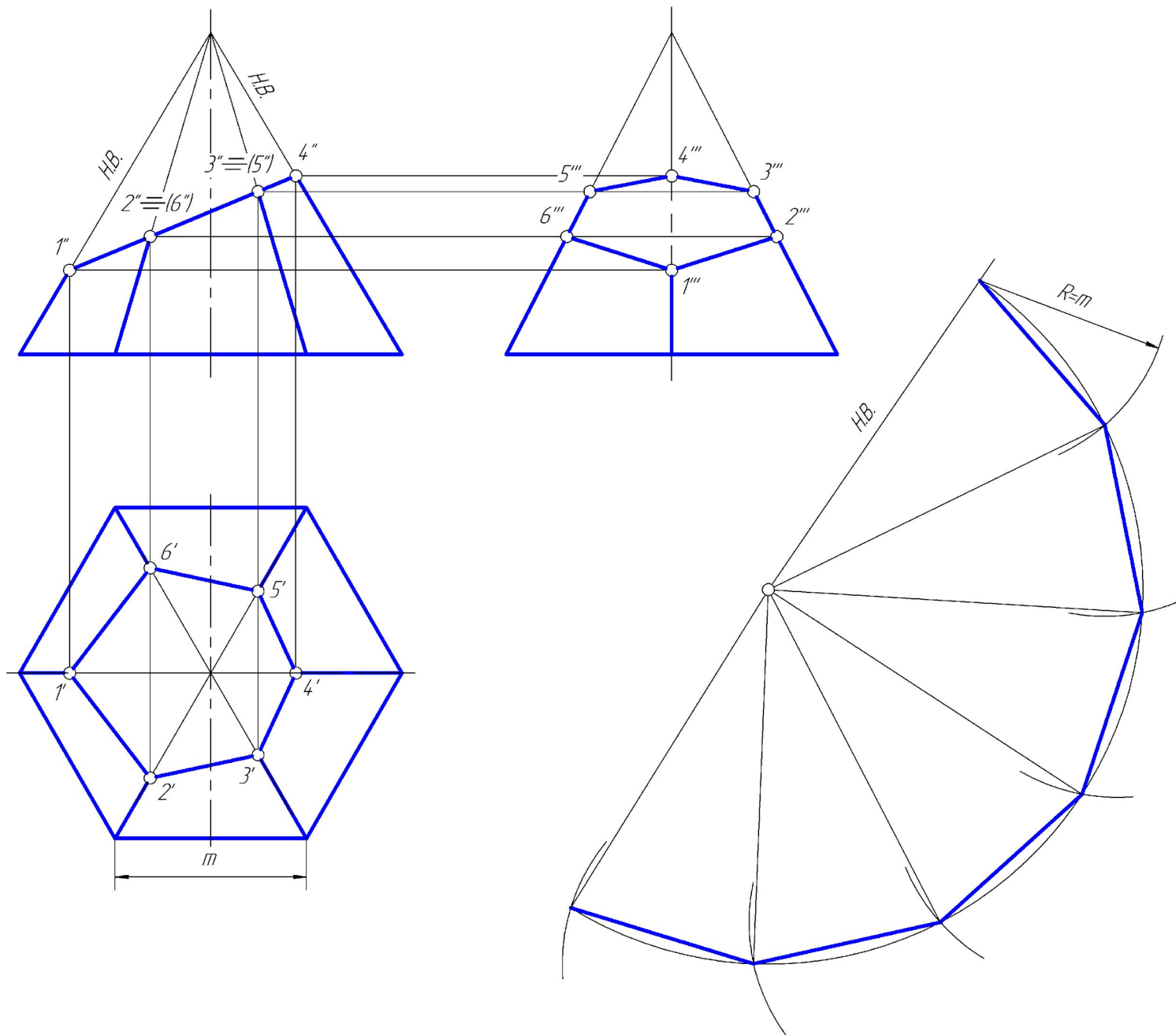




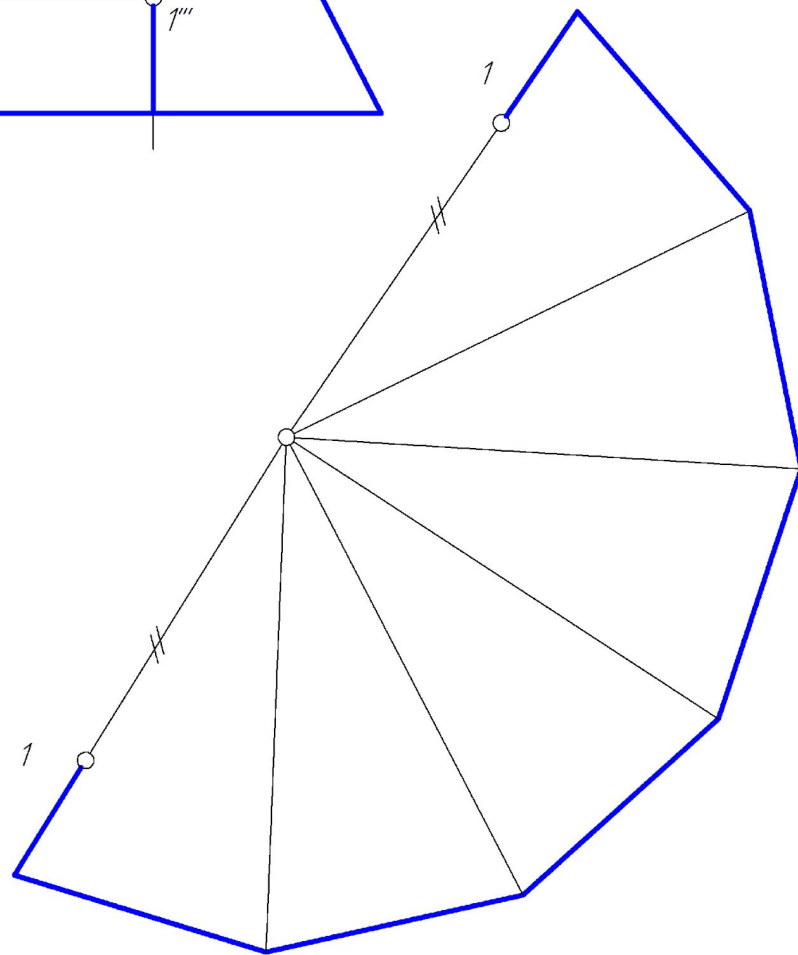
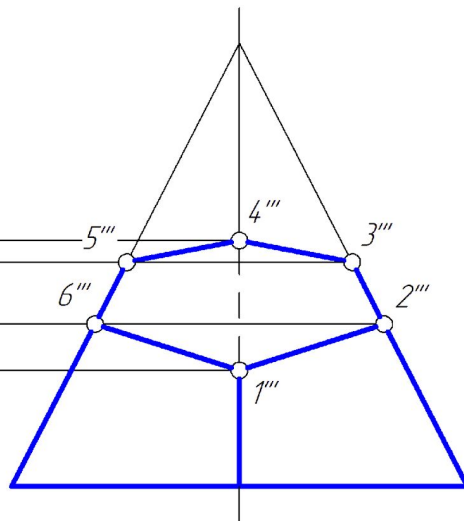
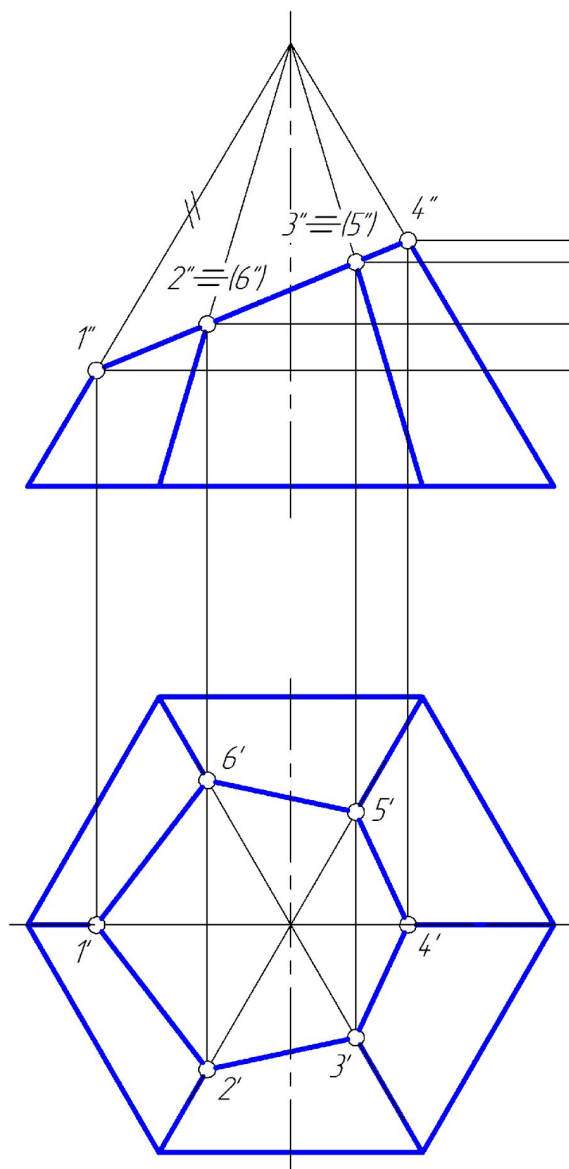


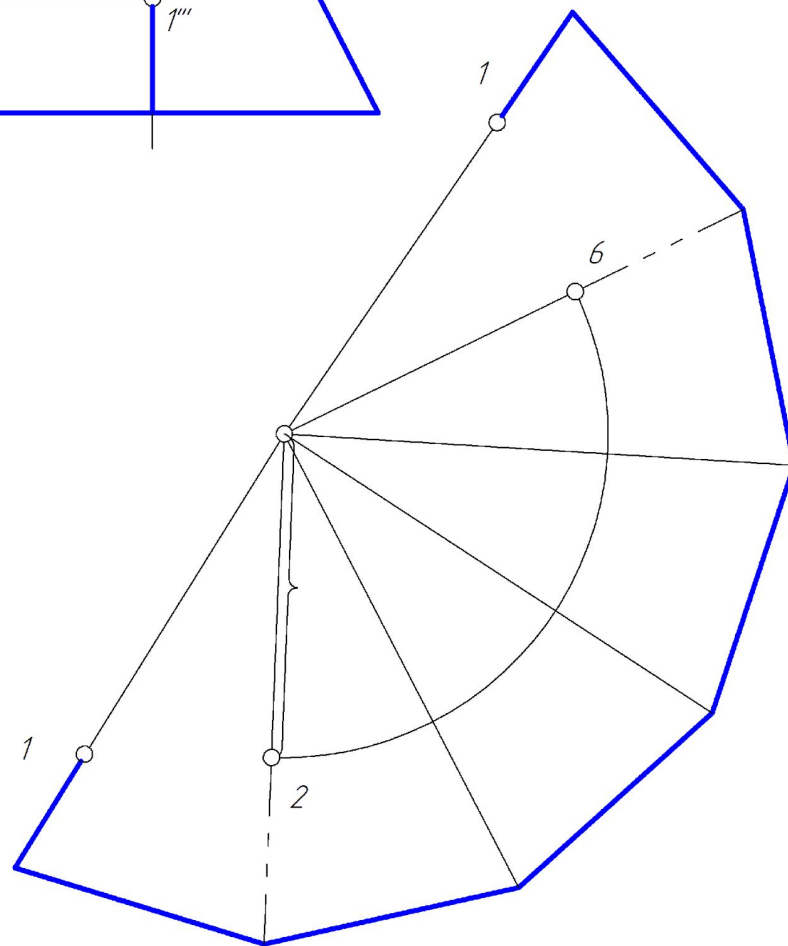
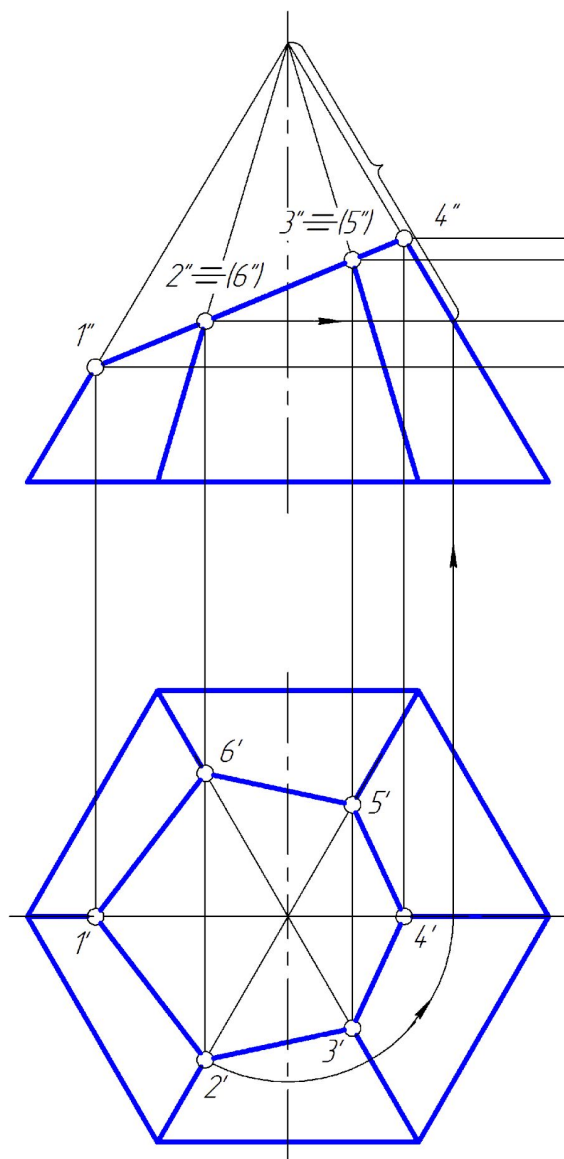


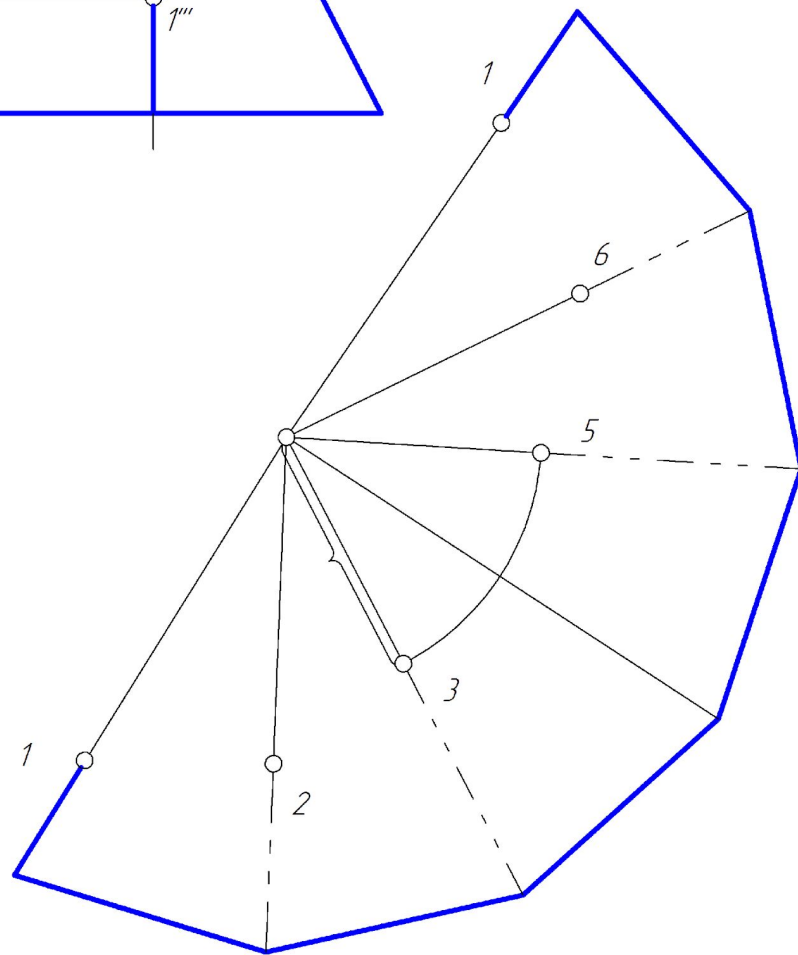
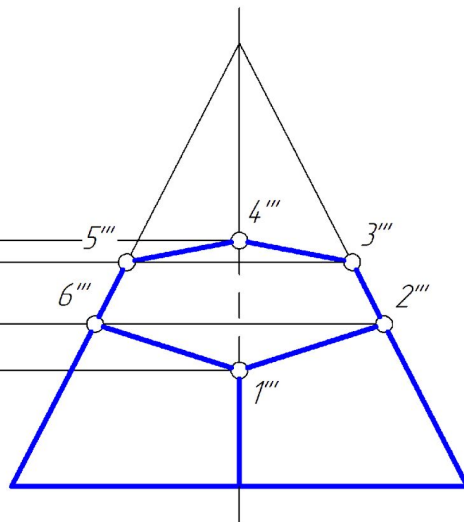
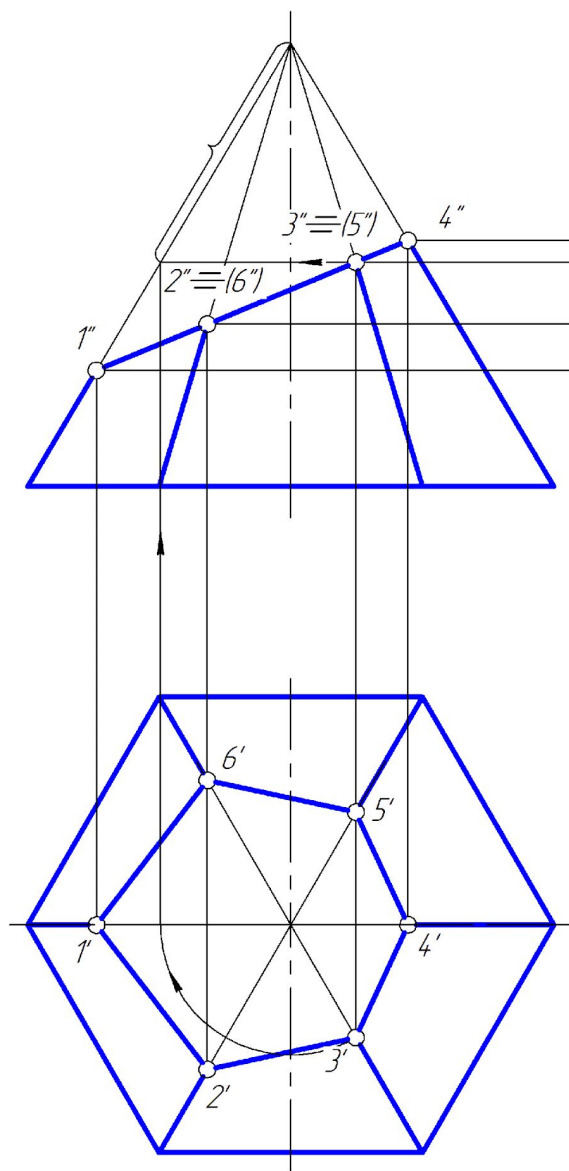


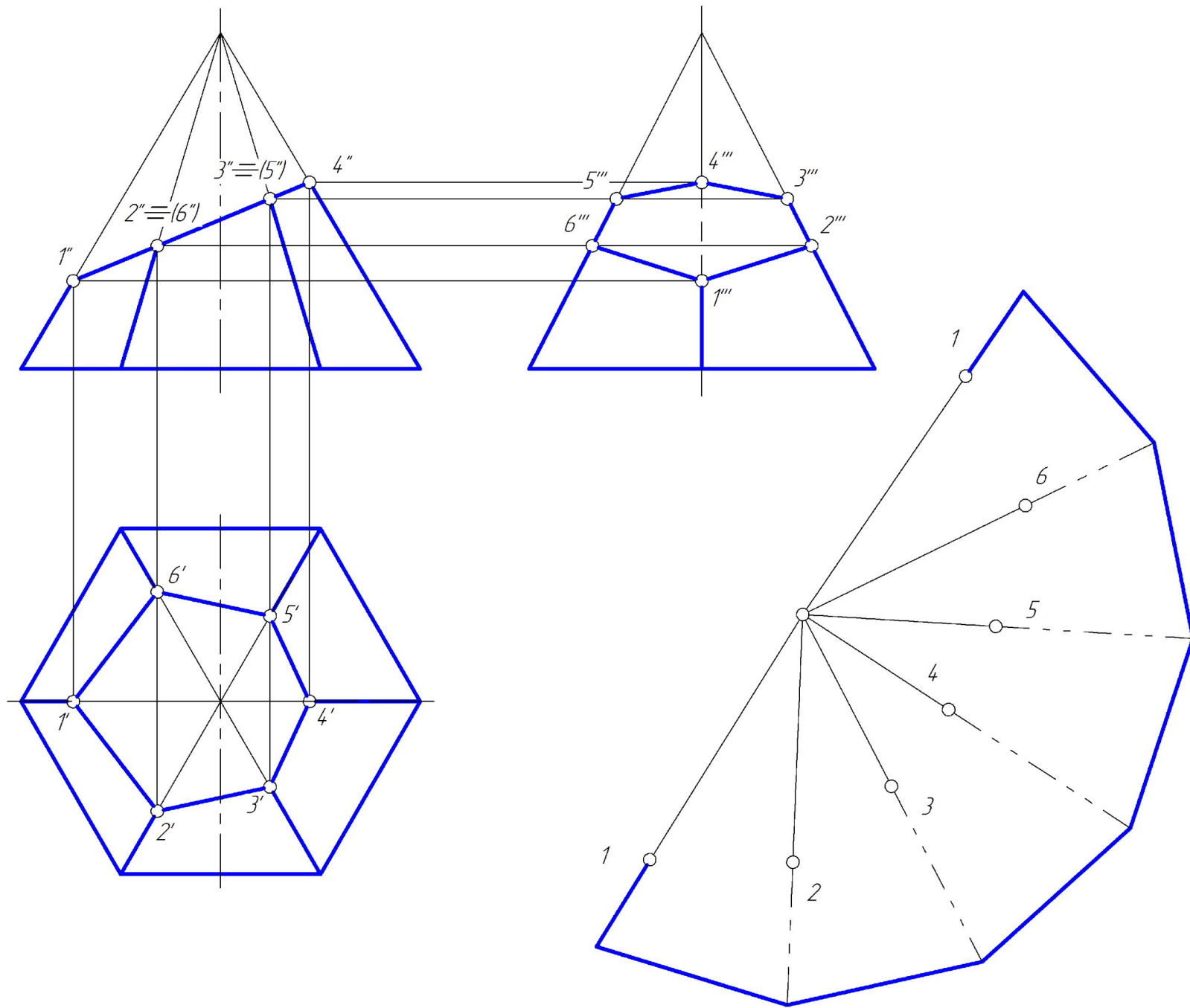


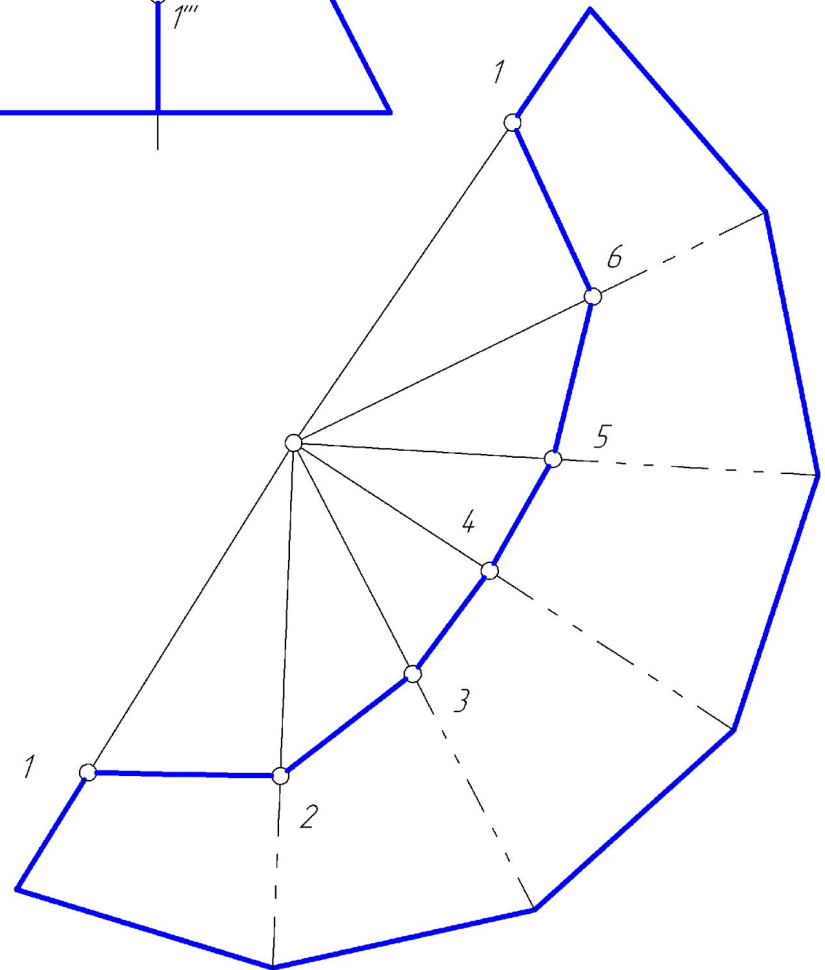
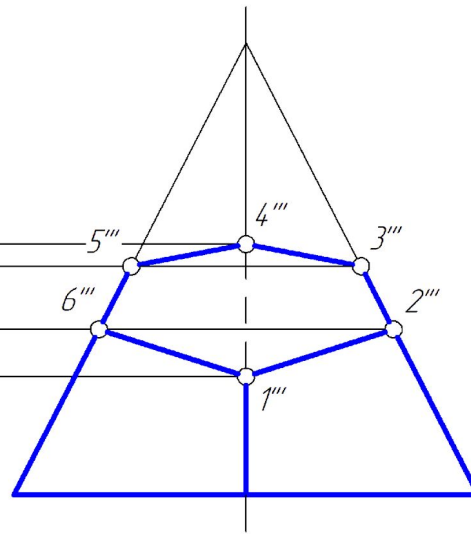
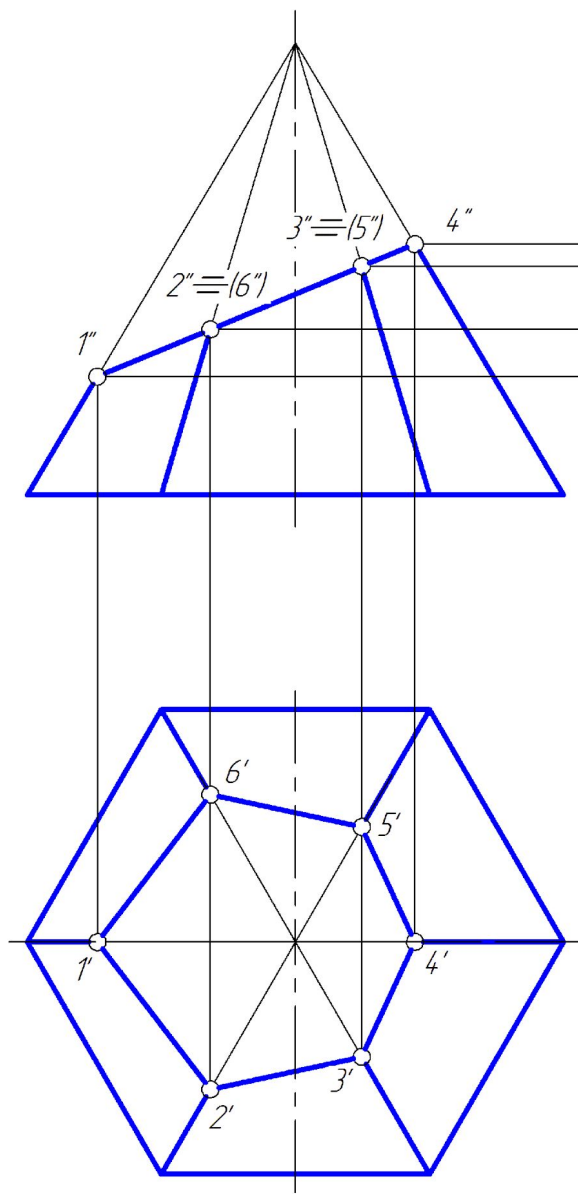












# Развертка конической поверхности

- Задача на построение развертки конической поверхности решается способом треугольников. Для этого коническая поверхность аппроксимируется вписанной в нее пирамидальной поверхностью.
- Чем больше число граней у вписанной пирамиды, тем меньше будет разница между действительной и приближенной разверткой конической поверхности.

- Если задана поверхность прямого кругового конуса, то развертка его боковой поверхности представляет круговой сектор, радиус которого = длине образующей конической поверхности, а центральный угол  $\varphi = R/L * 360^\circ$ , где:
- $R$  – радиус окружности основания конуса;
- $L$  – длина образующей конуса.

# Построение развертки боковой поверхности конуса

