

Позиционные задачи

Задачи, в которых определяют относительное положение или **общие элементы геометрических фигур (точки или линии)**

Вспомогательные позиционные задачи

- определение общих элементов простейших геометрических фигур **из условия принадлежности**

Первая позиционная задача

- определение **точек** пересечения линии и поверхности

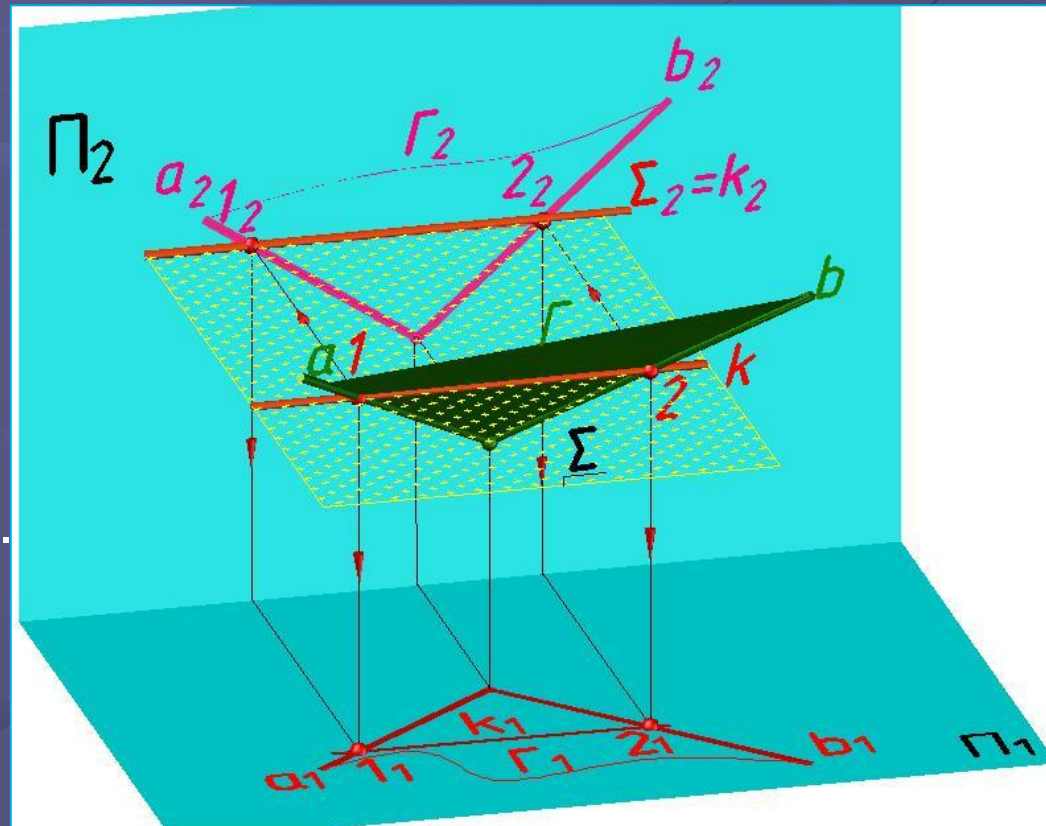
Вторая позиционная задача

- определение **линии** пересечения поверхностей

Определение общих элементов простейших геометрических фигур из условия принадлежности

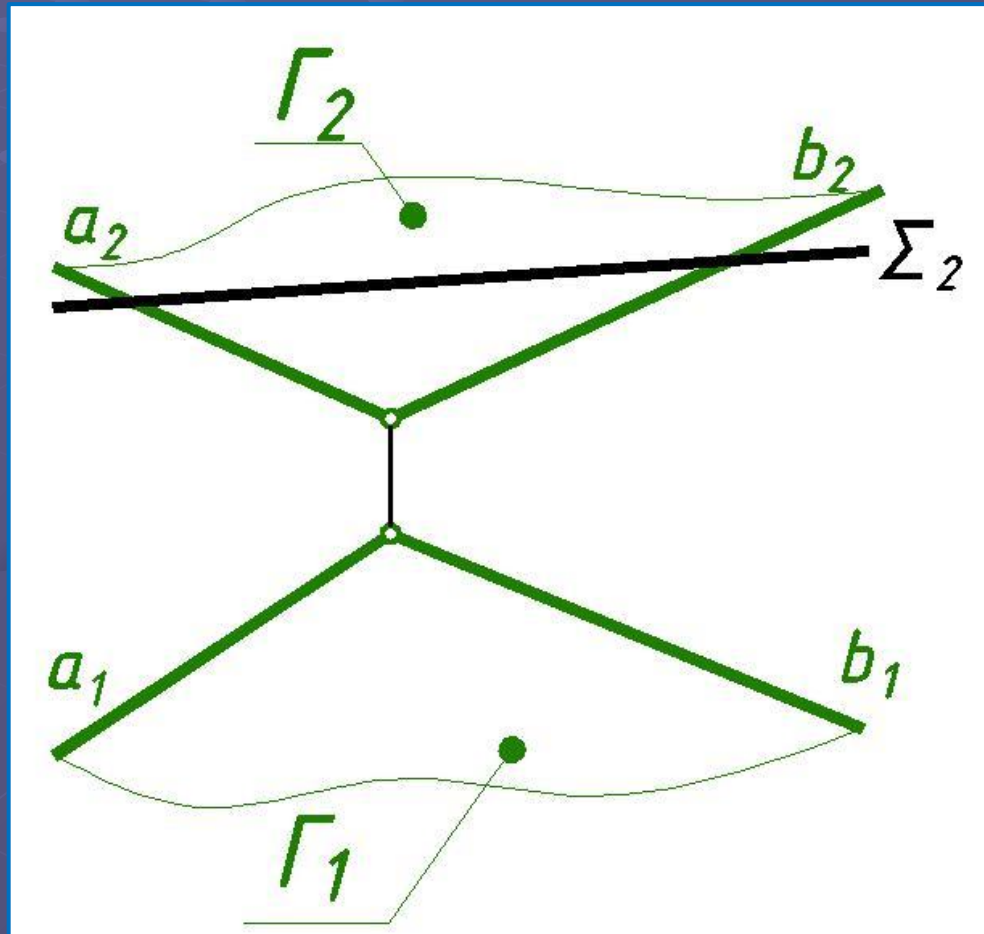
Задача. Построить **линию k** пересечения фронтально проецирующей плоскости Σ и плоскости $\Gamma(a \cap b)$ общего положения

При пересечении геометрических фигур с проецирующей плоскостью одна из проекций их общего элемента совпадает с проекцией проецирующей плоскости (которая вырождается в прямую линию). Поэтому решение этого типа задач сводится к построению второй проекции искомой геометрической фигуры.



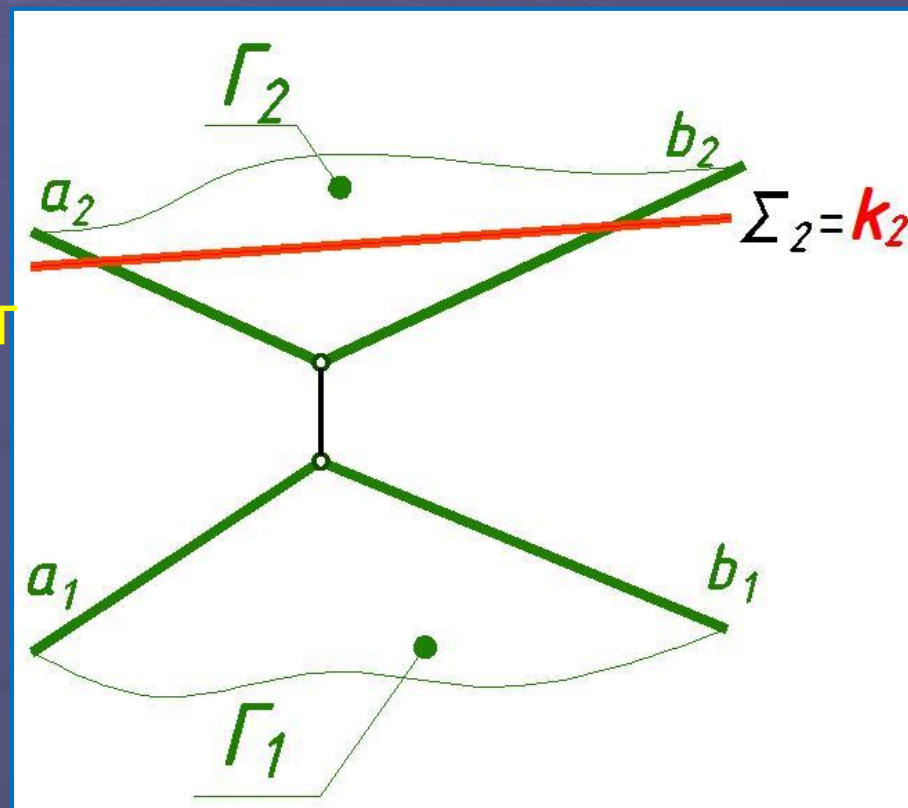
Задача. Построить **линию k**
пересечения **фронтально проецирующей**
плоскости Σ и **плоскости $\Gamma(a \cap b)$** общего
положения

Искомая **линия k**
пересечения двух
плоскостей **Σ** и **Γ**
является прямой,
одновременно
принадлежащей этим
плоскостям.



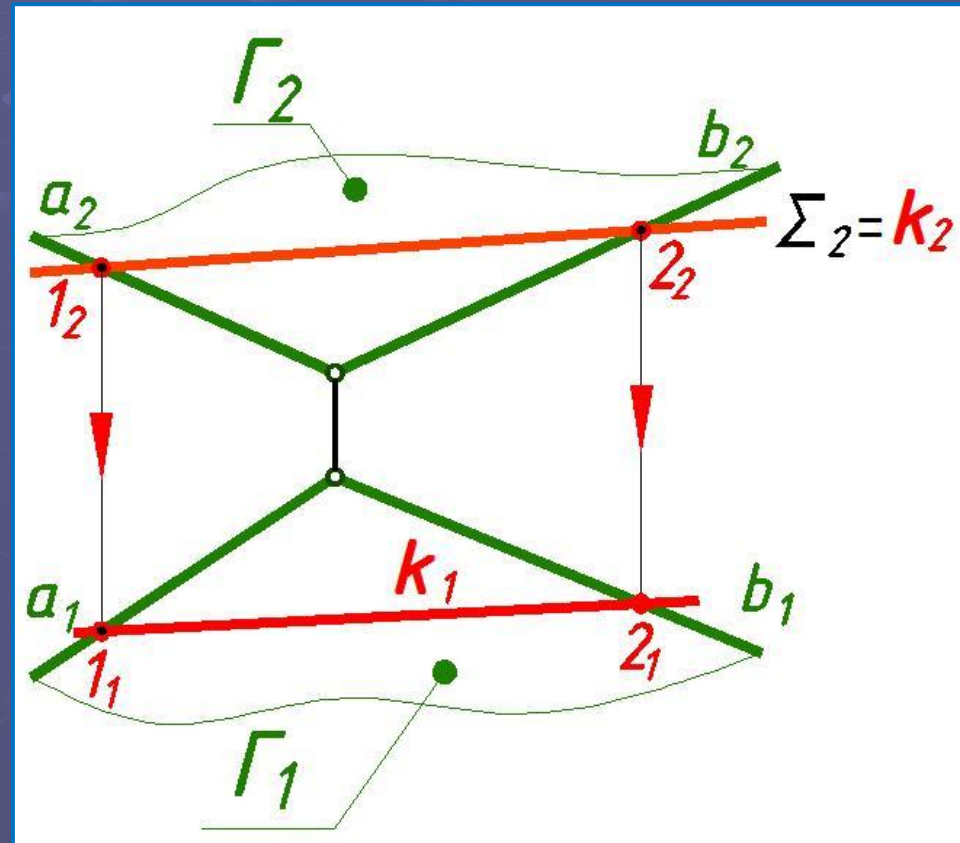
Построение фронтальной проекции линии пересечения плоскости $T(m \cap n)$ с плоскостью Σ

Фронтальная проекция k_2 искомой линии k пересечения двух плоскостей Σ и T совпадает с фронтальной проекцией (Σ_2) проецирующей плоскости Σ .



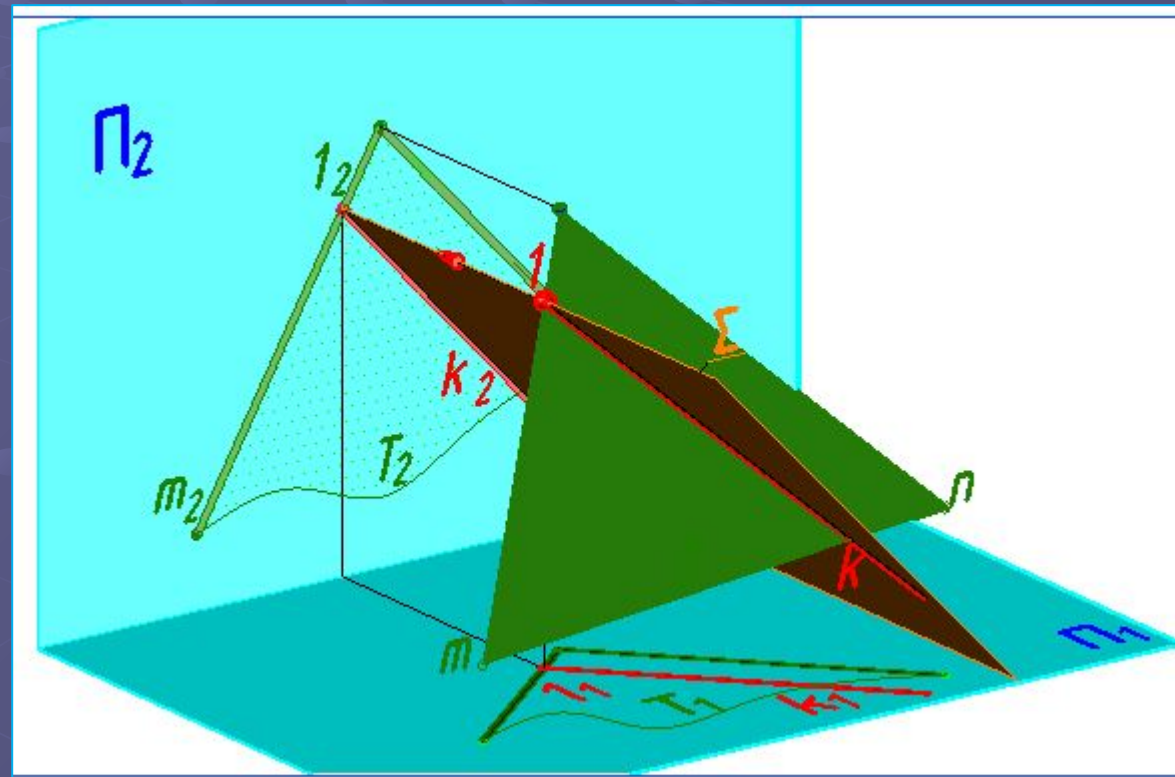
Построение горизонтальной проекции
линии пересечения плоскости $\Gamma(a \cap b)$ с
плоскостью Σ

Искомая линия k
пересечения двух
плоскостей Σ и Γ
принадлежит плоскости Γ ,
так как имеет с ней общие
точки 1 и 2



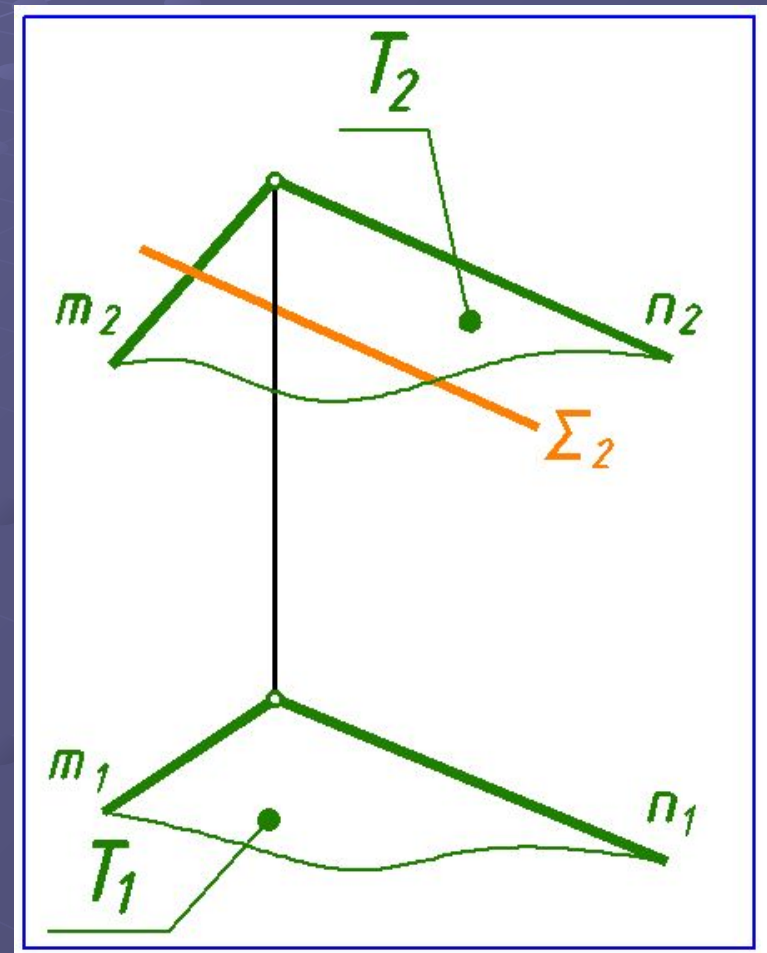
Построение **линии пересечения** плоскости общего положения с проецирующей плоскостью

Искомая **линия k**
пересечения
двух плоскостей
 Σ и T является
прямой,
одновременно
принадлежащей
этим плоскостям.



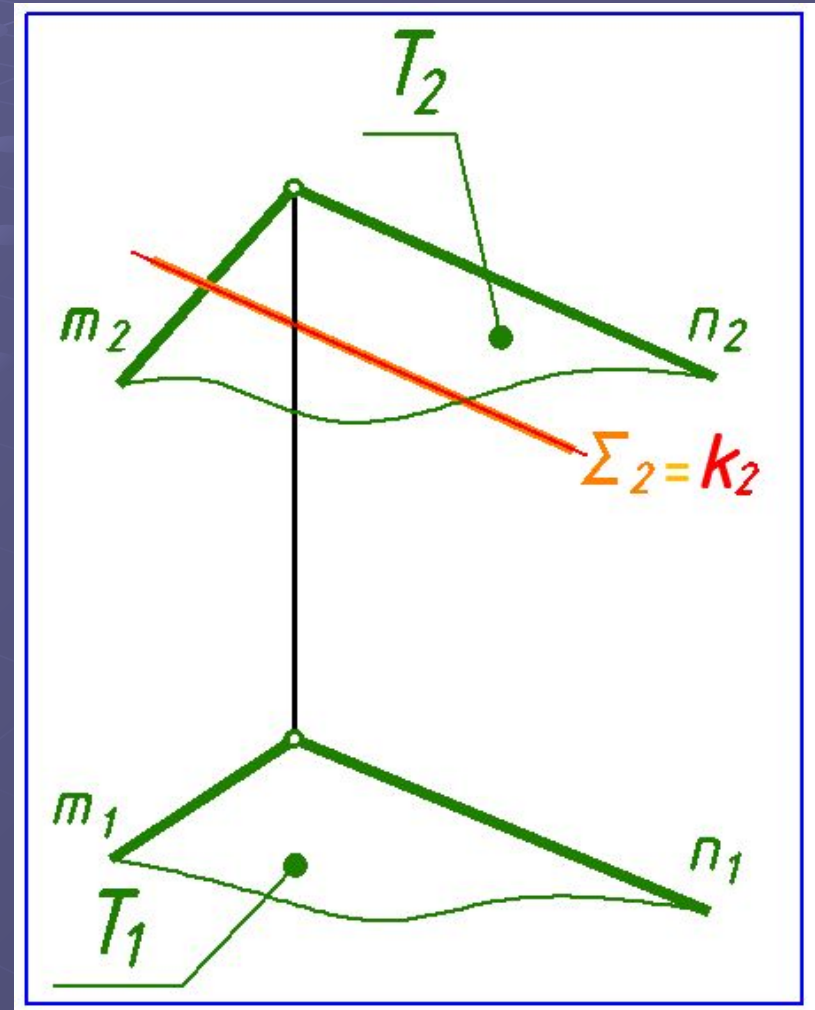
Построить **линию пересечения** плоскости
общего положения $T(m \cap n)$ с фронтально
проецирующей плоскостью Σ

Искомая **линия к**
пересечения двух
плоскостей Σ и T
является прямой,
одновременно
принадлежащей этим
плоскостям.



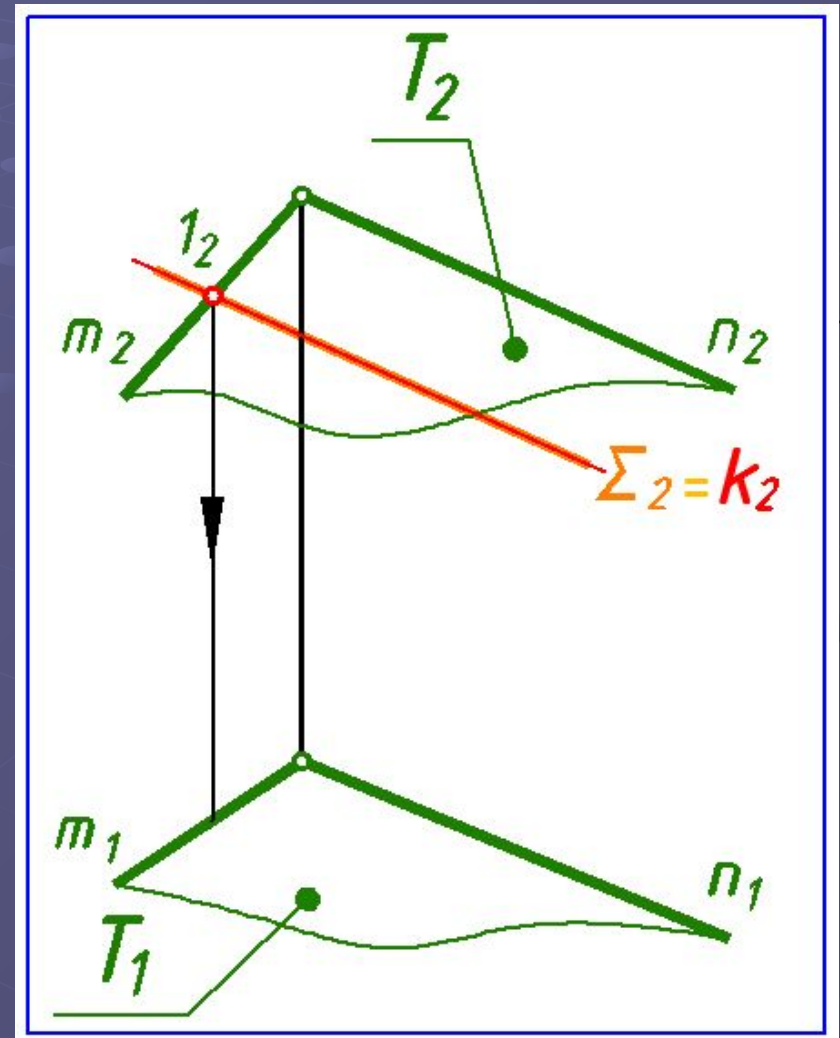
Построение фронтальной проекции линии пересечения плоскости $T(m \cap n)$ с плоскостью Σ

Фронтальная проекция k_2 искомой линии k пересечения двух плоскостей Σ и T совпадает с фронтальной проекцией (Σ_2) проецирующей плоскости Σ .



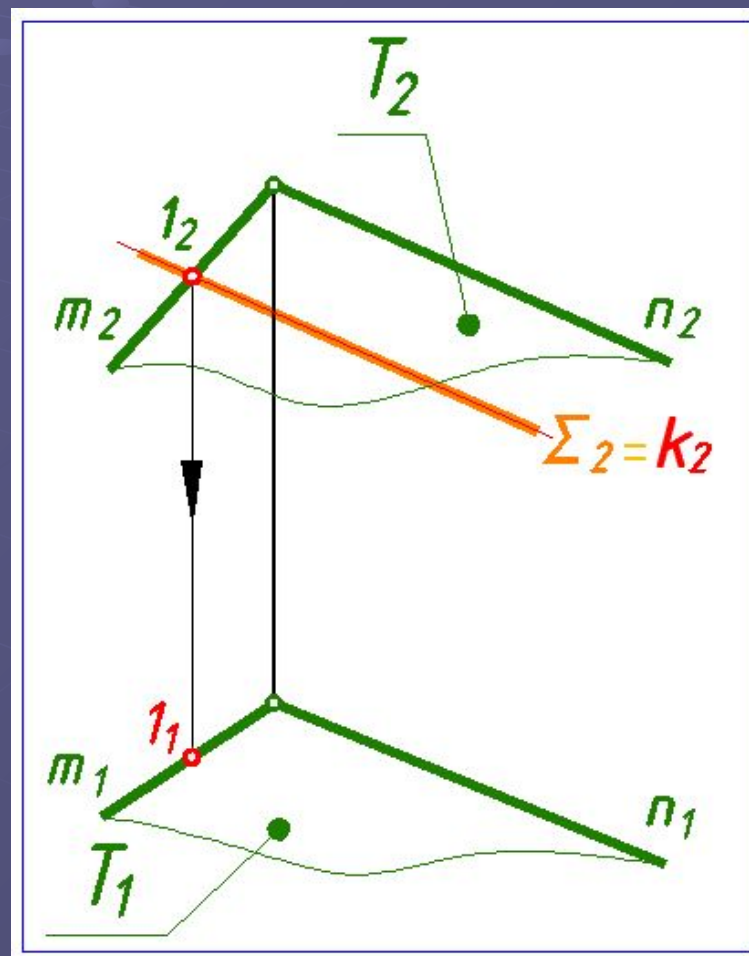
Построение горизонтальной проекции линии пересечения плоскости $T(m \cap n)$ с плоскостью Σ

Искомая линия k
пересечения двух
плоскостей Σ и T
принадлежит плоскости T ,
так как имеет с ней общую
точку 1 и параллельна
прямой n , принадлежащей
плоскости T .



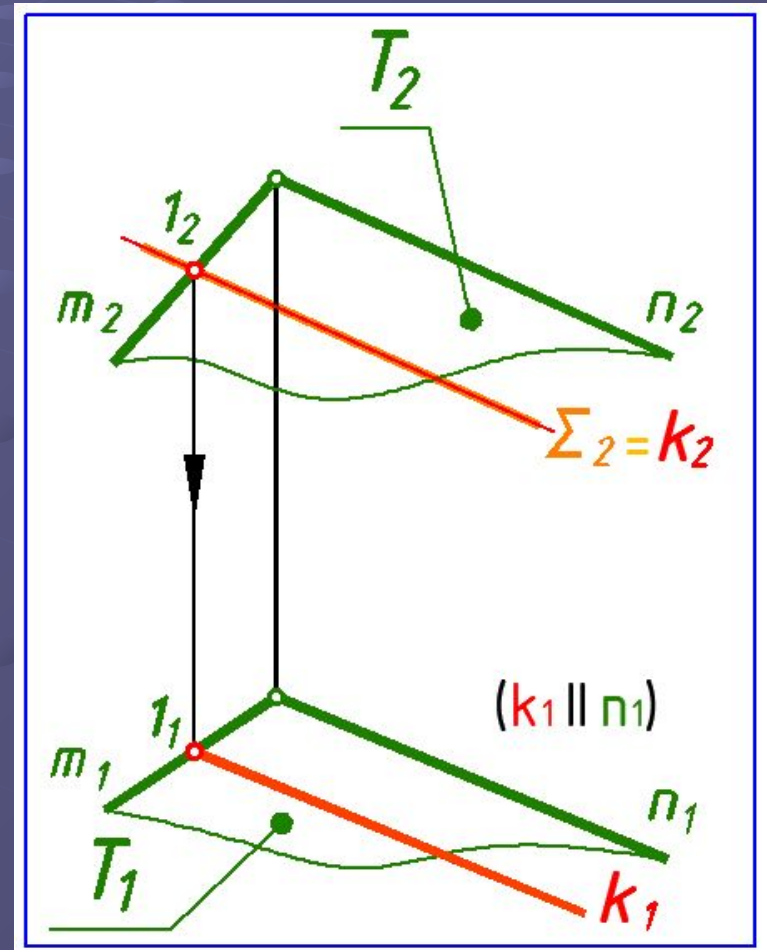
Построение горизонтальной проекции линии пересечения плоскости $T(m \cap n)$ с плоскостью Σ

По линии связи по
принадлежности к прямой m
плоскости T ,
определим горизонтальную
проекцию (1_1) точки 1 .

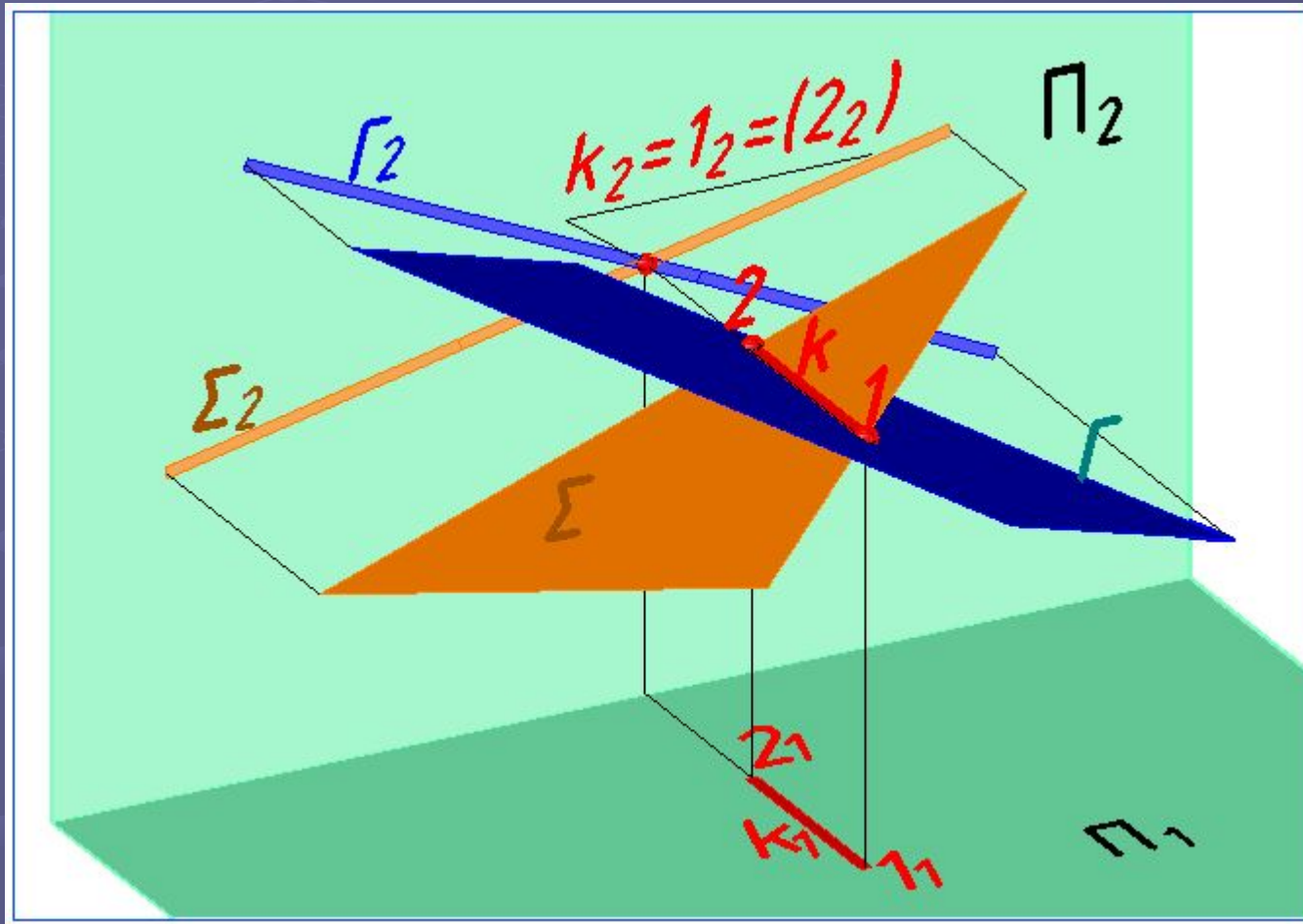


Построение горизонтальной проекции
линии пересечения плоскости $T(m \cap n)$ с
плоскостью Σ

- Горизонтальную проекцию k_1 искомой прямой k проведём из 1_1 параллельно горизонтальной проекции n_1 .
- У параллельных прямых одноимённые проекции параллельны.



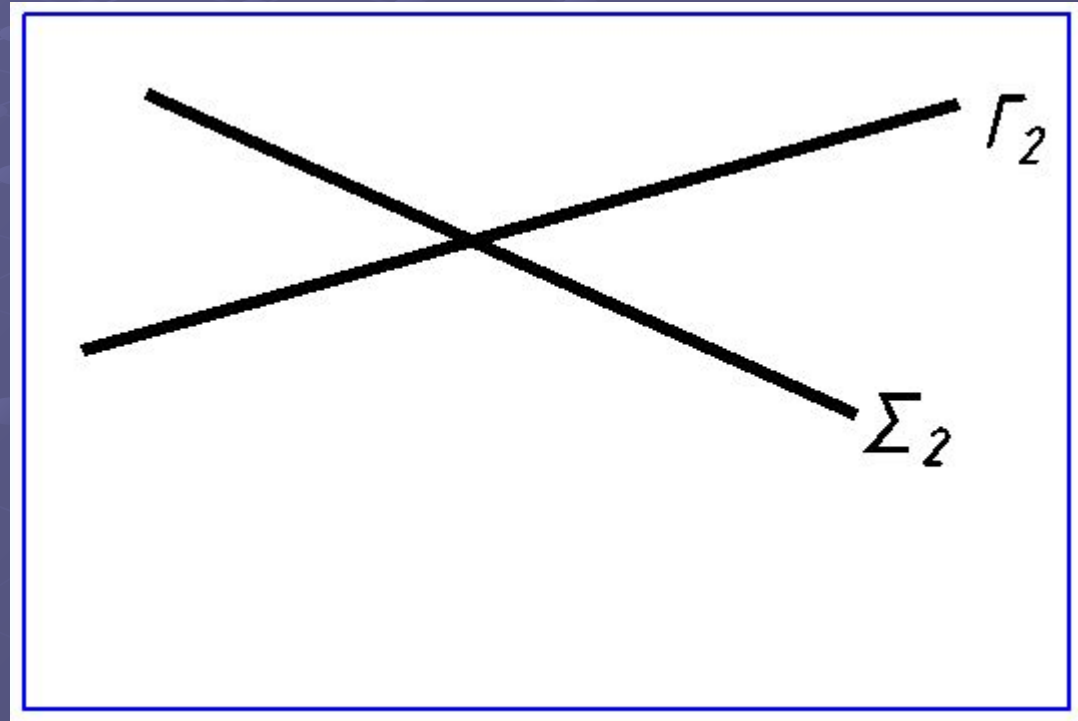
Построение линии пересечения фронтально проецирующих плоскостей



Линия k пересечения фронтально проецирующих плоскостей Σ и Γ - фронтально проецирующая прямая.

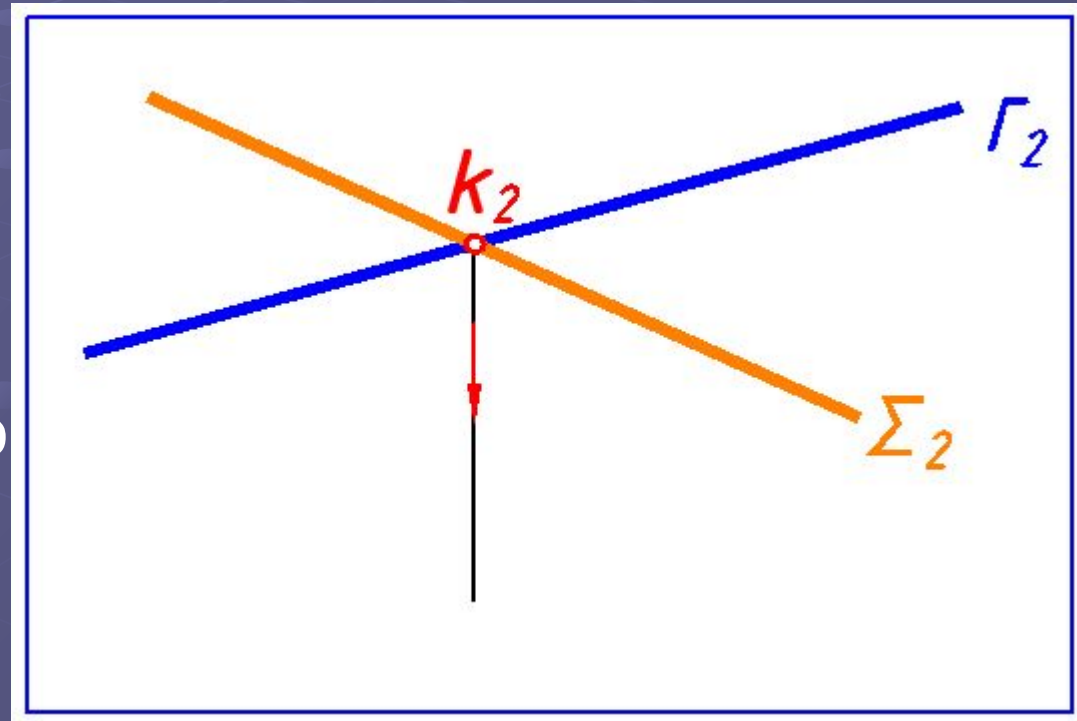
Построить линию k пересечения фронтально проецирующих плоскостей Σ и Γ .

Заданные плоскости пересекаются по линии k (k_2, k_1), одновременно принадлежащей плоскостям Σ и Γ .

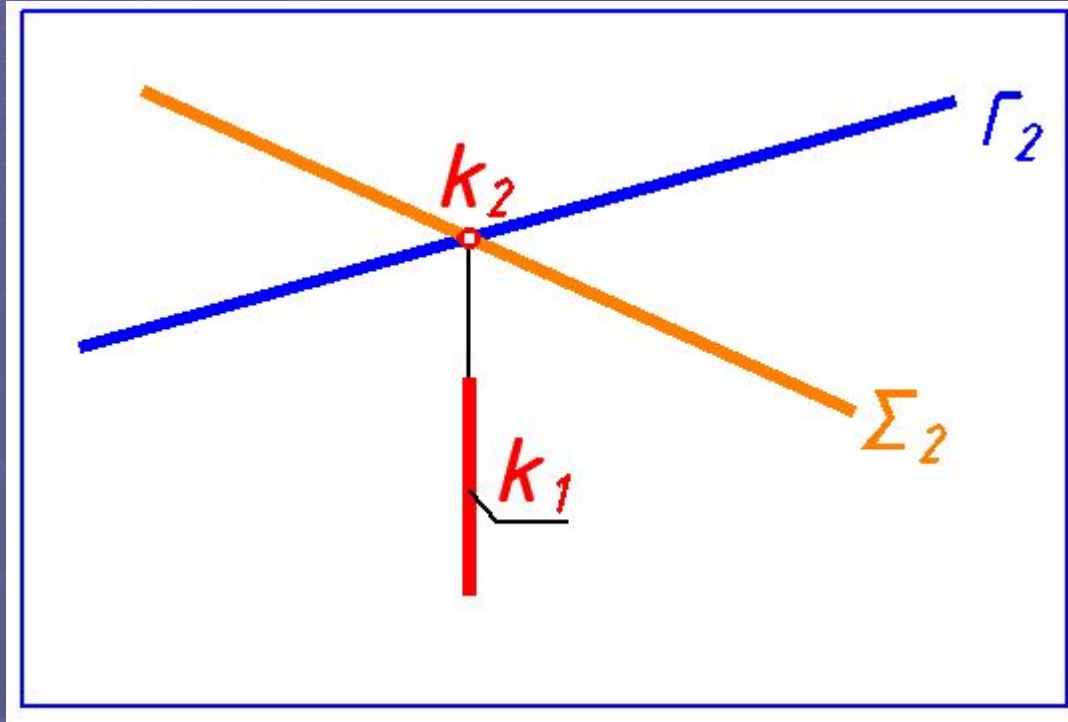


Построение фронтальной проекции линии пересечения плоскостей Σ и Γ .

- Фиксируем фронтальную проекцию k_2 искомой линии k на пересечении фронтальных проекций Σ_2 и Γ_2 заданных плоскостей.
- Проведём вертикальную линию связи для построения горизонтальной проекции k_1 искомой линии пересечения.



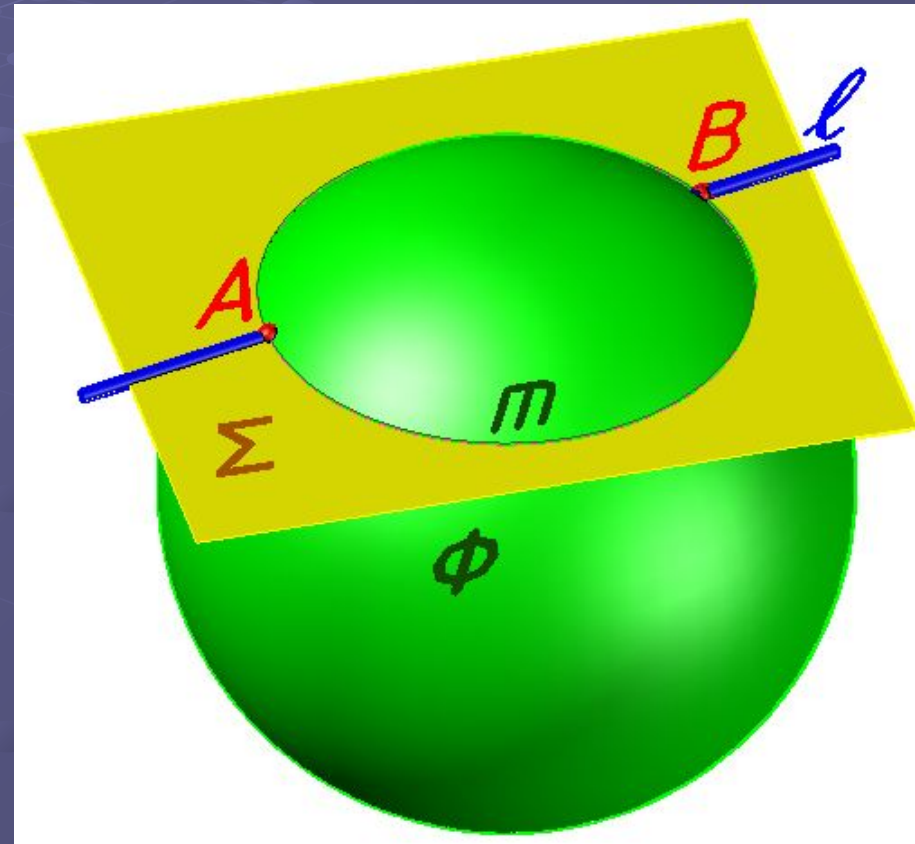
Построение горизонтальной проекции линии пересечения плоскостей Σ и Γ .



Линия $k(k_2, k_1)$ пересечения фронтально проецирующих плоскостей Σ и Γ - фронтально проецирующая прямая. Её горизонтальная проекция k_1 по направлению совпадает с вертикальной линией связи.

Первая позиционная задача: определение точек пересечения линии и поверхности

- В зависимости от вида и взаимного расположения линии и поверхности, **точек** их пересечения может быть **одна** или **несколько**.
- Прямая линия с алгебраической поверхностью **n -го порядка** пересекается в **n точках**.
- В основу построения общих точек положен **способ вспомогательных поверхностей**.



Сущность способа вспомогательных поверхностей

Сущность способа состоит в том, что каждая из искомых точек (A , B) рассматривается как результат пересечения двух линий (ℓ и m), принадлежащих вспомогательной поверхности (Σ).

Одна из них является заданной линией(ℓ) , а вторая - линией пересечения (m) вспомогательной (Σ) и заданной (Φ) поверхностей.

Схема решения задач на определение общих точек линии и поверхности

1. Через данную линию ℓ проводим вспомогательную поверхность Σ .

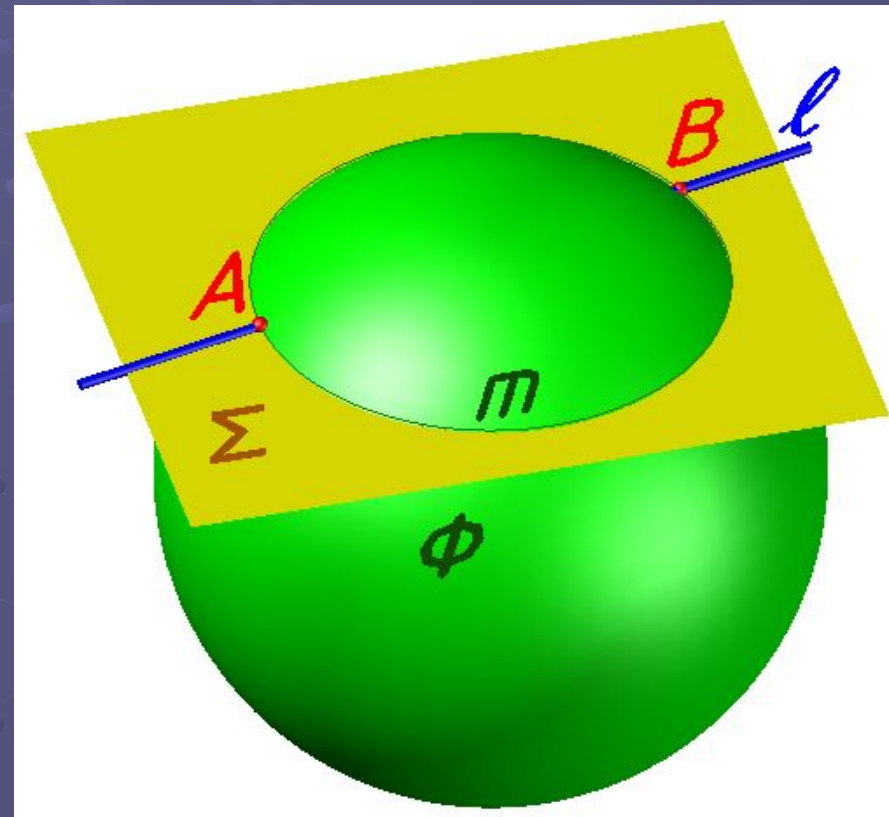
$$\Sigma \supset \ell$$

2. Определяем линию m пересечения вспомогательной Σ и заданной Φ поверхностей.

$$m = \Sigma \cap \Phi$$

3. Отмечаем точки A, B , пересечения линий ℓ и m , которые являются искомыми.

$$m \cap \ell = A, B$$



Алгоритм

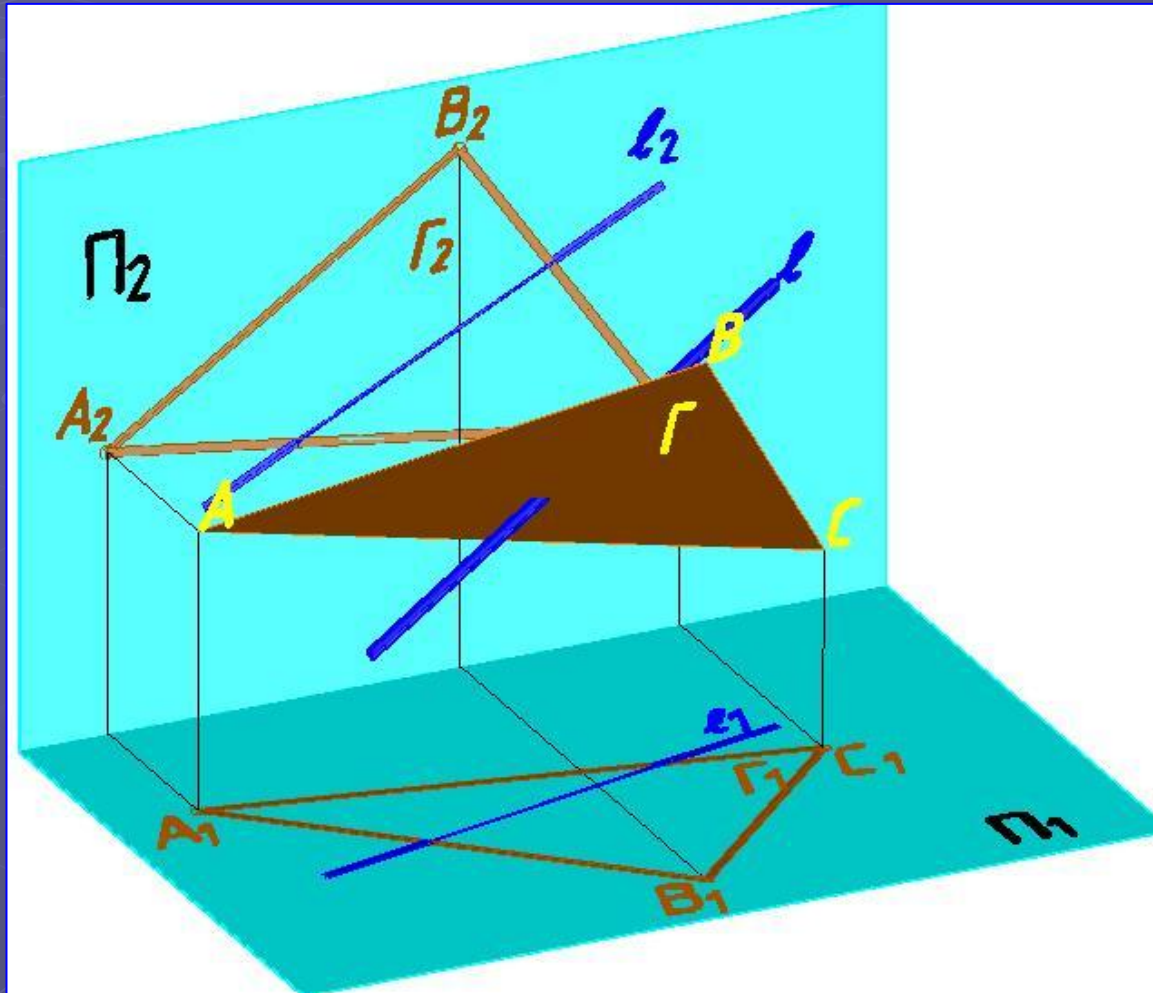
- Для конкретной задачи на основании общей схемы составляется алгоритм ее решения. **Алгоритмом называется совокупность однозначных последовательных операций, которые необходимо выполнить для решения данной задачи.**
- Схема преобразуется в алгоритм, если конкретизировать первый пункт, т. е. **точно указать вид и положение вспомогательной поверхности**, которая выбирается для определения точек пересечения заданных линии и поверхности.
- В качестве вспомогательных поверхностей наиболее часто применяют плоскости частного положения.

Первая позиционная задача

- определение точки пересечения линии
и плоскости

Задача

Построить точку ***K***
пересечения прямой
l плоскостью ***Г(ABC)***.
Определить
видимость проекций
прямой.
Записать алгоритм.



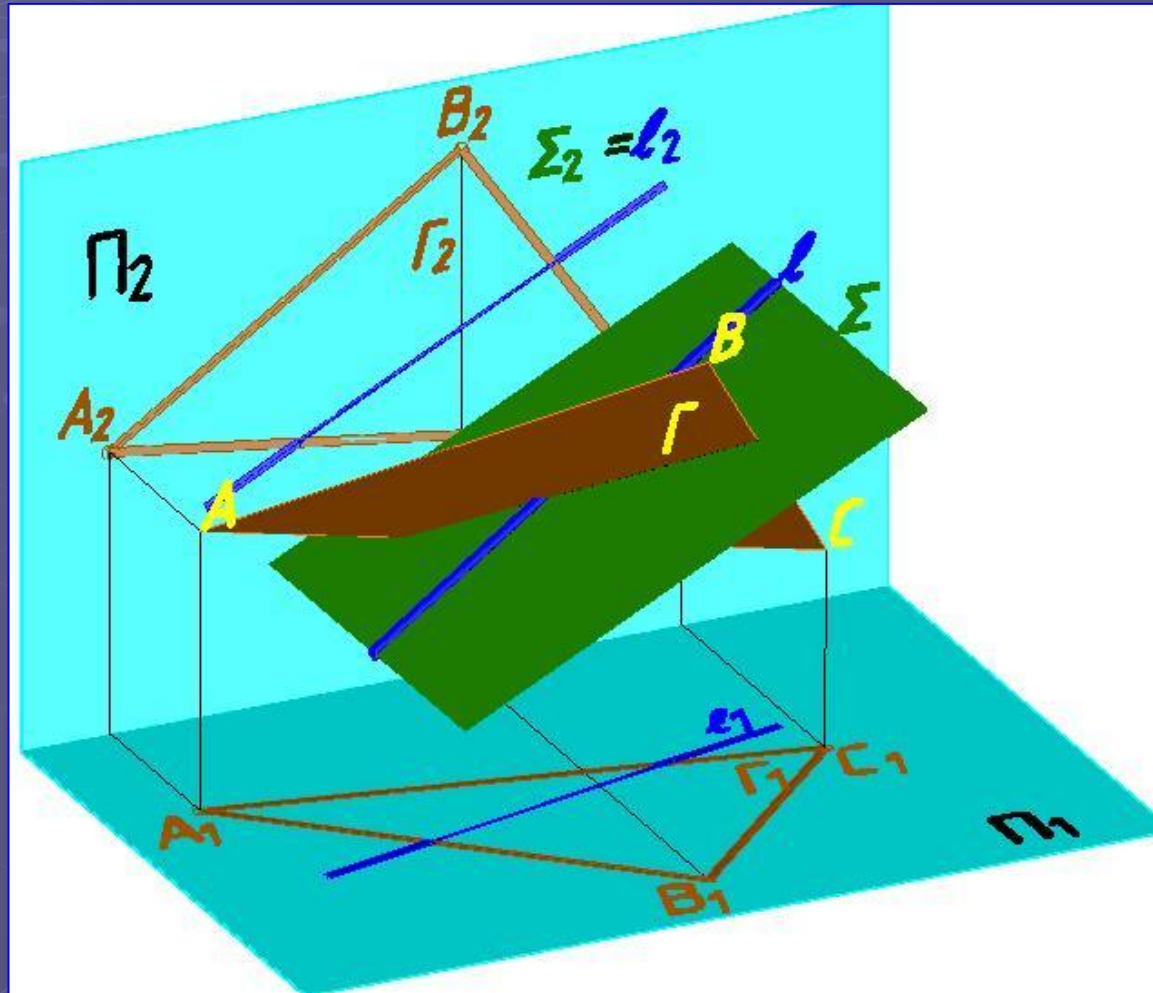
Первая позиционная задача

- определение точки пересечения линии
и плоскости

Алгоритм:

1. Через прямую ℓ
проводим фронтально
проецирующую
плоскость Σ

$$\ell \subset \Sigma \perp \Pi_2$$



Первая позиционная задача

- определение точки пересечения линии
и плоскости

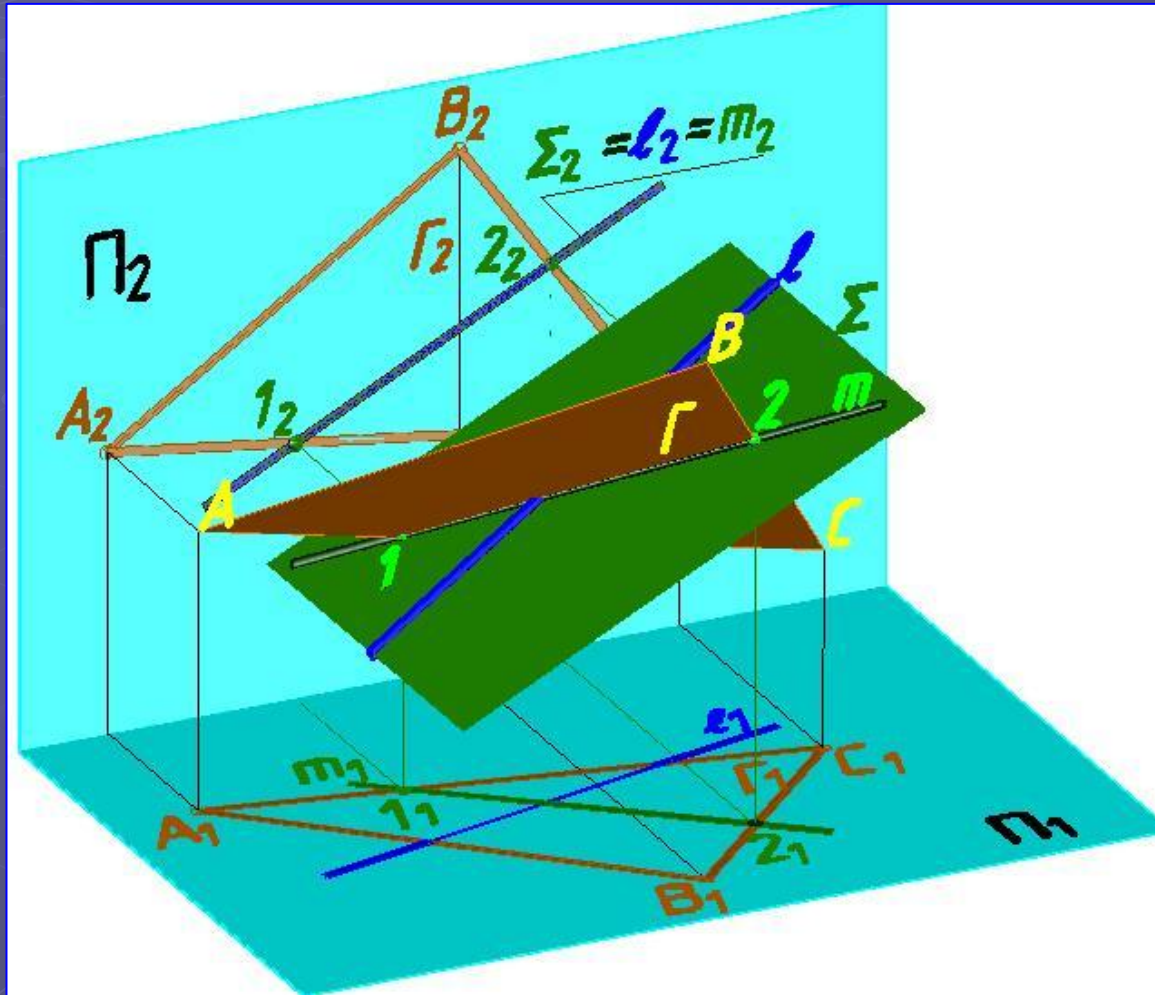
Алгоритм:

1. Через прямую ℓ
проводим фронтально
проецирующую
плоскость Σ

$$\ell \subset \Sigma \perp \Pi_2$$

2. Определяем прямую
 $m(1,2)$ пересечения
плоскостей Γ и Σ ;

$$\Sigma \cap \Gamma = m(1,2)$$



Первая позиционная задача

- определение точки пересечения линии
и плоскости

Алгоритм:

1. Через прямую ℓ
проводим фронтально
проецирующую
плоскость Σ

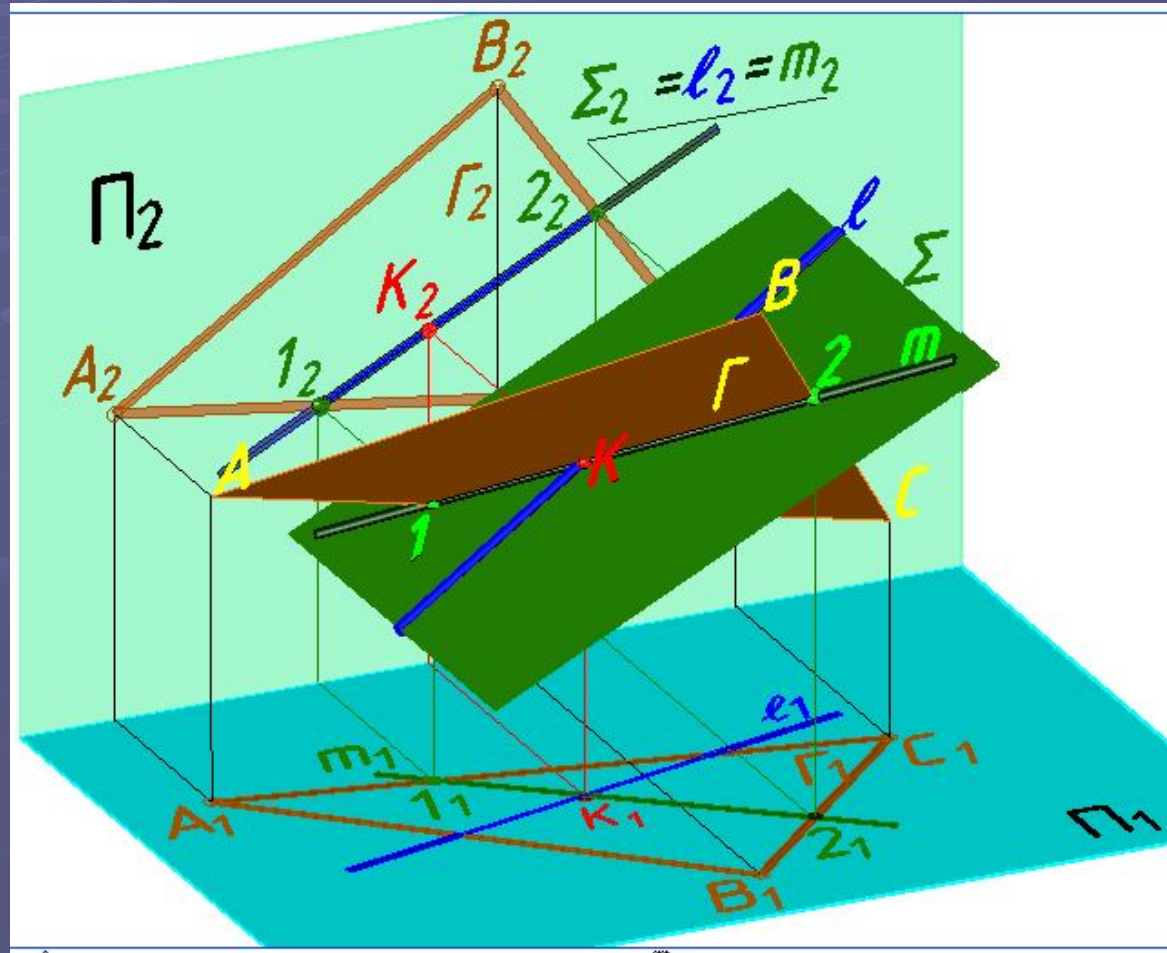
$$\ell \subset \Sigma \perp \Pi_2$$

2. Определяем прямую
 $m(1,2)$ пересечения
плоскостей Γ и Σ ;

$$\Sigma \cap \Gamma = m(1,2)$$

3. Отмечаем точку K
пересечения прямых
 $m(1,2)$ и ℓ , которая
является искомой

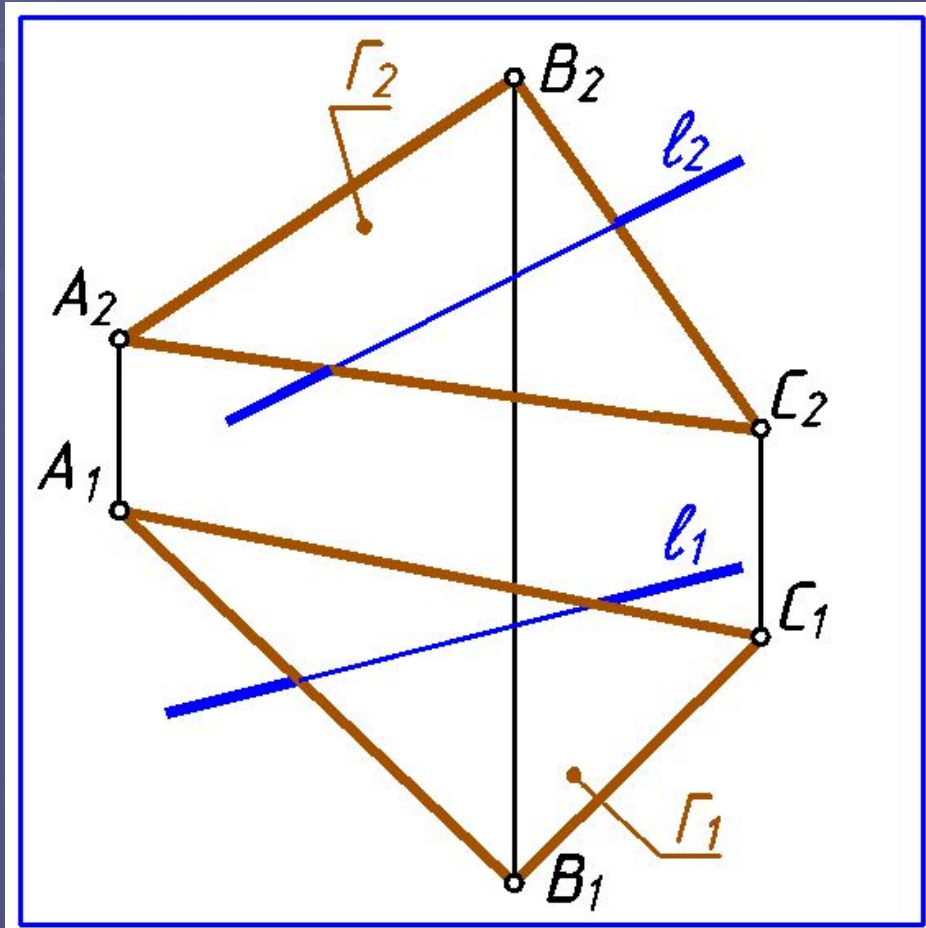
$$m(1,2) \cap \ell = K$$



Определение точки пересечения линии и плоскости

Задача

- Построить точку ***K*** пересечения прямой ***ℓ*** плоскостью **$\Gamma(ABC)$** .
- Определить видимость проекций прямой.
- Записать алгоритм.

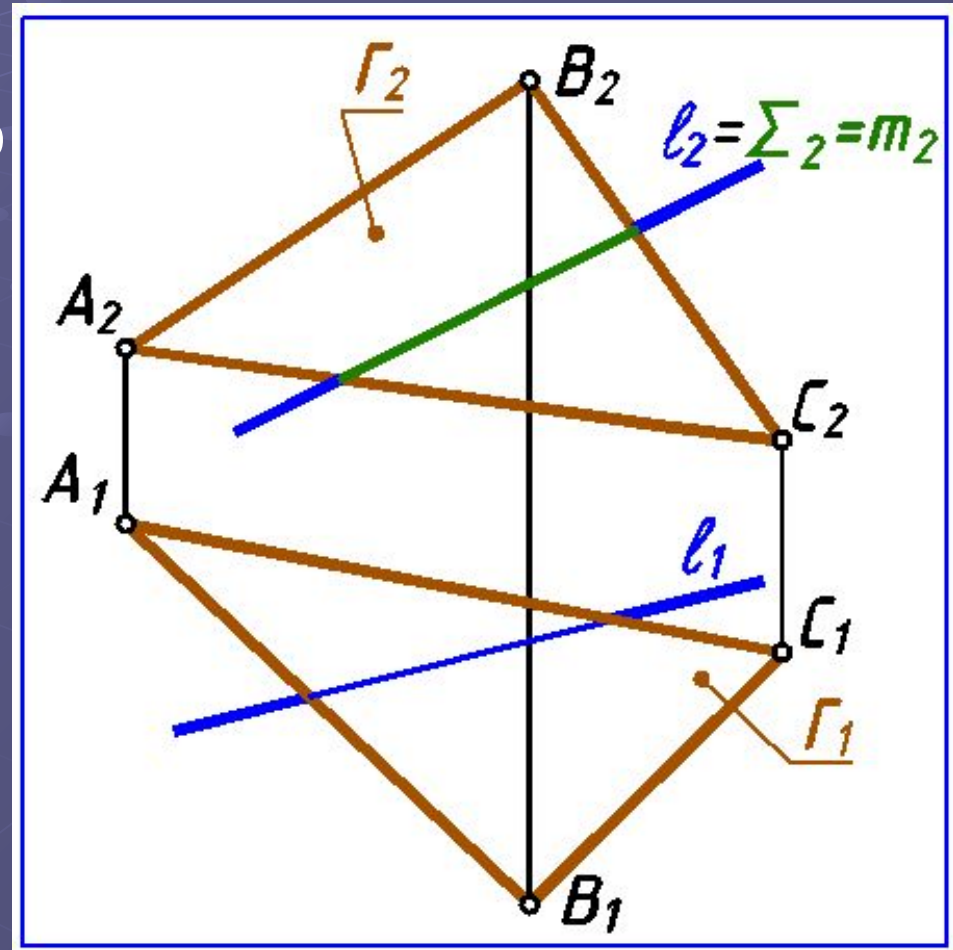


Введение вспомогательной проецирующей плоскости $\Sigma(\Sigma_2)$

Через прямую ℓ проводим
фронтально проецирующую
плоскость Σ

$$\ell \subset \Sigma \perp P_2$$

Проецирующая плоскость Σ
содержит проекцию m_2
линии пересечения с
плоскостью $\Gamma(\Gamma_2, \Gamma_1)$.

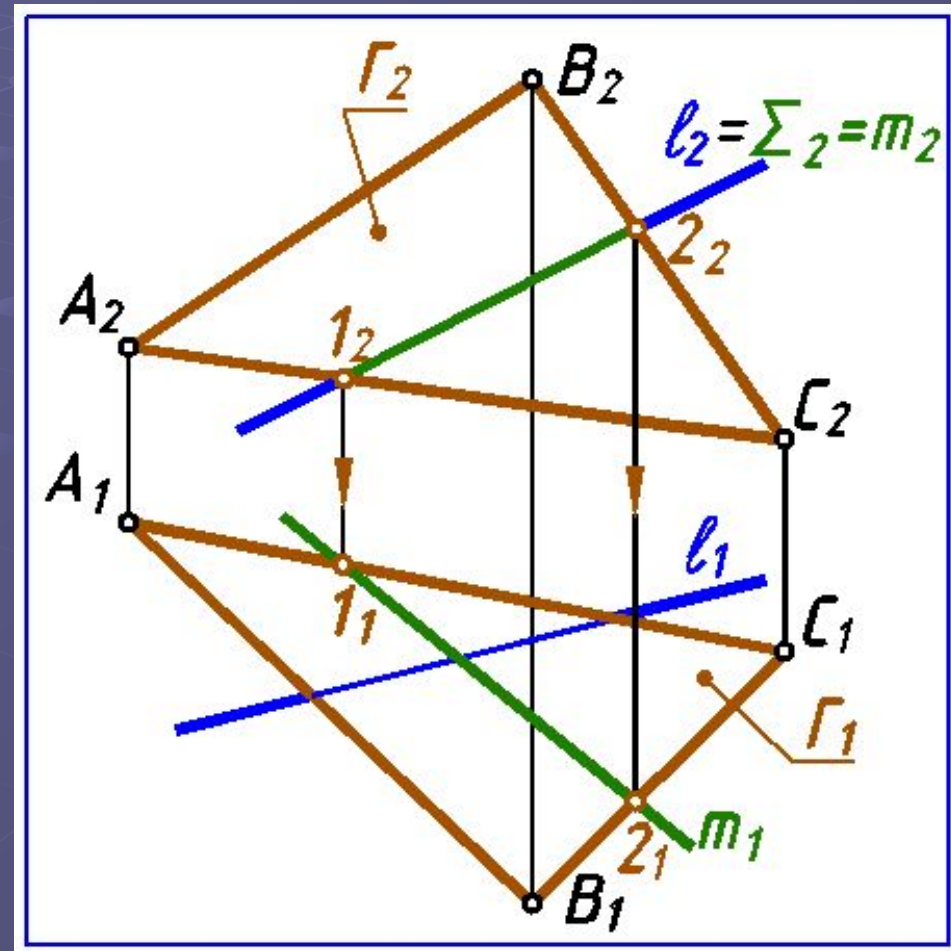


Построение горизонтальной проекции (m_1) линии пересечения плоскостей Σ и Γ

По линиям связи по принадлежности к $[AC]$ и $[BC]$ находим горизонтальные проекции 1_1 и 2_1 точек линии (m) пересечения плоскостей Σ и Γ .

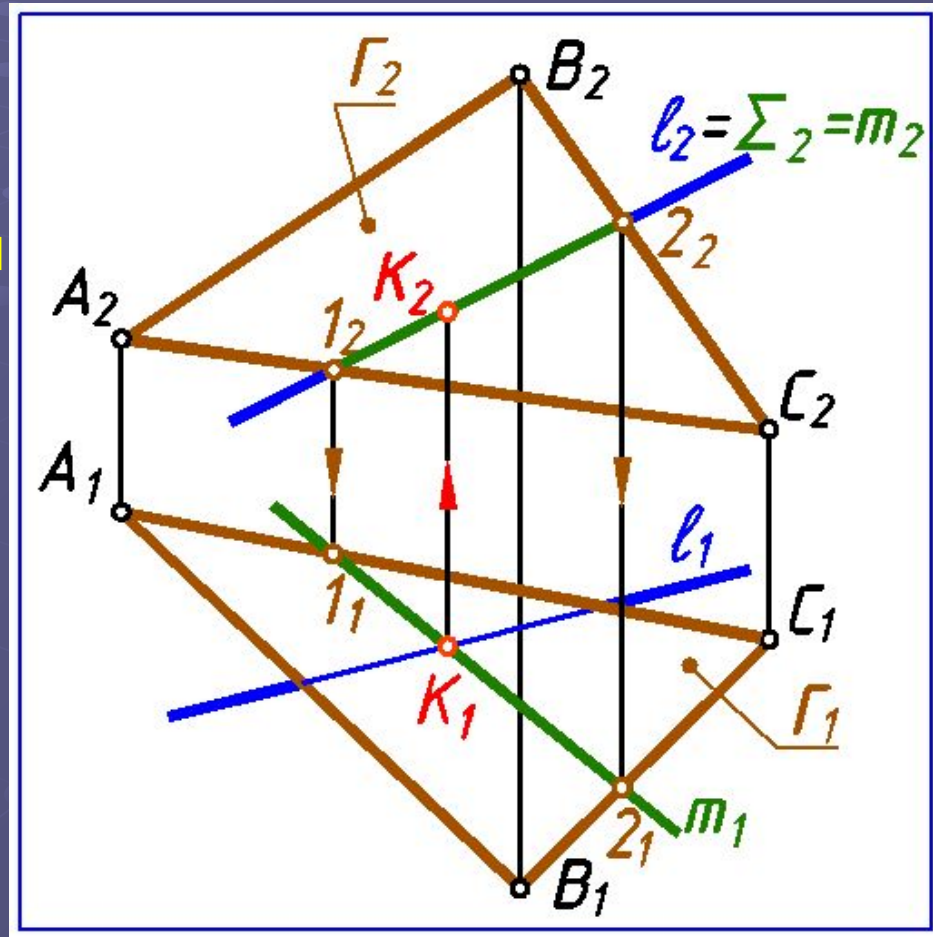
Через найденные точки проводим горизонтальную проекцию (m_1) линии m пересечения плоскостей Σ и Γ .

$$\Sigma \cap \Gamma = m(1,2)$$



Построение точки K пересечения прямой ℓ плоскостью $\Gamma(ABC)$.

Горизонтальную проекцию (K_1) точки K пересечения прямой ℓ плоскостью $\Gamma(ABC)$ фиксируем в пересечении горизонтальных проекций (m_1) и (ℓ_1) линий m и ℓ .
 Фронтальную проекцию (K_2) точки K определим по линии связи по принадлежности прямой ℓ . ($K_2 \in \ell_2$)
 $K = m(1,2) \cap \ell$



Определение **видимости** проекций прямой линии ℓ

Считаем плоскость непрозрачной.
Плоскость **закрывает** часть линии,
находящуюся за ней.

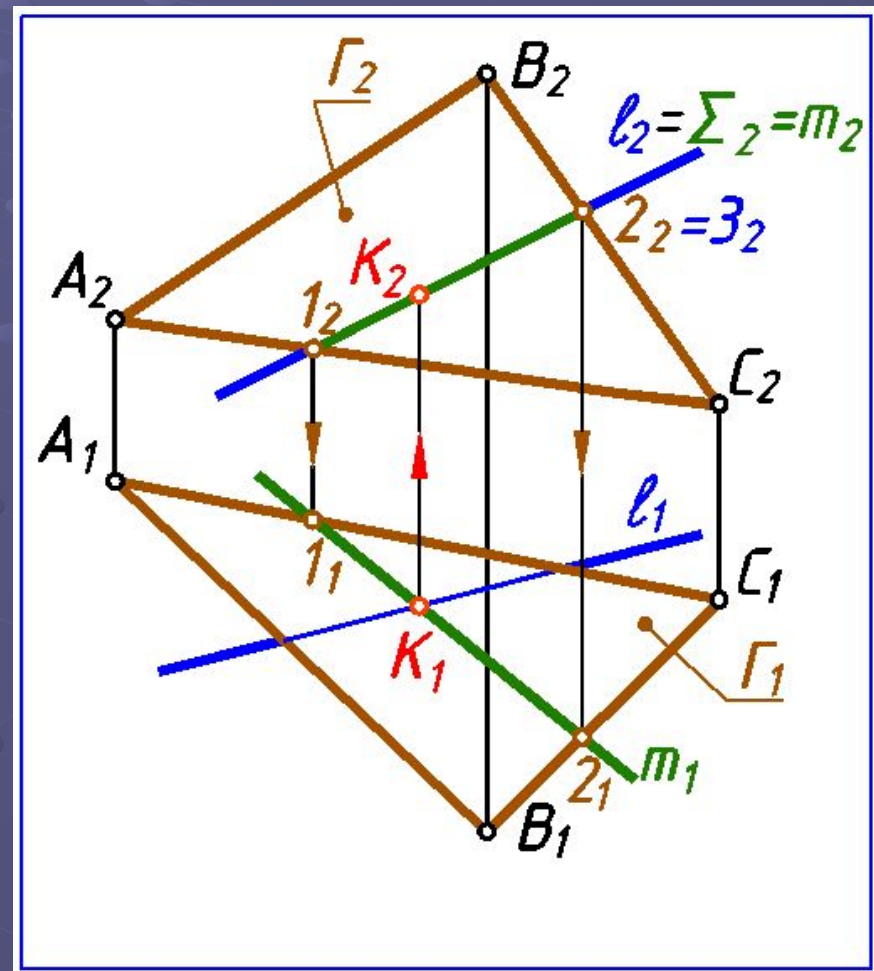
В точке пересечения **К** видимость
меняется на противоположную.

Видимость определяется **отдельно**
для каждой плоскости проекций.

Для определения видимости ℓ_2
прямой ℓ на Π_2 , выделяем
фронтально конкурирующие точки
2 и **3**.

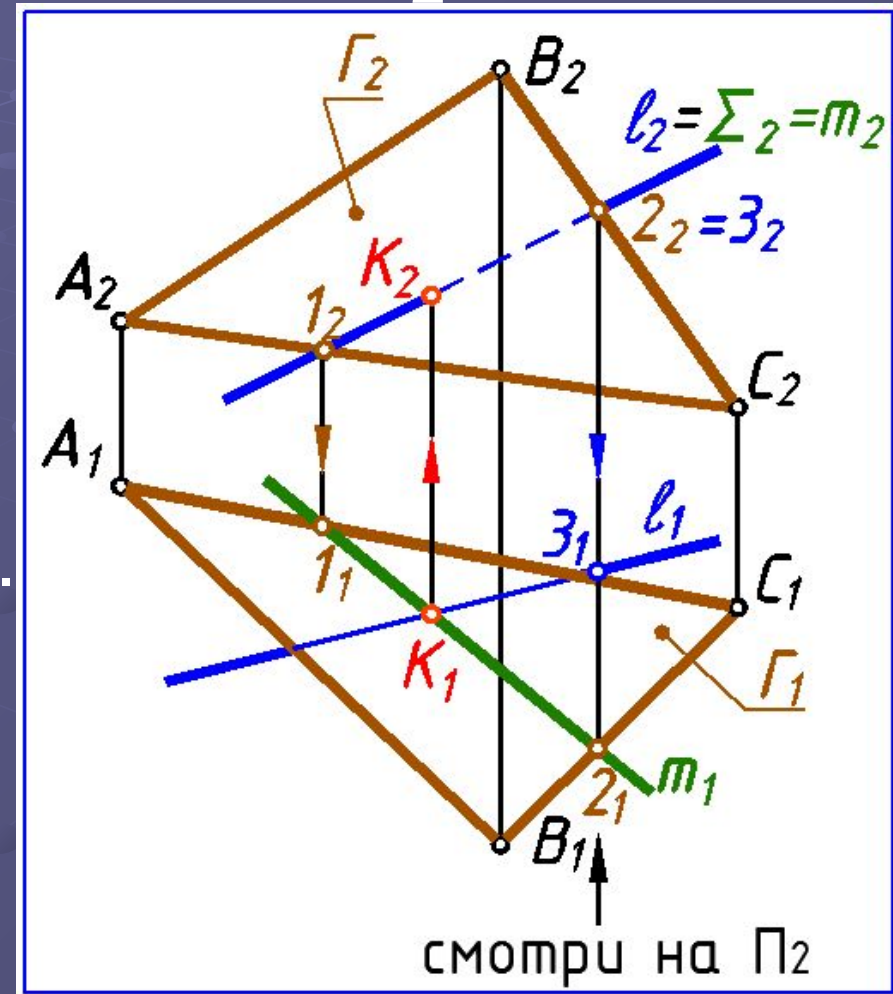
Точка **2** принадлежит плоскости Γ .

Точка **3** принадлежит прямой ℓ .



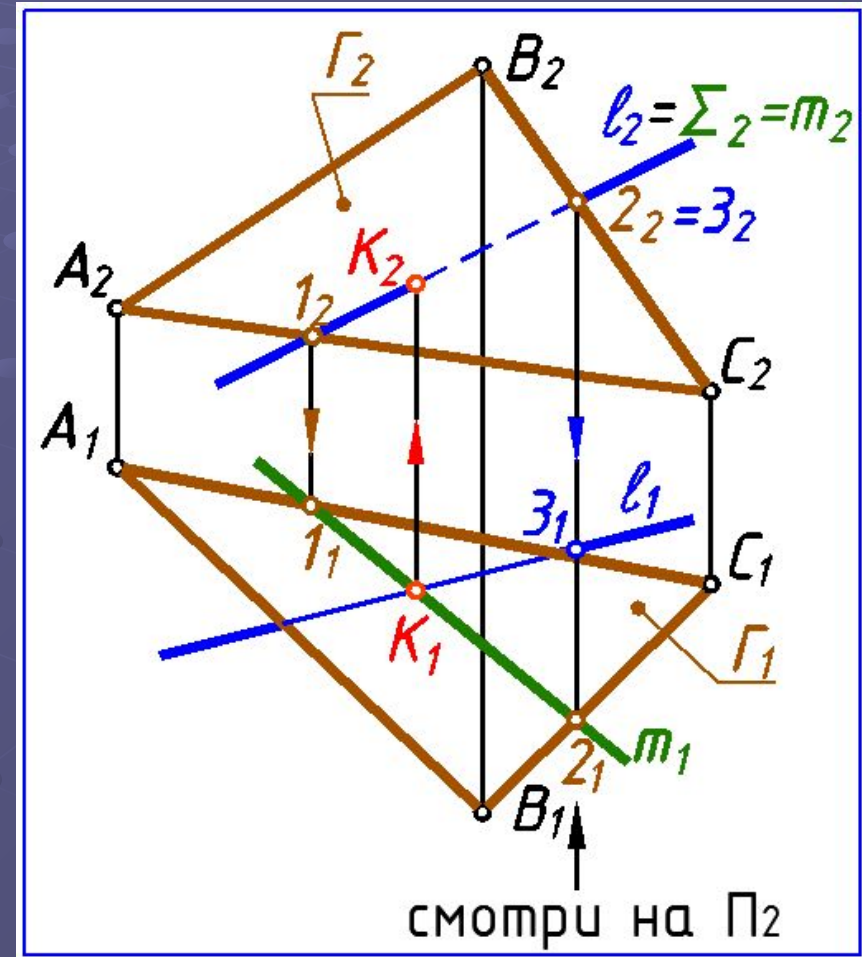
Определение **видимости** проекций прямой линии ℓ на Π_2

По линии связи по
принадлежности ℓ_1
находим горизонтальную
проекцию 3_1 фронтально
конкурирующих точек 2 и 3 .



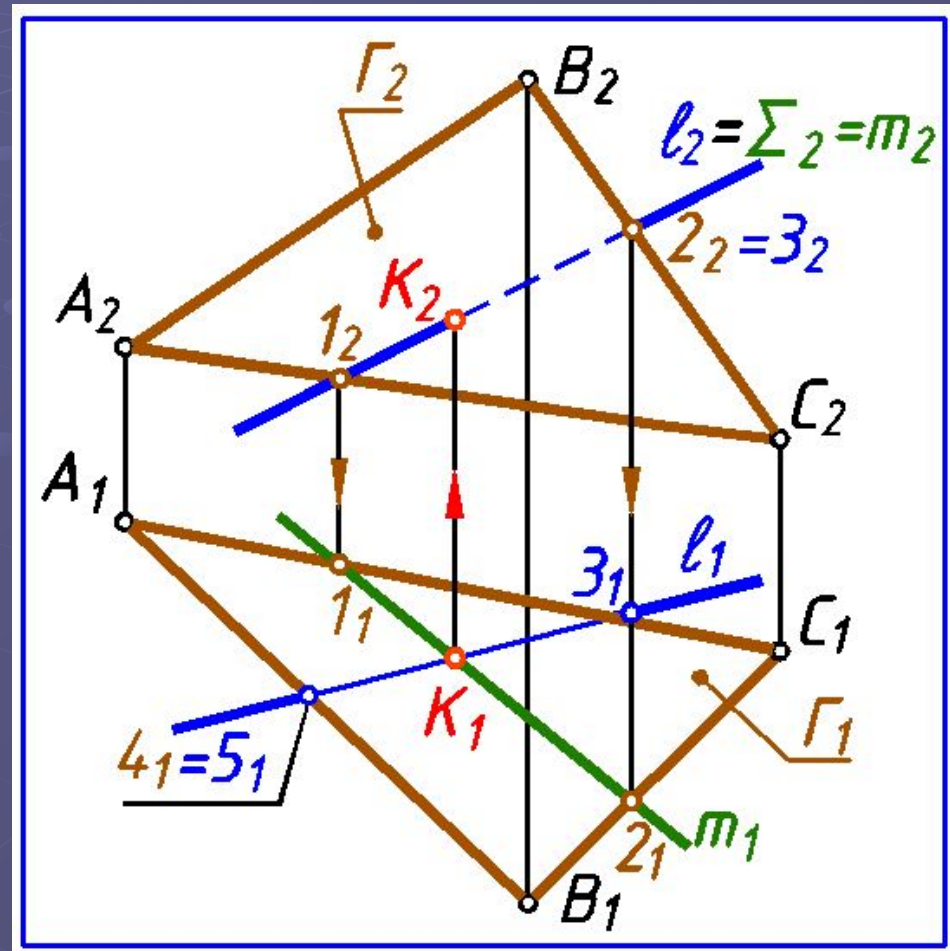
прямой линии ℓ на Π_2

Точка 2, принадлежащая [BC] плоскости Г, ближе к наблюдателю, чем точка 3 прямой ℓ . Следовательно, на Π_2 участок линии ℓ от точки 3 до точки пересечения К невидимый – вычерчиваем штриховой линией (штриховая - линия невидимого контура). После точки К линия ℓ видима – толстая (основная).



Определение **видимости** проекций прямой **ℓ** на Π_1

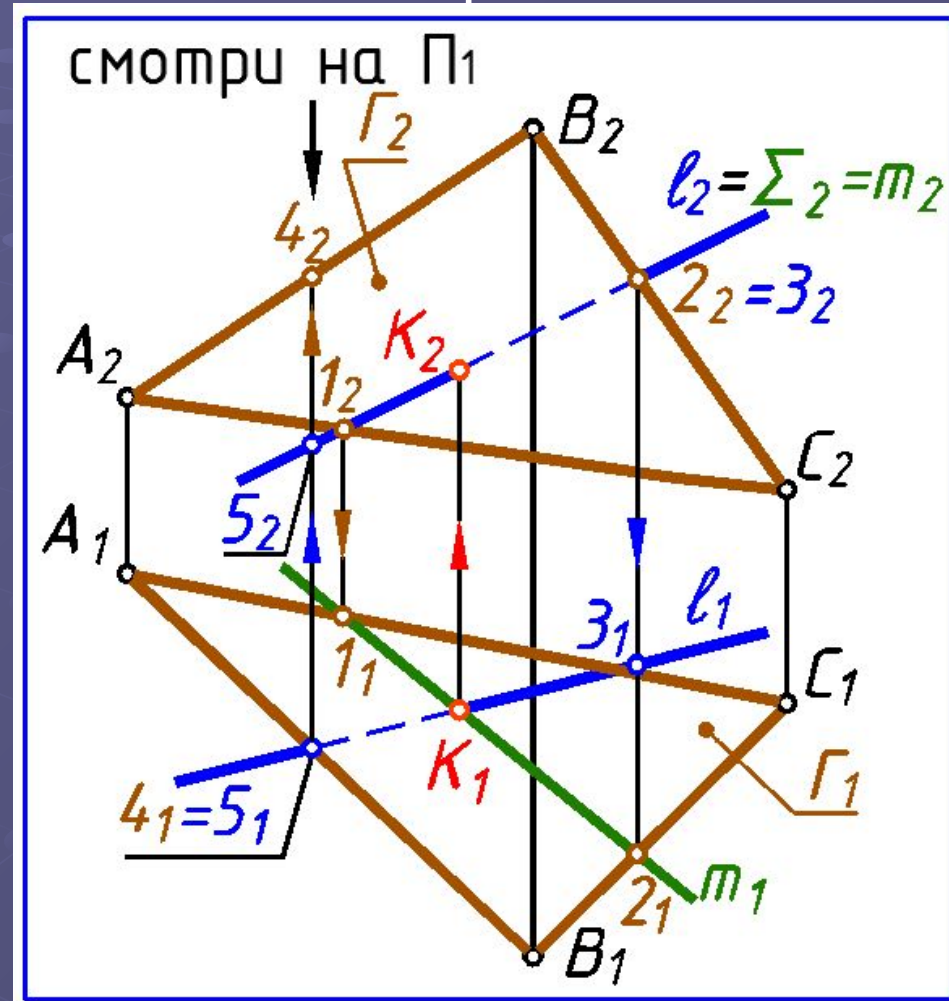
Для определения
видимости горизонтальной
проекции (**ℓ_1**) прямой **ℓ** на
 Π_1 , **выделяем**
горизонтально
конкурирующие точки **4** и **5**.
Точка **4** принадлежит
плоскости **Γ** .
Точка **5** принадлежит
прямой **ℓ** .



прямой линии ℓ на Π_1

По линии связи по принадлежности ℓ_2 находим фронтальную проекцию (5_2) точки 5 .

По принадлежности [АВ]
находим фронтальную
проекцию (4_2) точки 4.



Определение **видимости** проекций прямой линии **ℓ** на Π_1

Точка 4, принадлежащая [AB] плоскости Γ , выше (ближе к наблюдателю), чем точка 5 прямой e .

Следовательно, на Π_1 участок линии ℓ от точки 5 до точки пересечения K невидимый – вычерчиваем штриховой линией (штриховая - линия невидимого контура). После точки K линия ℓ видима – толстая (основная).

