

**ИНСТРУКЦИЯ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ  
ЧИСЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК  
ВЫБОРКИ**

# ДИСКРЕТНЫЙ ВАРИАЦИОННЫЙ РЯД

По данным выборки:

1. Составить дискретный вариационный ряд.
2. Найти средние характеристики:
  - а) среднее выборочное  $\bar{x}$  ;
  - б) моду  $M_o$  ;
  - в) медиану  $M_e$  .
3. Найти характеристики вариации:
  - а) размах вариации  $X_R$  ;
  - б) дисперсию  $D$  ;
  - в) среднее квадратическое отклонение  $\sigma$  ;
  - г) коэффициент вариации  $V$  ;
  - д) ошибку выборочного среднего.
4. Сделать вывод.

**Исходные данные:**

**Число поднятий туловища**

22 22 23 23 24 25 26 27 27 29 29 29  
30 30 31 35

## 1. Составим дискретный вариационный ряд

Все варианты расположим в порядке возрастания в первой строке таблицы, а частоту, с которой они встречаются в данной выборке, во второй строке.

Объем выборки  $n = 16$

Исходные данные:

*Число поднятий туловища*

22 22 23 23 24 25 26 27 27 29 29 29  
30 30 31 35

| $x_i$ | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 29 | 30 | 31 | 35 |
|-------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| $n_i$ | 2  | 2  | 1  | 1  | 1  | 2  | 3  | 2  | 1  | 1  |

При расчете всех последующих характеристик используется округление с точностью, соответствующей исходным значениям. Например, в данном случае указаны целочисленные значения, поэтому все результаты должны быть округлены с точностью до целых.

## 2. Определим средние характеристики:

а) среднее выборочное

Составим расчетную таблицу и воспользуемся указанной формулой:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i n_i$$

| $x_i$ | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 29 | 30 | 31 | 35 |
|-------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| $n_i$ | 2  | 2  | 1  | 1  | 1  | 2  | 3  | 2  | 1  | 1  |

| $x_i$ | $n_i$ | $x_i \cdot n_i$                  |
|-------|-------|----------------------------------|
| 22    | 2     | 44                               |
| 23    | 2     | 46                               |
| 24    | 1     | 24                               |
| 25    | 1     | 25                               |
| 26    | 1     | 26                               |
| 27    | 2     | 54                               |
| 29    | 3     | 87                               |
| 30    | 2     | 60                               |
| 31    | 1     | 31                               |
| 35    | 1     | 35                               |
|       |       | <b><math>\Sigma = 432</math></b> |

$$\bar{x} = \frac{1}{16} \cdot 432 = 27$$

б) мода  $M_o$

Модальное значение для дискретных величин – значение, которое наиболее часто встречается в ряду (то есть имеющее наибольшую частоту).

|       |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|-------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| $x_i$ | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 29 | 30 | 31 | 35 |
| $n_i$ | 2  | 2  | 1  | 1  | 1  | 2  | 3  | 2  | 1  | 1  |

$$M_o = 29$$

в) медиана  $M_e$

Медианное значение для дискретных величин – значение, которое делит вариационный ряд на равные части (серединное значение или среднее арифметическое двух серединных значений).

22 22 23 23 24 25 26 27 27 29 29 29 30 30 31 35

Объем выборки  $n = 16$  – четное число, поэтому

$$M_e = \frac{x_k + x_{k+1}}{2} \quad k = \frac{n}{2} \quad k = \frac{16}{2} = 8 \quad M_e = \frac{x_8 + x_9}{2} = \frac{27 + 27}{2} = 27$$

### 3. Определим характеристики вариации

|       |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|-------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| $x_i$ | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 29 | 30 | 31 | 35 |
| $n_i$ | 2  | 2  | 1  | 1  | 1  | 2  | 3  | 2  | 1  | 1  |

а) размах вариации (разность между наибольшим и наименьшим значениями):

$$X_R = x_{\max} - x_{\min}$$

$$x_{\min} = 22$$

$$x_{\max} = 35$$

$$X_R = 35 - 22 = 13$$

б) дисперсия

Составим расчетную таблицу и воспользуемся указанной

формулой:

$$D = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 n_i \quad \bar{x} = 27$$

| $x_i$ | $n_i$ | $x_i - \bar{x}$ | $(x_i - \bar{x})^2$ | $(x_i - \bar{x})^2 n_i$ |
|-------|-------|-----------------|---------------------|-------------------------|
| 22    | 2     | -5              | 25                  | 50                      |
| 23    | 2     | -4              | 16                  | 32                      |
| 24    | 1     | -3              | 9                   | 9                       |
| 25    | 1     | -2              | 4                   | 4                       |
| 26    | 1     | -1              | 1                   | 1                       |
| 27    | 2     | 0               | 0                   | 0                       |
| 29    | 3     | 2               | 4                   | 12                      |
| 30    | 2     | 3               | 9                   | 18                      |
| 31    | 1     | 4               | 16                  | 16                      |
| 35    | 1     | 8               | 64                  | 64                      |

$$D = \frac{1}{16} \cdot 206 = 12,87 \dots \approx 13$$

$$\Sigma = 206$$

в) среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma = \sqrt{D}$$

$$D = \frac{1}{16} \cdot 206 = 12,87 \dots \approx 13$$

г) коэффициент вариации:  $V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\% \quad \bar{x} = 27$

$$D = \frac{1}{16} \cdot 206 = 12,87 \dots \approx 13$$

д) ошибка выборочного среднего:  $S_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$$D = \frac{1}{16} \cdot 206 = 12,87 \dots \approx 13$$

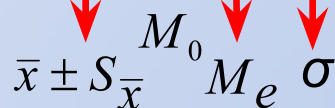


# Таблица статистических данных

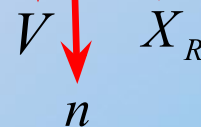
| число поднятий туловища     |        |
|-----------------------------|--------|
| (результаты расчетов)       |        |
| Среднее                     | 27     |
| Ошибка выборочного среднего | 0,89   |
| Медиана                     | 27     |
| Мода                        | 29     |
| Стандартное отклонение      | 3,58   |
| Дисперсия                   | 12,87  |
| Размах вариации             | 13     |
| Коэффициент вариации        | 13,25% |
| Минимум                     | 22     |
| Максимум                    | 35     |
| Сумма                       | 432    |
| Объем выборки               | 16     |

| число поднятий туловища      |      |
|------------------------------|------|
| (расчет при помощи MS Excel) |      |
| Среднее                      | 27   |
| Стандартная ошибка           | 0,9  |
| Медиана                      | 27   |
| Мода                         | 29   |
| Стандартное отклонение       | 3,7  |
| Дисперсия выборки            | 13,7 |
| Эксцесс                      | -0,3 |
| Асимметричность              | 0,4  |
| Интервал                     | 13   |
| Минимум                      | 22   |
| Максимум                     | 35   |
| Сумма                        | 432  |
| Счет                         | 16   |

**4. Вывод.** По данным числа поднятий туловища у 16 испытуемых средний результат составил  $27 \pm 1$  раз. Среднее рассеяние данных выборки от среднего результата составляет 4 поднятия туловища. Наиболее часто встречаемый результат – 29 поднятий туловища. Половина спортсменов показала результаты не хуже 27 поднятий туловища. Разница результатов числа поднятий туловища внутри группы составила 13 раз. Результаты исследования имеют малую варьированность (13%), что подтверждает однородность выборки, то есть средний результат типичен для изучаемого признака.



$$\bar{x} \pm S_{\bar{x}} \quad M_0 \quad M_e \quad \sigma$$



$$V \quad X_R$$

$$n$$

# НЕПРЕРЫВНЫЙ (ИНТЕРВАЛЬНЫЙ) ВАРИАЦИОННЫЙ РЯД

**Задание:** По данным выборки:

1. Составить интервальный вариационный ряд.
2. Построить гистограмму.
3. Найти средние характеристики:
  - а) среднее выборочное ;
  - б) моду  $M_o$ ;
  - в) медиану  $M_e$ .
4. Найти характеристики вариации:
  - а) размах вариации  $X_R$ ;
  - б) дисперсию  $D$ ;
  - в) среднее квадратическое отклонение  $\sigma$  ;
  - г) коэффициент вариации  $V$ ;
  - д) ошибку выборочного среднего.
5. Сделать вывод.

**Исходные данные:**

**Бег на 1000м ( 7 класс)**

|      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 3,40 | 3,33 | 3,43 | 4,50 | 3,55 | 4,10 | 4,25 | 4,50 |
| 5,32 | 5,40 | 4,20 | 4,15 | 5,44 | 4,53 | 5,46 | 5,35 |

# Этапы выполнения:

## 1. Составим интервальный вариационный ряд

Таблица значений  $\lg n$

| Объем<br>выборки<br>n | $\lg n$ | Объем<br>выборки<br>n | $\lg n$ | Объем<br>выборки<br>n | $\lg n$ |
|-----------------------|---------|-----------------------|---------|-----------------------|---------|
| 10                    | 1,0000  | 27                    | 1,4314  | 44                    | 1,6435  |
| 11                    | 1,0414  | 28                    | 1,4472  | 45                    | 1,6532  |
| 12                    | 1,0792  | 29                    | 1,4624  | 46                    | 1,6628  |
| 13                    | 1,1139  | 30                    | 1,4771  | 47                    | 1,6721  |
| 14                    | 1,1461  | 31                    | 1,4914  | 48                    | 1,6812  |
| 15                    | 1,1761  | 32                    | 1,5051  | 49                    | 1,6902  |
| 16                    | 1,2041  | 33                    | 1,5185  | 50                    | 1,6990  |
| 17                    | 1,2304  | 34                    | 1,5315  | 51                    | 1,7076  |
| 18                    | 1,2553  | 35                    | 1,5441  | 52                    | 1,7160  |
| 19                    | 1,2788  | 36                    | 1,5563  | 53                    | 1,7243  |
| 20                    | 1,3010  | 37                    | 1,5682  | 54                    | 1,7324  |
| 21                    | 1,3222  | 38                    | 1,5799  | 55                    | 1,7403  |
| 22                    | 1,3424  | 39                    | 1,5913  | 56                    | 1,7480  |
| 23                    | 1,3617  | 40                    | 1,6024  | 57                    | 1,7556  |
| 24                    | 1,3802  | 41                    | 1,6132  | 58                    | 1,7630  |
| 25                    | 1,3979  | 42                    | 1,6232  | 59                    | 1,7709  |
| 26                    | 1,4150  | 43                    | 1,6335  | 60                    | 1,7782  |

$$D = \frac{1}{16} \cdot 206 = 12,87 \dots \approx 13$$

Бег 1000 м

3,40 3,33 3,43 4,50 3,55 4,10 4,25  
4,50 5,32 5,40 4,20 4,15 5,44 4,53  
5,46 5,35

Найдем границы интервалов.

Левой границей первого интервала будет число

$$a_1 = x_{\min} - \frac{h}{2}$$

$$D = \frac{1}{16} \cdot 206 = 12,87 \dots \approx 13$$

Вычисляем далее:

$$a_2 = a_1 + h$$

$$D = \frac{1}{16} \cdot 206 = 12,87 \dots \approx 13$$

$$a_3 = a_2 + h$$

$$D = \frac{1}{16} \cdot 206 = 12,87 \dots \approx 13$$

$$D = \frac{1}{16} \cdot 206 = 12,87 \dots \approx 13$$

$$D = \frac{1}{16} \cdot 206 = 12,87 \dots \approx 13$$

$$D = \frac{1}{16} \cdot 206 = 12,87 \dots \approx 13$$

$$D = \frac{1}{16} \cdot 206 = 12,87 \dots \approx 13$$

$$x_{\max} = 5,46$$

Результаты оформляем в виде таблицы:

| Интер-<br>валы | 3,11 | 3,54 | 3,97 | 4,40 | 4,83 | 5,26 |
|----------------|------|------|------|------|------|------|
|                | 3,54 | 3,97 | 4,40 | 4,83 | 5,26 | 5,69 |
| Частоты $n_i$  | 3    | 1    | 4    | 3    | 0    | 5    |



| Бег на 1000 м |      |      |      |      |      |      |
|---------------|------|------|------|------|------|------|
| 3,33          | 3,40 | 3,43 | 3,55 | 4,10 | 4,15 | 4,20 |
| 4,25          | 4,50 | 4,50 | 4,53 | 5,32 | 5,35 | 5,40 |
|               |      |      | 5,44 | 5,46 |      |      |

### 3. Вычислим средние характеристики

а) Определим среднее выборочное:  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \bar{x}_i \cdot n_i$

Вычисления оформим в виде таблицы, определив середину каждого интервала

| $\bar{x}_i$ | $n_i$ | $\bar{x}_i \cdot n_i$ |
|-------------|-------|-----------------------|
| 3,33        | 3     | 9,99                  |
| 3,76        | 1     | 3,76                  |
| 4,19        | 4     | 16,76                 |
| 4,62        | 3     | 13,86                 |
| 5,05        | 0     | 0                     |
| 5,48        | 5     | 27,40                 |
|             |       | $\Sigma = 71,77$      |

$$D = \frac{1}{16} \cdot 206 = 12,87 \dots \approx 13$$

б) определим моду:

| Интер-валы       | 3,11-3,54 | 3,54-3,96 | 3,96-4,40 | 4,40-4,83 | 4,83-5,26 | 5,26-5,69 |
|------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Частоты<br>$n_i$ | 3         | 1         | 4         | 3         | 0         | 5         |

$$M_0 = a_{1M_0} + h \frac{n_{M_0} - n_{M_0-1}}{2n_{M_0} - n_{M_0-1} - n_{M_0+1}}$$

$$D = \frac{1}{16} \cdot 206 = 12,87 \dots \approx 13$$



в) определим медиану:

| Интер-валы       | 3,11-3,54 | 3,54-3,97 | 3,97-4,40 | 4,40-4,83 | 4,83-5,26 | 5,26-5,69 |
|------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Частоты<br>$n_i$ | 3         | 1         | 4         | 3         | 0         | 5         |

**$n=16$**

$$m_e = a_{1m_e} + h \frac{0,5n - f_{m_e-1}}{n_{m_e}}$$

$$D = \frac{1}{16} \cdot 206 = 12,87 \dots \approx 13$$

Остальные операции производятся аналогично первому заданию, так как непрерывный ряд заменяется дискретным (см. расчет среднего выборочного)