



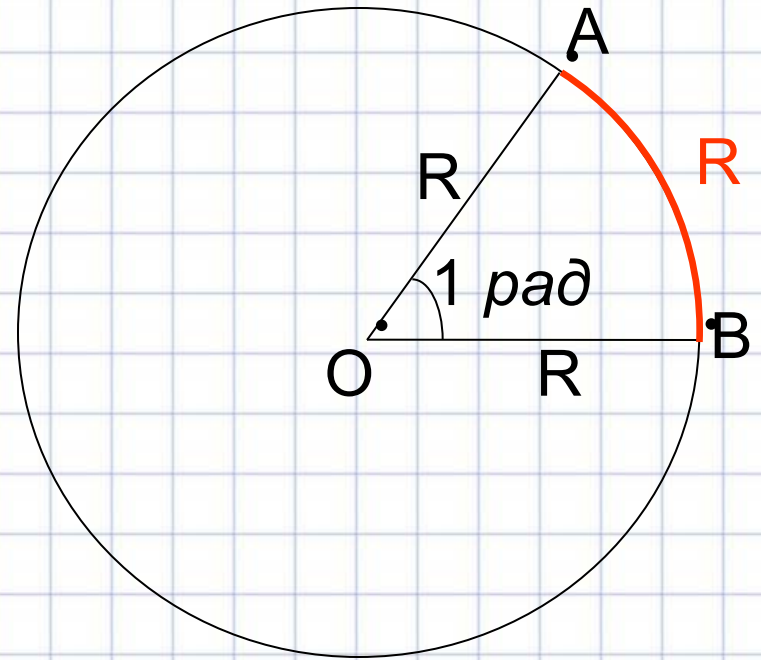
Радианная мера угла.





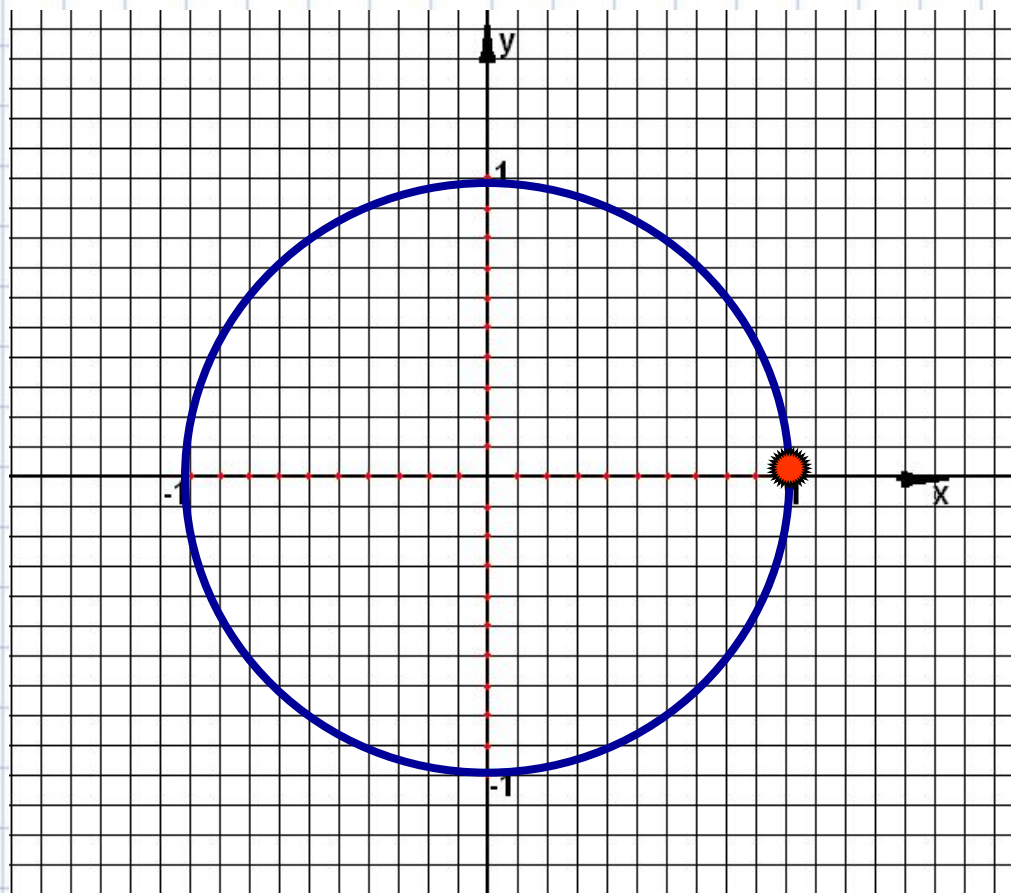
Радианом называется величина центрального угла, который опирается на дугу окружности длиной в один радиус (обозначается 1 рад).

$$\overset{\frown}{AB} = R$$
$$\angle AOB = 1 \text{ рад}$$



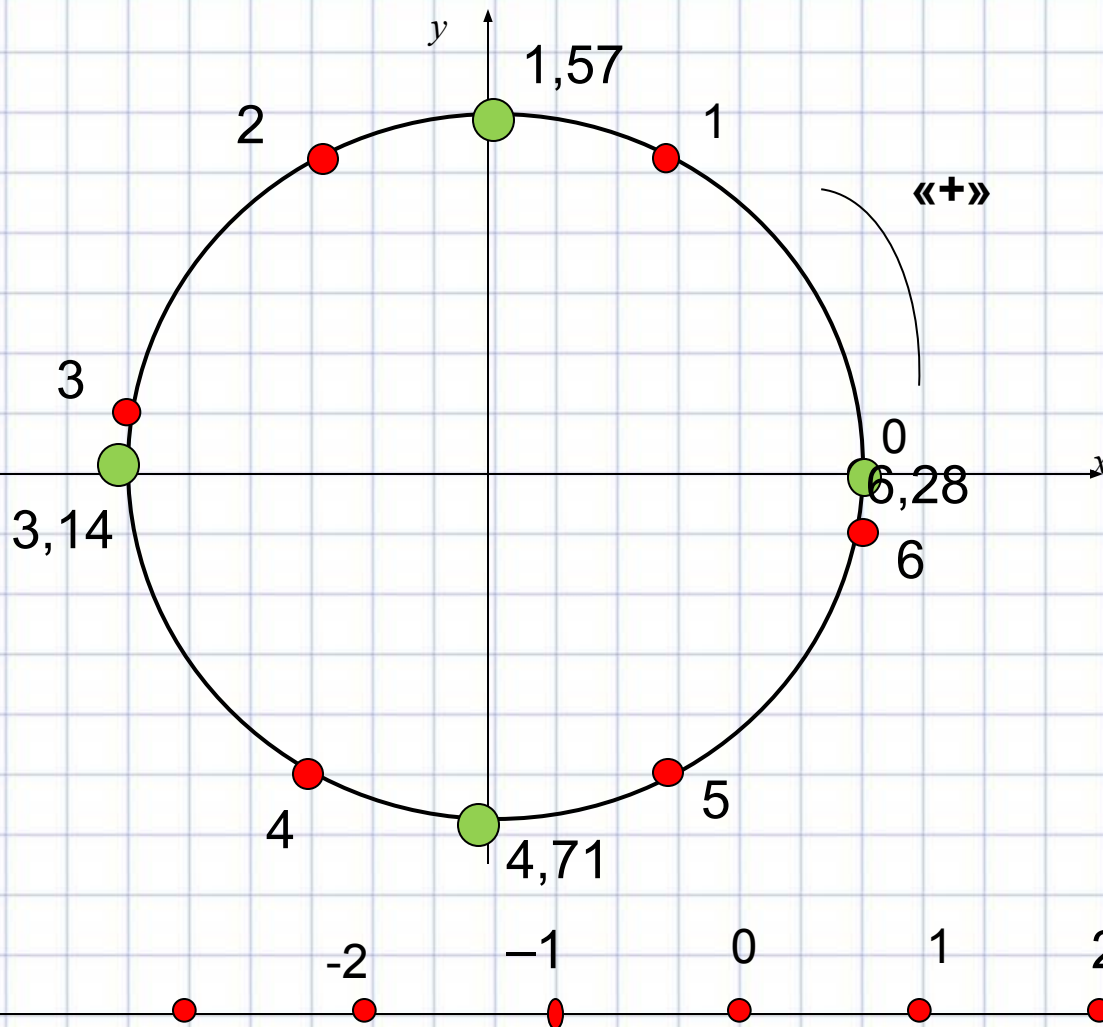


Определение единичной окружности



- Окружность радиуса 1 с центром в начале координат называют **единичной окружностью**.

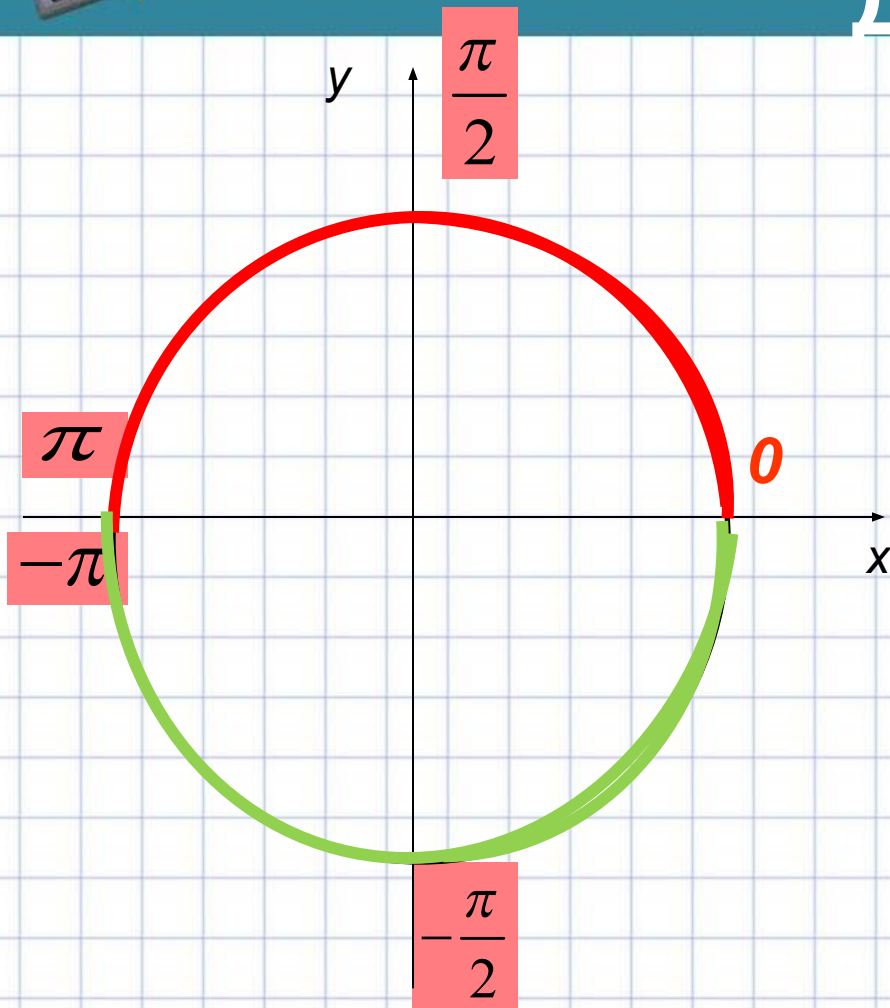
Зададим соответствие между множеством действительных чисел и точками единичной окружности следующим образом:



Координатную прямую будем **«наматывать»**, как нитку, на единичную окружность сначала в положительном направлении – **против хода** часовой стрелки, потом в отрицательном – **по ходу** часовой стрелки



Переход от одной меры к другой



$$\pi = 3,14159... \approx 3,14$$

- Откладывая в положительном и отрицательном направлениях от начала отсчета **прямой угол** получим точки, соответствующие числам ...

$$\frac{\pi}{2} \quad \text{и} \quad -\frac{\pi}{2}$$

Выполнив поворот на **развернутый угол** в положительном и отрицательном направлениях получаем две совпадающие точки окружности с координатами...

$$\pi \quad \text{и} \quad -\pi$$



$$\pi = 180^{\circ}$$

$$\frac{\pi}{5} = \frac{180^{\circ}}{5} = 36^{\circ}$$

$$\frac{\pi}{10} = \frac{180}{10} = 18$$

$$\frac{\pi}{36} = \frac{180}{36} = 5$$

$$180^{\circ} - \pi \text{ рад}$$

$$1^{\circ} - x \text{ рад}$$

$$x = \frac{1^{\circ} \cdot \pi}{180^{\circ}} = \frac{\pi}{180}$$

$$18^{\circ} = \frac{\pi}{10}$$

$$35^{\circ} = \frac{7\pi}{36}$$

$$40^{\circ} = \frac{2\pi}{9}$$

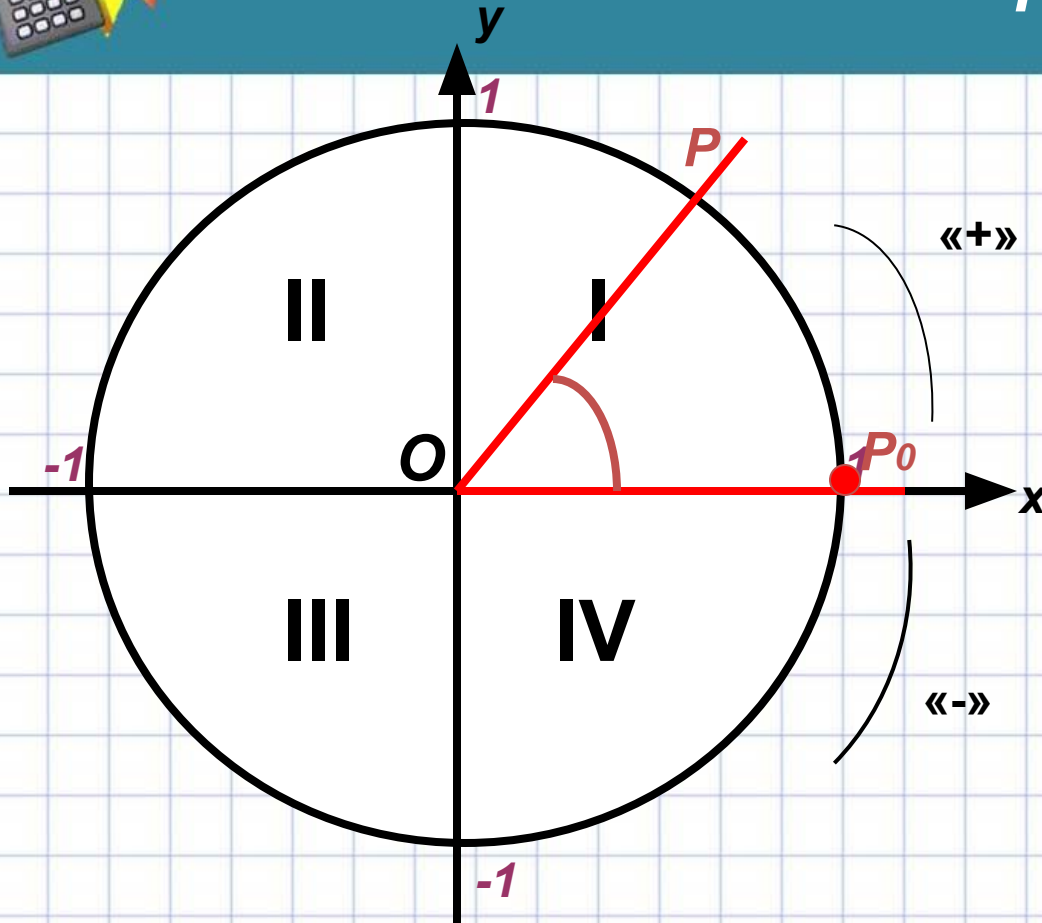
$$27^{\circ} = \frac{3\pi}{20}$$



градус ы	30⁰	45⁰	60⁰	90⁰	180⁰	270⁰	360⁰
радиан ы	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π



Угол поворота



Каждая точка окружности
получена поворотом начальной
точки (1;0) на угол α

OP_0 - неподвижный луч

OP - подвижный луч

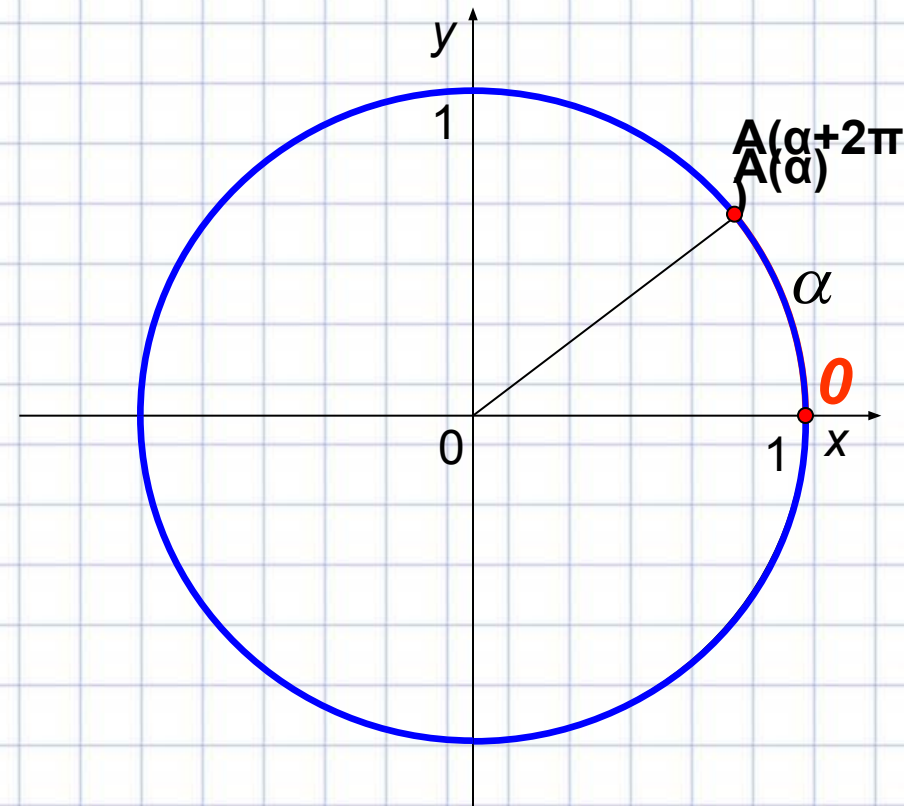
Угол поворота можно измерить
двумя мерами : градусной и
радианной

$$x = \cos \alpha$$

$$y = \sin \alpha$$



- Если добавить полный поворот к углу α , то мы снова окажемся в той же точке A. Но теперь ее координата равна $\alpha + 2\pi$...
- Вообще, любую точку окружности можно получить поворотом на угол, вида $\alpha + 2\pi n$, где $n \in \mathbb{Z}$ и $\alpha \in [0; 2\pi)$.





В какой четверти расположена точка? I, II, III и IV.

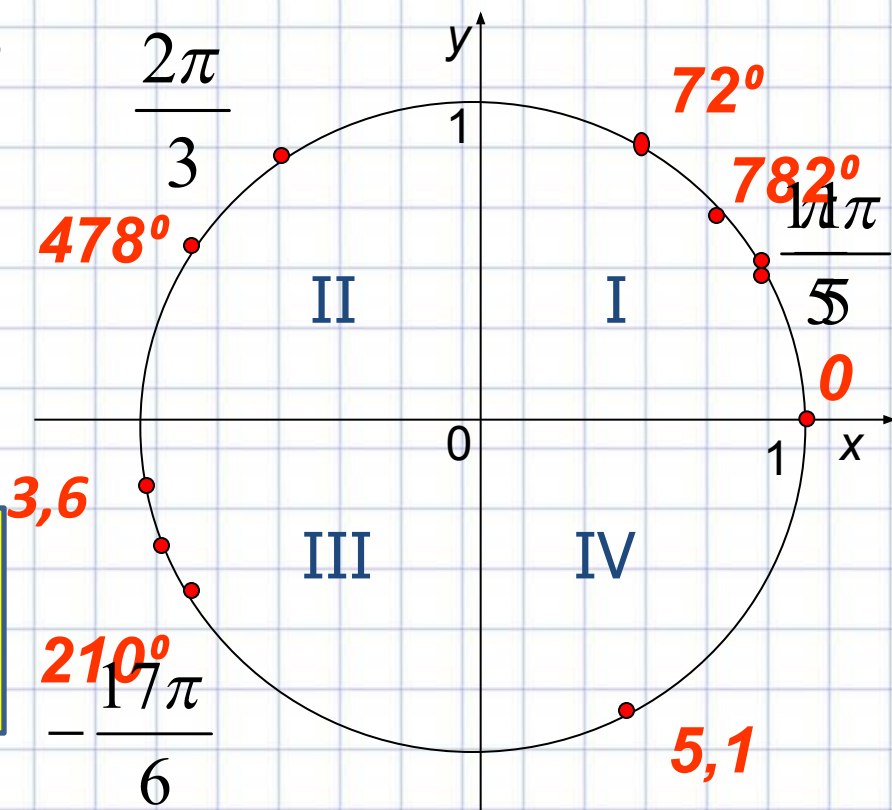
$$72^{\circ}; 210^{\circ}; 3,6; 5,1 \quad \frac{\pi}{5} \quad \frac{2\pi}{3}$$

$$478^{\circ} = 360^{\circ} + 118^{\circ}$$

$$782^{\circ} = 2 \cdot 360^{\circ} + 42^{\circ}$$

$$\frac{11\pi}{5} = 2\frac{1}{5}\pi = 2\pi + \frac{\pi}{5}$$

$$-\frac{17\pi}{6} = -2\frac{5}{6}\pi = -2\pi - \frac{5}{6}\pi$$





Отметьте точку на единичной окружности

$$\frac{25\pi}{4}$$

$$\frac{7\pi}{8}$$

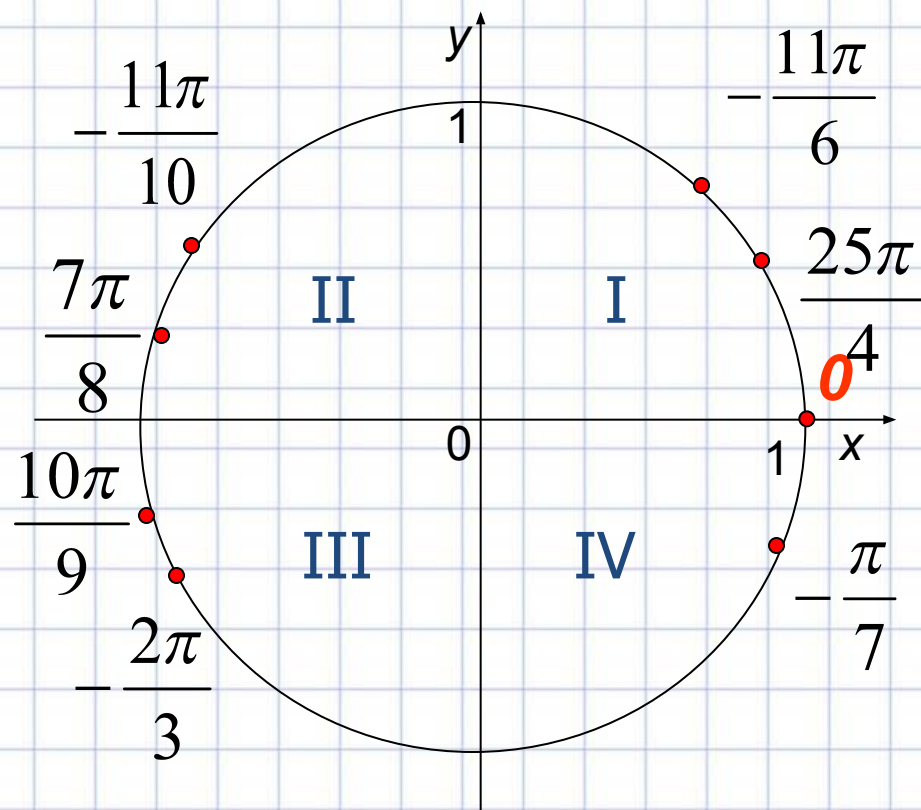
$$\frac{10\pi}{9}$$

$$-\frac{2\pi}{3}$$

$$-\frac{\pi}{7}$$

$$-\frac{11\pi}{10}$$

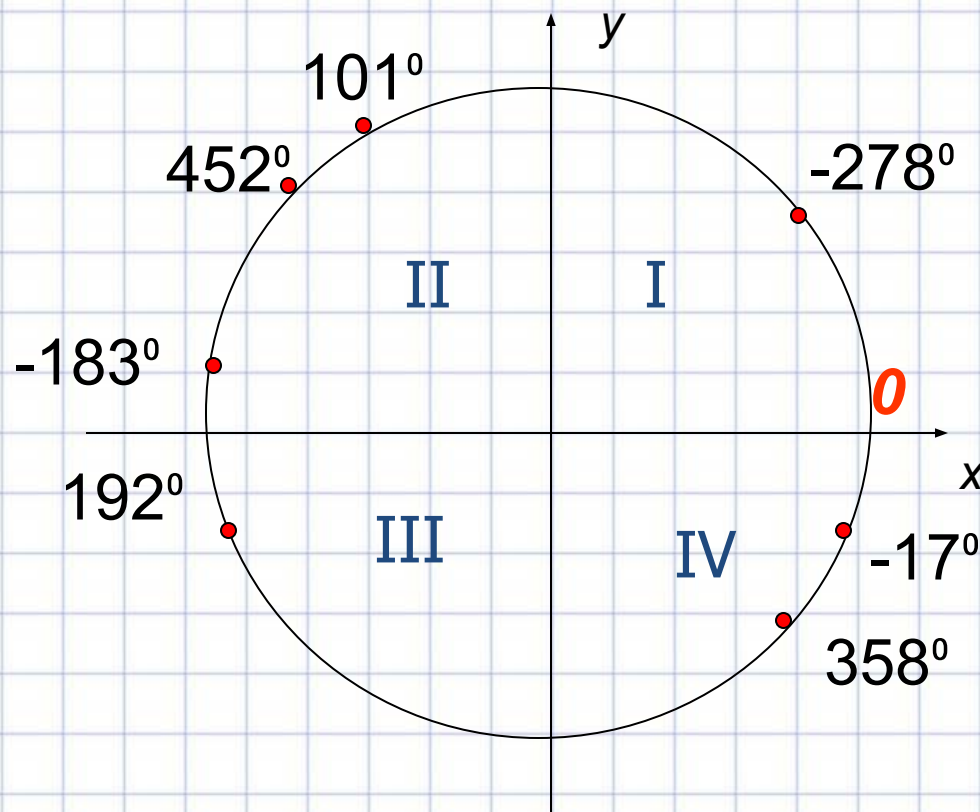
$$-\frac{11\pi}{6}$$





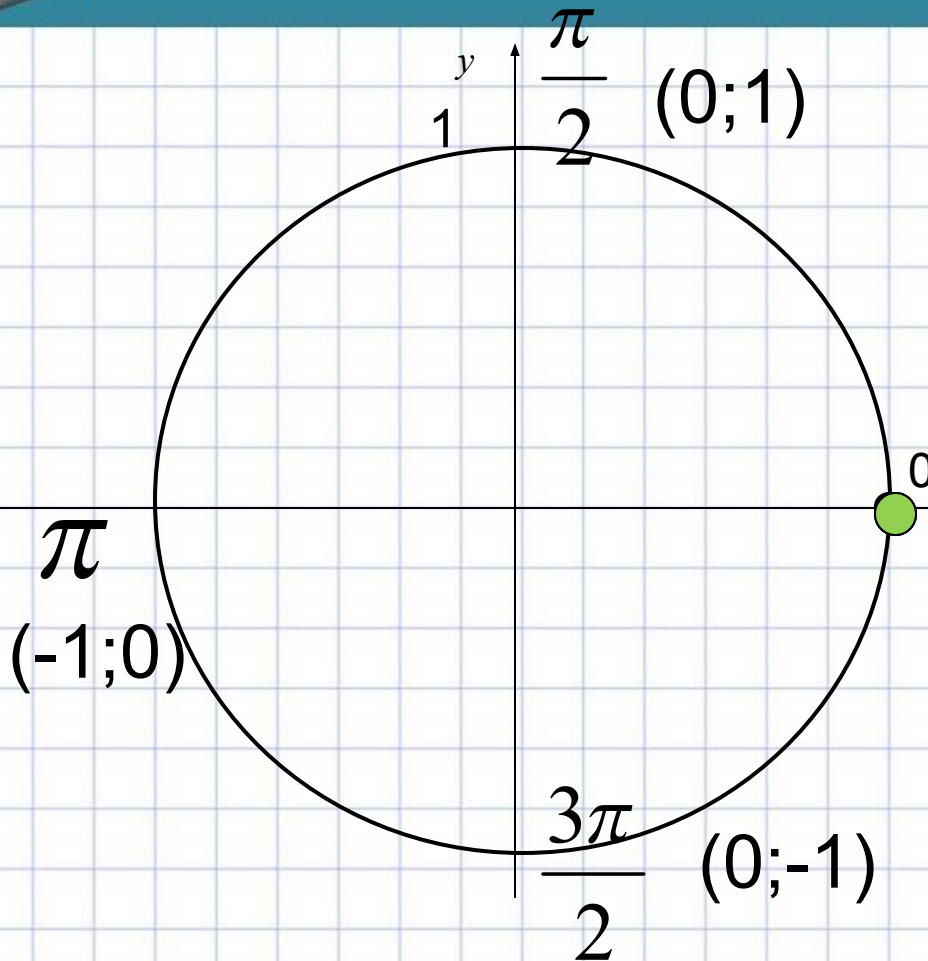
Отметьте точку на единичной окружности

$452^\circ =$
 $192^\circ =$
 $358^\circ =$
 $101^\circ =$
 $-17^\circ =$
 $-278^\circ =$
 $-183^\circ =$





Координаты точки



$$\cos \frac{\pi}{2} = 0 \quad \sin \frac{\pi}{2} = 1$$

$$\cos \pi = -1 \quad \sin \pi = 0$$

$$\cos \frac{3\pi}{2} = 0 \quad \sin \frac{3\pi}{2} = -1$$

$$x = \cos \alpha \quad y = \sin \alpha$$



$$\cos \frac{9\pi}{2} = \cos 4\frac{1}{2}\pi = 0$$

$$\sin 450^{\circ} = \sin(360^{\circ} + 90^{\circ}) = \sin 90^{\circ} = 1$$

$$\cos 7\pi = -1$$