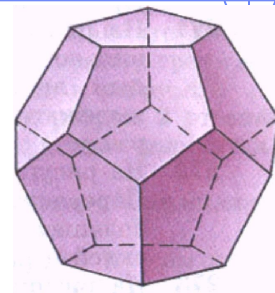
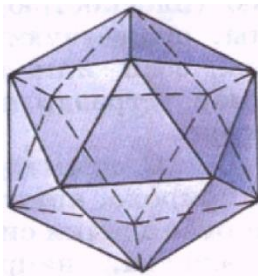
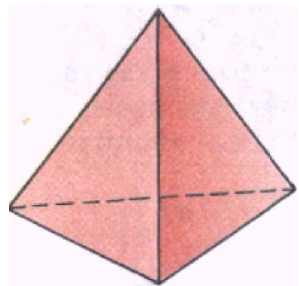
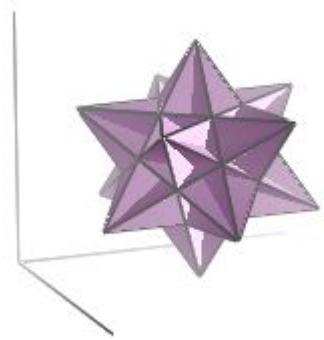


# Правильные многогранники

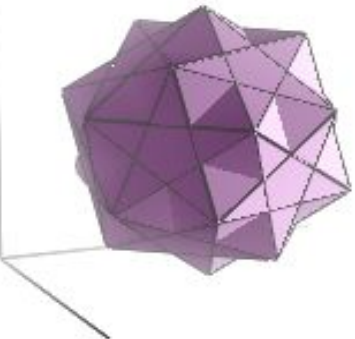
Урок геометрии  
в 10 классе





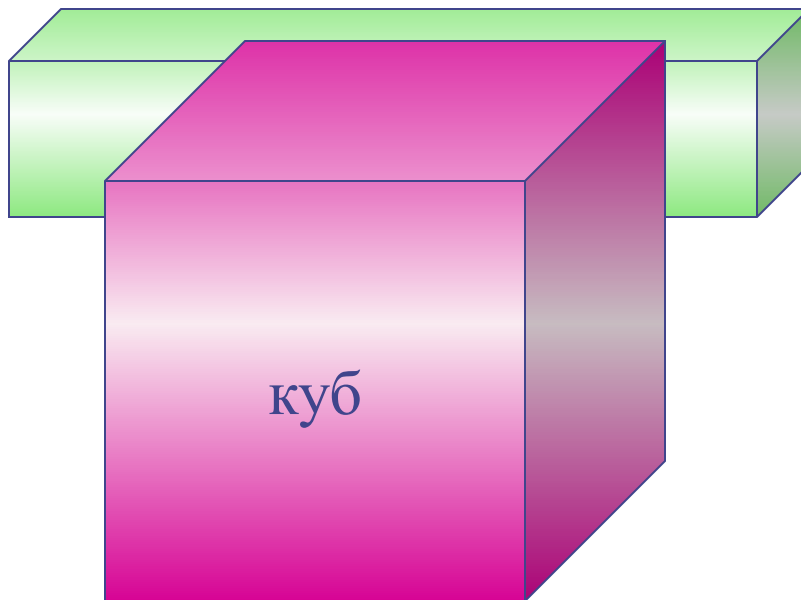
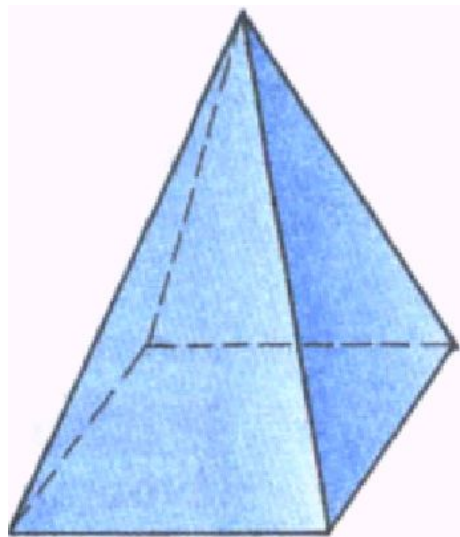
***Математика владеет не только истиной, но и высшей красотой - красотой отточенной и строгой, возвышенно чистой и стремящейся к подлинному совершенству, которое свойственно лишь величайшим образцам искусства.***

***Бертран Рассел***



# Правильный многогранник

-это выпуклый многогранник,  
все грани которого являются равными правильными  
многоугольниками,  
и в каждой вершине сходится одинаковое число граней.



# Признаки правильных многогранников:

**Многогранник –  
выпуклый**

**Все его грани –  
равные  
правильные  
многоугольники**

**В каждой вершине  
сходится  
одинаковое число  
граней**

**Равны все  
двугранные углы,  
содержащие две  
грани с общим  
ребром.**

**«эдра» - грань**

**«тетра» - 4**

**«гекса» - 6**

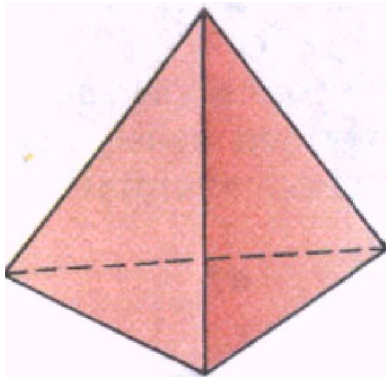
**«окта» - 8**

**«икоси» - 20**

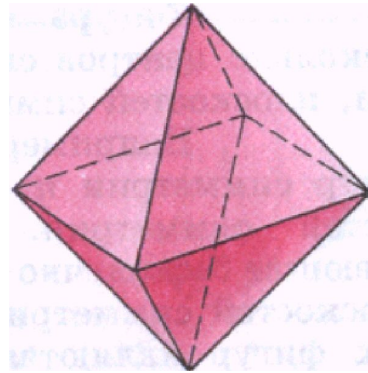
**«дододека» - 12**

# Существует пять различных видов правильных многогранников

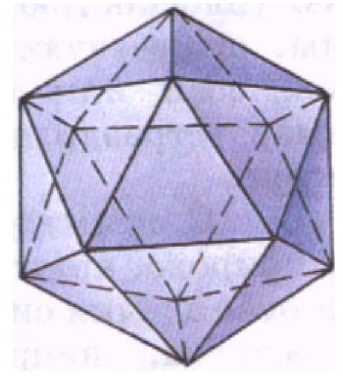
Тетраэдр  
4 грани



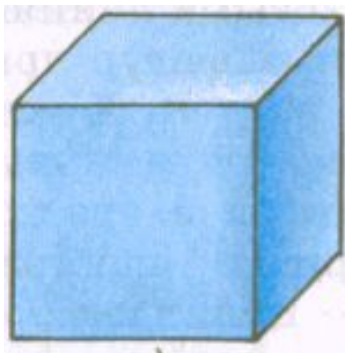
Октаэдр  
8 граней



Икосаэдр  
20 граней

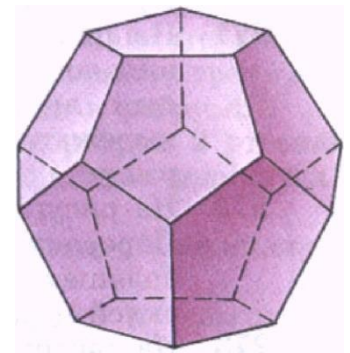


Гексаэдр  
6 граней



Название правильного  
многогранника  
определяется количеством граней

Додекаэдр  
12 граней



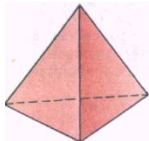
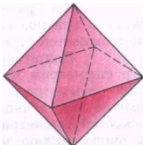
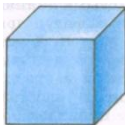
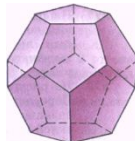
# Свойство граней, вершин и ребер правильных многогранников

## ПРИЛОЖЕНИЕ 3

| Правильный<br>многогран<br>ник | Количес<br>тво<br>гран<br>ей | Количеств<br>о<br>вершин | Количеств<br>о рёбер | Сумма<br>граней и<br>вершин | Количество<br>ребер +2 |
|--------------------------------|------------------------------|--------------------------|----------------------|-----------------------------|------------------------|
| Тетраэдр                       |                              |                          |                      |                             |                        |
| Куб                            |                              |                          |                      |                             |                        |
| Октаэдр                        |                              |                          |                      |                             |                        |
| Додекаэдр                      |                              |                          |                      |                             |                        |
| Икосаэдр                       |                              |                          |                      |                             |                        |

# Правильные многогранники удовлетворяют формуле

$$\Gamma + B = P + 2$$

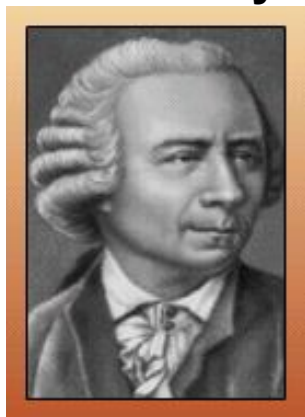
|              |  |  |  |  |  |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| Название     | Тетраэдр                                                                          | Октаэдр                                                                           | Гексаэдр                                                                            | Додекаэдр                                                                           | Икосаэдр                                                                            |
| Число граней | 4                                                                                 | 8                                                                                 | 6                                                                                   | 12                                                                                  | 20                                                                                  |
| Число вершин | 4                                                                                 | 6                                                                                 | 8                                                                                   | 20                                                                                  | 12                                                                                  |
| Число рёбер  | 6                                                                                 | 12                                                                                | 12                                                                                  | 30                                                                                  | 30                                                                                  |

# Эйлера характеристика многогранника

$$Г+В=Р+$$

2

Открытие удивительной  
закономерности  
у правильных многоугольников



Л. Эйлер

Теорема о числе граней, вершин и рёбер  
выпуклого многогранника – 1755 год



Сколько существует различных видов правильных многогранников?

При одной вершине сходится  $n$  плоских углов, но чтобы образовался многогранный угол сумма их градусных мер должна быть меньше  $360^\circ$ , т.е.

$$na < 360^\circ$$



**Какие многоугольники могут  
быть гранями правильных  
многогранников?**

| Грани правильного многогранника | Количество Грани, сходящихся в одной вершине (n) |  |
|---------------------------------|--------------------------------------------------|--|
| треугольник                     |                                                  |  |
| треугольник                     |                                                  |  |
| треугольник                     |                                                  |  |
| треугольник                     |                                                  |  |
| квадрат                         |                                                  |  |
| квадрат                         |                                                  |  |
| пятиугольник                    |                                                  |  |
| пятиугольник                    |                                                  |  |
| Вывод:                          |                                                  |  |

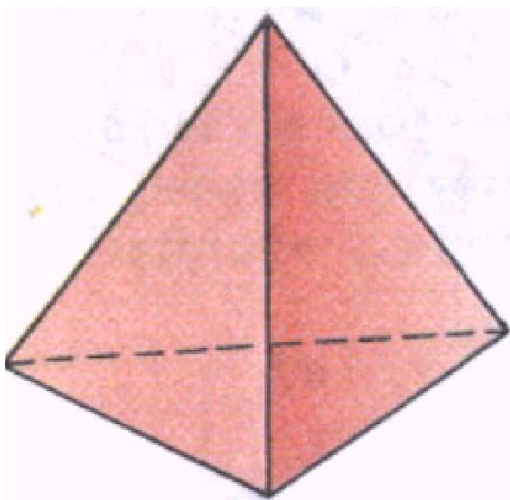


# Сколько граней может сходиться в вершине правильного многогранника?

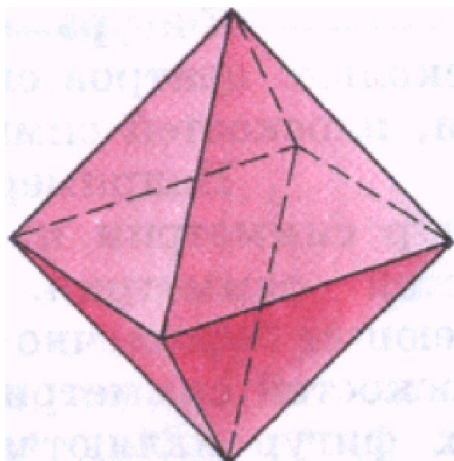
Существуют многогранники, гранями которых являются правильные треугольники

Угол правильного треугольника равен  $60^\circ$ , значит в одной вершине может сходиться 3, 4 или 5 правильных треугольников

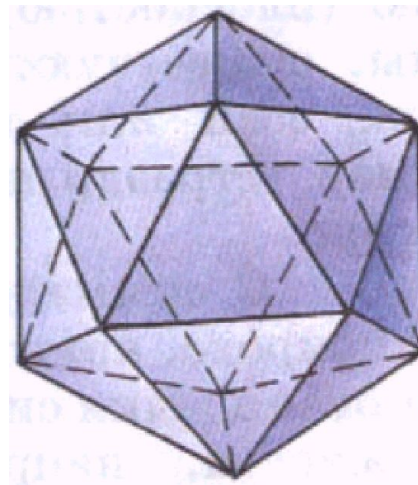
Тетраэдр



Октаэдр



Икосаэдр



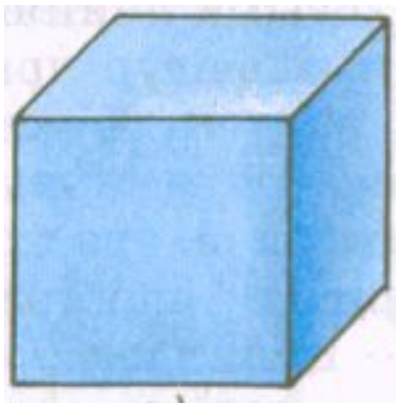


## *Сколько граней может сходиться в вершине правильного многогранника?*

Существуют многогранники, гранями которых  
являются правильные четырёхугольники

Угол квадрата равен  $90^\circ$ , значит в одной вершине может сходиться только  
3 квадрата

Гексаэдр



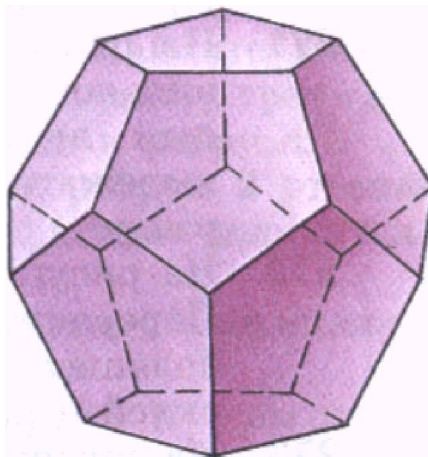


***Сколько граней может сходиться в вершине  
правильного многогранника?***

**Существуют многогранники, гранями которых  
являются правильные пятиугольники**

Угол правильного пятиугольника равен  $108^\circ$ , значит в одной вершине  
может сходиться только 3 правильных  
пятиугольника

Додекаэдр



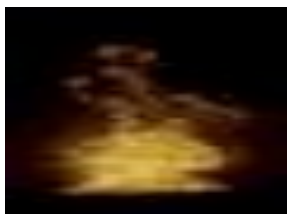


# Платоновы тела

Все правильные многогранники были известны еще в Древней Греции, и им посвящена заключительная, 13-я книга знаменитых “Начал” Евклида.

Правильные многогранники часто называют также платоновыми телами – в идеалистической картине мира, данной великим древнегреческим мыслителем Платоном, четыре из них олицетворяли 4 стихии: огонь, вода, воздух, земля.

Пятый же многогранник символизировал все мироздание – его полатыни стали называть *quinta essentia* (квинта эссенция), означающее все самое главное, основное, истинную сущность чего-либо.



*огонь*



*вода*



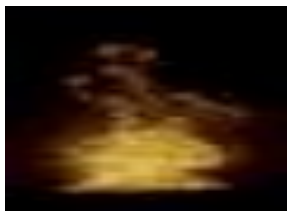
*воздух*



*земля*



*вселенная*



***огонь***



***вода***



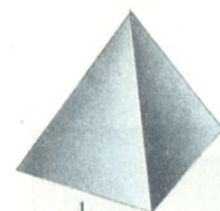
***воздух***



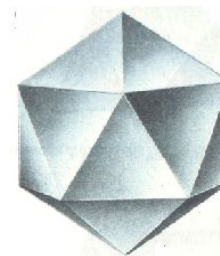
***земля***



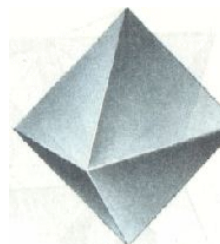
***вселенная***



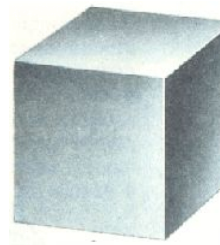
**тетраэдр**



**икосаэдр**



**октаэдр**



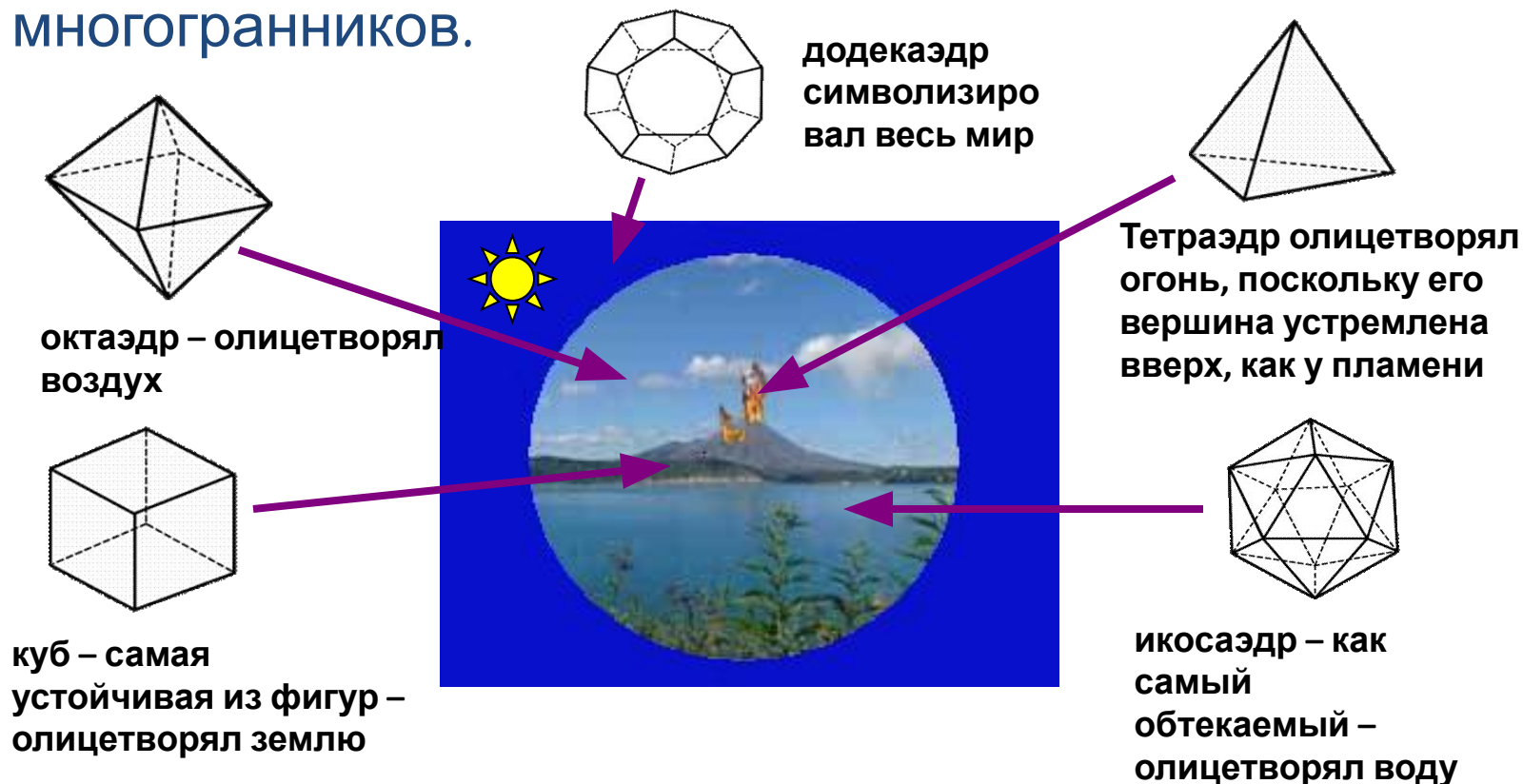
**гексаэдр**



**додекаэдр**

# Правильные многогранники в философской картине мира Платона

Платон считал, что мир строится из четырёх «стихий» - огня, земли, воздуха и воды, а атомы этих «стихий» имеют форму четырёх правильных многогранников.



Холст, на котором написана "Тайная вечеря" Сальвадора Дали имеет форму золотого прямоугольника. Золотые прямоугольники меньших размеров использованы художником при размещении фигур двенадцати апостолов. В центре картины расположен додекаэдр.

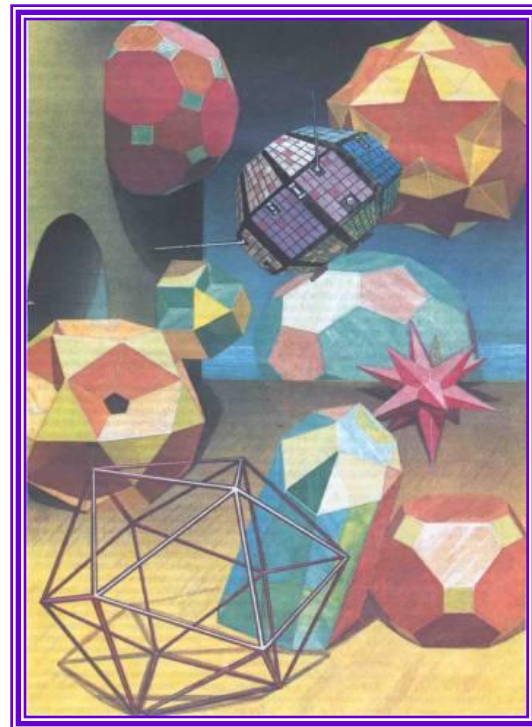


# Икосаэдро-додекаэдровая структура Земли



**Идеи Платона и Кеплера о связи правильных многогранников с гармоничным устройством мира и в наше время нашли своё продолжение в интересной научной гипотезе, которую в начале 80-х гг. высказали московские инженеры В. Макаров и В. Морозов. Они считают, что ядро Земли имеет форму и свойства растущего кристалла, оказывающего воздействие на развитие всех природных процессов, идущих на планете. Лучи этого кристалла, а точнее, его силовое поле, обуславливают икосаэдро-додекаэдровую структуру Земли. Она проявляется в том, что в земной коре как бы проступают проекции вписанных в земной шар правильных многогранников: икосаэдра и додекаэдра.**

**Правильных многогранников вызывающе  
мало, но этот весьма скромный по  
численности отряд сумел пробраться в  
самые глубины различных наук.  
Л. Кэррол**



# Домашнее задание:



*Изготовить модель правильного многогранника и вычислить площадь его поверхности.*

## *Интернет ресурсы:*

900igr.net

<http://www.nips.riss-telecom.ru/poly/>

*Мир многогранников*

<http://lesavchen.ucoz.ru/>