



МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ (МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ)

*Барташевич Михаил Иванович,
проф. кафедры магнетизма и магнитных
наноматериалов
доктор физ.-мат.наук*

● План:

● Л₁

● Введение: физические величины и их измерение

- -физическая величина;
- -система единиц физических величин;
- -измерения (классификация).
- 1.Общая характеристика измерений.
- 2.Общая характеристика погрешностей
- 2.1.источники погрешностей измерений.
- 2.2.Классификация погрешностей.

● Л₂

- 3. Систематические погрешности.
- 3.1. Разновидности систематических погрешностей и способы их учёта
- 3.2. Классы точности приборов
- 3.3. Сложение неисключённых систематических погрешностей
- 3.4. Примечания. Как правильно снять показания прибора.

● Л₃

- 4. Случайные погрешности
- 4.1. Случайные величины и закон распределения
- 4.1.1 Дискретные случайные величины
- 4.1.2 Непрерывные случайные величины
- 4.1.3. Равномерный закон распределения.
- 4.1.4. Нормальный закон распределения (гауссовское распределение). Распределение Стьюдента.
- 4.2. Использование нормального закон распределения для представления результатов измерений

- Л4
- 4.3. Число измерений, необходимое для получения заданной точности
- 4.4 Исключение промахов
- 4.5. Прямые однократные измерения.
- 5. Полная погрешность измерений
- 5.1. Вычисление погрешностей косвенных измерений
- 5.2. Оценка оптимальных требований к точности измерений
- 5.3. Правила сложения систематической и случайной составляющих погрешности (ГОСТ 8.207-76)
- 5.4 Округление результатов измерений
-
- Л5
- 6. Правила проведения измерений и обработки их результатов
- 6.1. Правила представления экспериментальных данных в виде таблиц.
- 7. Правила построения графиков
- 7.1. Общие правила построения графиков
- 7.2. Построение графиков на миллиметровой (масштабно-координатной) бумаге
-
- Л6
- 7.3. Метод наименьших квадратов для расчета коэффициентов аппроксимирующей функции
- 7.4. Проведение расчётов и построение графиков с использованием компьютерных программ
-
- Л7-8

Литература:

1). Степанова Е.А., Скулкина Н.А., Волегов А.С. Основы обработки результатов измерений, Учебное пособие, УрФУ, Екатеринбург, 2014.

Доступ: <http://km.ins.urfu.ru/>

Учебный процесс → Учебные пособия

Пароль: 9491

2). Тейлор Дж. Введение в теорию ошибок. – М.: Издательство «Мир», 1985. – 272 с.

3). Фадеев М.А. Элементарная обработка результатов эксперимента.- Нижегородский государственный университет, 2010.- 122 с.

Замечание 1.

Для групп, у которых начинаются (начались) лабораторные работы:

МНК (Метод наименьших квадратов для расчета коэффициентов аппроксимирующей функции) все формулы смотреть в

Тейлор Дж. Введение в теорию ошибок. – М.: Издательство «Мир», 1985. – 272 с.

МНК будем подробно рассматривать на Л. 6.

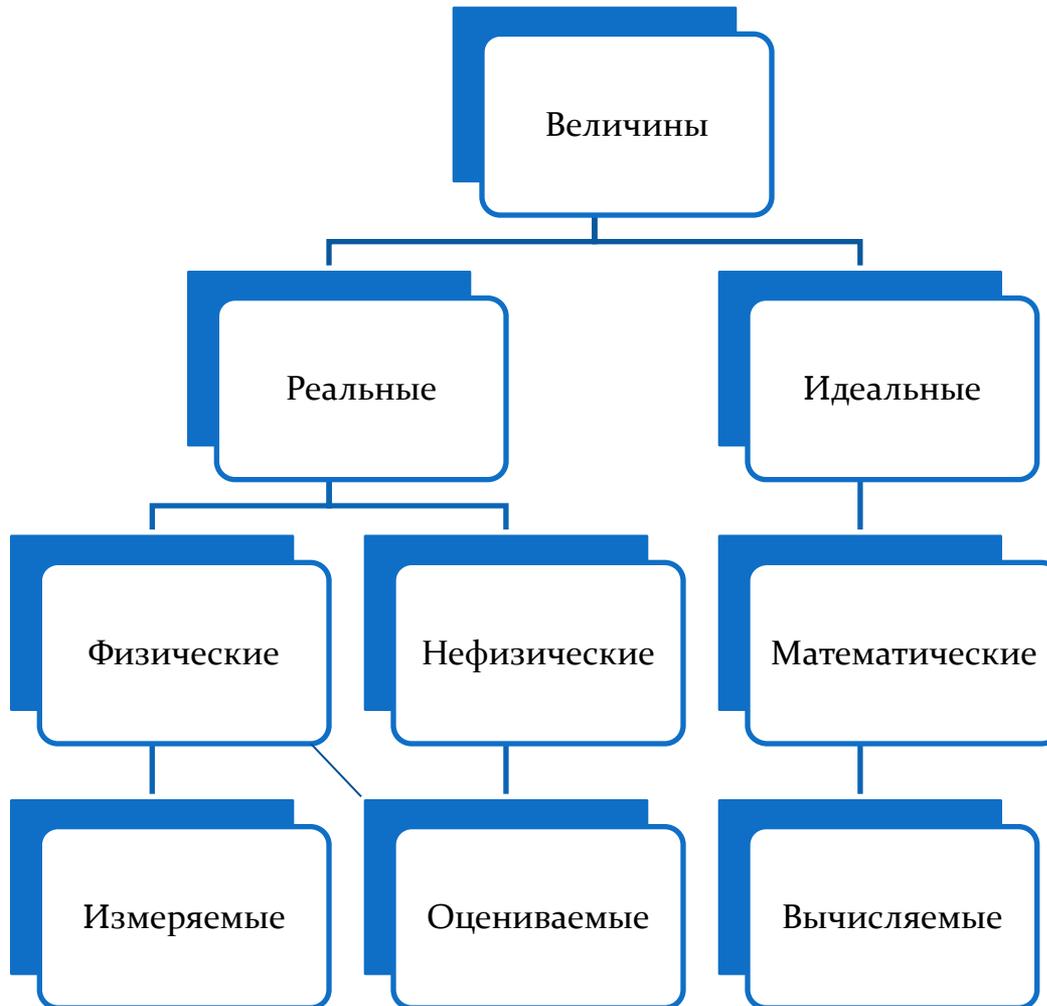
Первоначально для выражения степени доверия к результату измерения в российской метрологии использовался термин «ошибка». Так, например, книга Дж. Тейлора, изданная в Калифорнии в 1982 году так и называется «Введение в теорию ошибок». Но в первой же главе этой книги введение понятия «ошибка» основывается на таких понятиях, как «погрешность», «неопределенность».

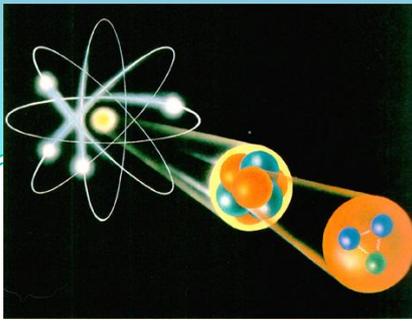
В нашей стране в 80-е годы метрологи перешли на представление результатов измерений, используя термин «погрешность». Однако и этот термин в настоящее время начинает уходить на вторые позиции, уступая свое место новому термину «неопределенность». Уже во многих странах мира используется только неопределенность при представлении результатов измерений. В России представление результатов пока возможно как в терминах «погрешность», так и в терминах «неопределенность».

Мы будем рассматриваться основы представления результатов измерения в рамках погрешности.

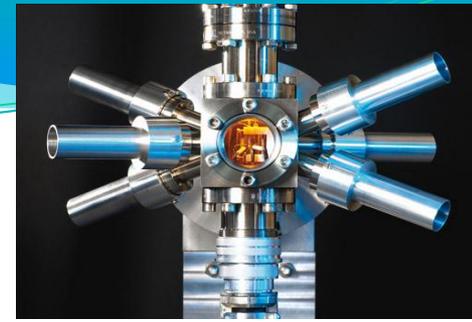
- **Свойство** - категория качественная, оно отражает такую сторону объекта, явления или процесса, которая характеризует этот объект с новой стороны, и в этом смысле обуславливает его отличие от других объектов или общность с ними.
- Для количественного исследования свойств физических объектов, явлений и процессов вводится понятие **величины**.

ВЕЛИЧИН





Введение: физические величины и их измерение



Физическая величина – свойство физического объекта (процесса, явления), общее в качественном отношении для многих объектов (процессов, явлений) и индивидуальное в количественном отношении для каждого из них.

(РМГ 29 – 99 ГСИ. Метрология. Основные термины и определения. Рекомендации по межгосударственной стандартизации. Государственная система обеспечения единства измерений.)

Физические величины делятся на измеряемые и оцениваемые.

Измеряемые выражаются количественно в виде определенного числа установленных единиц измерения.

Оценивание величины производится при помощи шкал. Оценивание – это операция приписывания данной величине определенного числа по установленным правилам (например, сила землетрясения по шкале Рихтера)

Минералогическая шкала твердости

Л	Твердость
	Меньше твердости талька
	Равна твердости талька или больше ее, но меньше твердости гипса
	Равна твердости гипса или больше ее, но меньше твердости известкового шпата
	Равна твердости известкового шпата или больше ее, но меньше твердости плавикового шпата
	Равна твердости плавикового шпата или больше ее, но меньше твердости апатита
	Равна твердости апатита или больше ее, но меньше твердости полевого шпата
	Равна твердости полевого шпата или больше ее, но меньше твердости кварца
	Равна твердости кварца или больше ее, но меньше твердости топаза
	Равна твердости топаза или больше ее, но меньше твердости корунда
	Равна твердости корунда или больше ее, но меньше твердости алмаза
	Равна твердости алмаза или больше ее

Размер физической величины – количественная определённость физической величины.

Значение физической величины – размер физической величины с указанием единиц измерения.

Числовое значение физической величины – размер физической величины без указания единиц измерения

Что же касается нефизических величин (уровень интеллекта, уровень знаний, оцениваемых в баллах ЕГЭ и т.д.), то они могут быть только оценены, т.к. в принципе для них единица измерения не может быть введена.

В метрологии существует несколько классификаций физических величин:

- *** по видам явлений;
- *** по принадлежности к различным группам физических процессов;
- *** по степени условной независимости от других величин;
- *** по наличию размерности.

По видам явлений физические величины разделяются на:

вещественные – это величины, описывающие физические и физико-химические свойства веществ, материалов и изделий из них. К этой группе относятся масса, плотность, электрическое сопротивление, емкость, индуктивность и др. Еще эти физические величины называют пассивными, так как для формирования сигнала измерительной информации необходимо использовать вспомогательный источник энергии, чтобы преобразовать пассивные физические единицы в активные, которые затем и измеряются;

энергетические – величины. Описывающие энергетические характеристики процессов преобразования, передачи и использования энергии: сила тока, напряжение, мощность, энергия. Эти величины называют активными, т.к. они могут быть преобразованы в сигналы измерительной информации без использования вспомогательных источников энергии;

характеризующие протекание процессов по времени. Это могут быть различного вида спектральные характеристики, корреляционные функции.

Согласно второй классификации **по принадлежности к различным группам физических процессов** физические величины делятся на пространственно-временные, механические, электрические и магнитные, тепловые, акустические, световые, физико-химические, ионизирующих излучений, атомной и ядерной физики. Эта классификация проводится в соответствии со всеми возможными разделами физики и химии.

По степени условной независимости от других величин данной группы все физические величины делятся на основные (условно независимые) и производные (условно зависимые) .

По наличию размерности физические величины делятся на безразмерные и имеющие размерность.



Международная система единиц (СИ) – System International (SI) – 1960 г.

Основные 7 физических величин СИ:

длина (l) – метр (м);

масса (m) – килограмм (кг);

время (t) – секунда (с);

сила тока (I) – ампер (А);

термодинамическая температура (T) – кельвин (К);

количество вещества (ν) – моль (моль);

сила света (I) – кандела (кд)

Измерение – совокупность операций, выполняемых с помощью технического средства хранящего единицу величины, позволяющего сопоставить измеряемую величину с этой единицей и получить искомое значение измеряемой величины

Основные единицы физических величин системы СИ

	Физическая величина	Единица измерения физической величины			
			Русское	Международное	
1	Длина	метр	м	m	
2	Масса	килограмм	кг	kg	
3	Время	секунда	с	s	
4	Сила электрического тока	ампер	A	A	
5	Термодинамическая температура	кельвин	K	K	
6	Количество вещества	моль	моль	mol	
7	Сила света	кандела	кд	cd	

Метр – единица длины, равная пути, проходимого светом в вакууме за интервал времени $1/299\,792\,458$ с.

Килограмм – единица массы, равная массе международного прототипа килограмма. (Представляет собой цилиндр диаметром и высотой 39,17 мм из платино-иридиевого сплава (90 % платины, 10 % иридия))

Секунда – единица времени, равная 9 192 31 770 периодам излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия-133.

Ампер – единица силы электрического тока. Ампер равен силе неизменяющегося тока, который при прохождении по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малой площади кругового поперечного сечения, расположенным в вакууме на расстоянии 1 метр один от другого, вызвал бы на каждом участке проводника длиной 1 метр силу взаимодействия, равную $2 \cdot 10^{-7}$ Н.

Кельвин – единица термодинамической температуры, равная $1/273,16$ части термодинамической температуры тройной точки воды. Заметим, что в нашей стране разрешено использовать для температуры градусы Цельсия ($^{\circ}\text{C}$).

Кандела – единица силы света. Кандела есть сила света в заданном направлении источника, испускающего монохроматическое излучение частотой $540 \cdot 10^{12}$ Гц, электрическая сила света которого в данном направлении составляет $1/683$ Вт/ср. (ср – телесный угол стерадиан)

Моль – единица количества вещества. Моль есть количество вещества системы, содержащей столько же структурных элементов, сколько содержится атомов в углероде-12 массой 0,012 кг. Структурные элементы при применении моля должны быть специфицированы и могут быть атомами, ионами, электронами и другими частицами.

На XXIV Генеральной конференции по мерам и весам 17—21 октября 2011 года была принята резолюция, в которой, в частности, предложено в будущей ревизии Международной системы единиц переопределить четыре основные единицы СИ: килограмм, ампер, кельвин и моль. Предполагается, что новые определения будут базироваться на фиксированных численных значениях постоянной Планка, элементарного электрического заряда, постоянной Больцмана и постоянной Авогадро, соответственно.

Все единицы измерения физических величин, разрешенные для применения в нашей стране, записаны в ГОСТ 8.417 - 2002 ГСИ. Единицы величин. (Государственная система обеспечения единства измерений)

Кроме единиц СИ в некоторых областях разрешено применение других единиц, например, время можно измерять в минутах, часах и сутках; объем – в литрах; массу – в тоннах. Также в этом ГОСТе записаны правила написания единиц измерения. Например, во всем тексте можно использовать или английские наименования единиц или русские; единицы измерения должны отделяться от числа **пробелом** (за исключением обозначений долготы и широты, выражающихся в градусах, минутах и секундах); сокращенное наименование единиц, имеющих наименования в честь ученых, надо писать с большой буквы (один вольт – 1 В).

Система СГС (сантиметр – грамм – секунда) широко используется в электродинамике и магнетизме, т.к. все четыре вектора электрических и магнитных полей ***E***, ***D***, ***B*** и ***H*** имеют одинаковые размерности, в соответствии с их физическим смыслом.

Наименование множителей и приставок для образования десятичных кратных и дольных единиц.

Обозначение

Множитель	Приставки	Международное	Русское
10^{24}	йотта	Y	И
10^{18}	экса	E	Э
10^{15}	пета	P	П
10^{12}	тера	T	Т
10^9	гига	G	Г
10^6	мега	M	М
10^3	кило	k	к
10^2	гекто	h	г
10^1	дека	da	да
10^{-1}	деци	d	д
10^{-2}	санти	c	с
10^{-3}	милли	m	м
10^{-6}	микро	μ	мк
10^{-9}	нано	n	н
10^{-12}	пико	p	п
10^{-15}	фемто	f	ф
10^{-18}	атто	a	а
10^{-24}	йокто	y	и



1. Общая характеристика измерений

Основной смысл измерения заключается в так называемом основном уравнении измерения:

$$X = x [X] \quad \text{основное уравнение измерений}$$

$$(l = 0.5 \text{ м})$$

X — значение физической величины;

x — числовое значение физической величины;

$[X]$ — единица измерения физической величины

Таким образом, результатом измерения является некоторое значение x в установленных единицах.

Результат зависит от выбранных единиц. Так, например, длина одного и того же объекта может составлять 10 дюймов и 25,4 сантиметров.

Мы будем работать исключительно с физическими величинами, которые можно измерить. Однако, есть физические величины, которые можно только оценить (например, цвет объекта по атласу цветов в колориметрии, твердость минералов по шкале твердости Мооса или силу землетрясений по шкале Рихтера). Также можно оценить каким-нибудь способом нефизические величины: коэффициент интеллекта, уровень знаний и т. п.

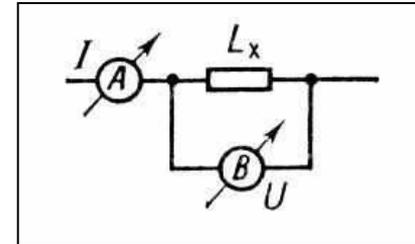
Но нас будут интересовать только **измеряемые физические величины**.

1) по способу получения информации – прямые, косвенные, совместные, совокупные.

Прямые – такие, при которых искомое значение физической величины получают непосредственно по показаниям средства измерения. Например, измерение длины детали при помощи штангенциркуля, измерение напряжения – вольтметром, измерение массы на весах. Для оценивания погрешности прямых измерений используют подходы, описанные в ГОСТ Р 8.736 – 2011 ГСИ. Измерения прямые многократные. Методы обработки результатов измерений. Основные положения.



Косвенные – такие, при которых искомое значение физической величины определяется на основании результатов прямых измерений других физических величин, функционально связанных с искомой величиной. (определение скорости V по результатам прямых измерений расстояния S и времени t по формуле $V = S/t$). Для того чтобы вычислить погрешность косвенных измерений, необходимо знать погрешность величин, измеряемых прямыми методами.



Совместные - это измерения двух или нескольких неоднородных величин для нахождения зависимости между ними. Зависимость находят расчетным путем, путем решения системы уравнений, куда будут входить измеренные значения.

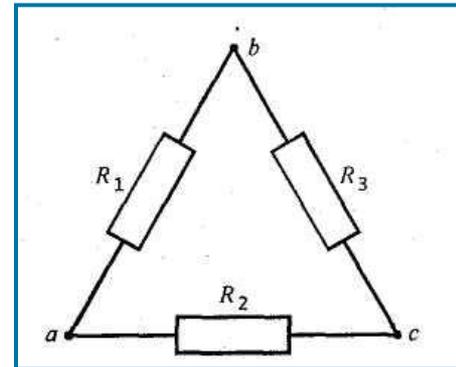
Например, определяют зависимость сопротивления резистора от температуры $R_t = R_0 (1 + At + Bt^2)$, измеряя сопротивление резистора при трех различных температурах, составляют систему из трех уравнений, из которых находят параметры R_0 , A , B .

Классификация измерений:

1) по способу получения информации – прямые, косвенные, совместные, совокупные.

Совокупные - когда одновременно проводят измерение нескольких одноименных величин. Искомую зависимость также определяют путем решения системы уравнений, получаемых при прямых измерениях различных сочетаний этих величин. (определение массы отдельных гирь по одной - калиброванной)

$$\left. \begin{aligned} R_{t_1} &= R_0 (1 + \alpha t_1 + \beta t_1^2); \\ R_{t_2} &= R_0 (1 + \alpha t_2 + \beta t_2^2); \\ R_{t_3} &= R_0 (1 + \alpha t_3 + \beta t_3^2). \end{aligned} \right\}$$



Например, измерение сопротивлений резисторов, соединенных треугольником, путем измерения сопротивления между различными вершинами треугольника.

Классификация измерений:

2) по характеру изменения получаемой информации – статические, динамические, статистические.

Статические - при которых измеряемая величина остается постоянной во времени

Динамические - в процессе которых измеряемая величина изменяется и является непостоянной во времени.

Статистические – определяются статистические характеристики измеряемой величины.

3) по количеству измерительной информации: – однократные, многократные.

Однократные - измерение, выполненное один раз (измерение времени по часам; или измерения, приводящие к разрушению объекта).

Многократные - измерение физической величины одного и того же размера, результат которого получен из нескольких следующих друг за другом измерений, т. е. состоящее из ряда однократных измерений.

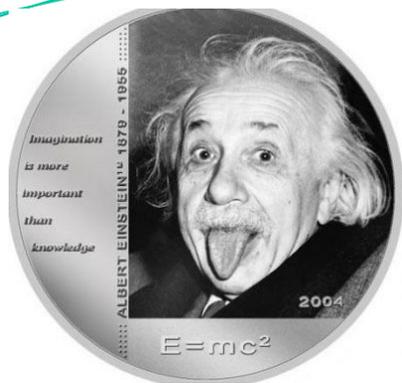
По ГОСТ Р 8.736 – 2011 ГСИ. Измерения прямые многократные. многократными считаются измерения при $n > 4$.

Классификация измерений:

4) по отношению к единицам измерения: – абсолютные, относительные.

Абсолютные - измерения, которые основаны на прямых измерениях одной или нескольких основных величин или на использовании значений физических констант. (определение длины в метрах)

Относительные - измерения отношения величины к одноименной величине, роль единицы, или измерения величины по отношению к одноименной величине, принимаемой за исходную. (измерение относительной влажности воздуха, определяемой как отношение количества водяных паров в 1 м^3 воздуха к количеству водяных паров, которое насыщает 1 м^3 воздуха при данной температуре.)



1.Общая характеристика измерений.

Любые измерения приобретают значимость, если им можно доверять!

В действительности измерение одной и той же величины каждый раз происходит при различных условиях.

Поэтому каждый раз результат может получаться разным.

Для обработки получаемых результатов необходимо воспользоваться определениями, данными в РМГ 29 - 99 «ГСИ. Метрология. Основные термины и определения» (рекомендация межгосударственной стандартизации)

Истинное значение физической величины – это значение физической величины, которое идеальным образом характеризует в количественном и качественном отношении соответствующую физическую величину. По своей природе является **единственным**.

Действительное значение физической величины – определяется экспериментально (в результате измерений) и рассматривается как значение, которой наиболее точно (в данной измерительной задаче) отражает истинное значение физической величины. Имеет **множественный** характер

Адекватность отображения свойств объектов

!!! На практике истинного значения никогда получить нельзя! Поэтому вместо него и используют действительное значение.

Модель объекта измерений – совокупность логических, математических и физических утверждений, которые отражают свойства реального объекта с допустимыми приближениями.



Для количественного выражения качества проведенного измерения вводят понятие погрешности измерения

$$\Delta X = X_u - X = (\mu - x) [X]$$

ΔX – абсолютная погрешность

X_u – истинное значение физической величины;

X – результат измерения;

μ, x – числовые значения физической величины;

$[X]$ – единица измерения физической величины.

Абсолютная погрешность – отклонение результата измерения от истинного значения физической величины. Характеризует **точность метода измерения**.

По величине абсолютной погрешности трудно судить о точности проведенных измерений. Например, при абсолютной погрешностью, которая равна 0,1 мВ, из двух измерений $U_1 = 500$ мВ и второе $U_2 = 5$ мВ, первое – более точное. Поэтому для количественной оценки вводится понятие относительной погрешности.



Относительная погрешность – отношение абсолютной погрешности к истинному (действительному) значению физической величины

$$\delta X = \frac{\Delta X}{X_{и}} = \frac{\Delta x}{\mu}$$

Измеряется в относительных единицах или процентах.

Относительная погрешность характеризует качество уже не метода, а данного конкретного измерения.

$$\frac{0.1\text{мВ}}{500\text{мВ}} = 0.0002 = 0.02\%$$

$$\frac{0.1\text{мВ}}{5\text{мВ}} = 0.02 = 2\%$$

Приведенная погрешность – это погрешность, выраженная отношением абсолютной погрешности к нормирующему значению:

$$\gamma = \frac{\Delta X}{X_N} \cdot 100\%$$

где X_N нормирующее значение (что принимают в качестве нормирующего значения будет рассмотрено далее).

Итог: 3 типа погрешности:

Абсолютная

Относительная

Приведенная



2. Общая характеристика погрешностей

2.1. Источники погрешностей



Инструментальная погрешность – неточность изготовления и градуировки средств измерения.

Измерительный прибор невозможно изготовить абсолютно точно. Также при его настройке и градуировки приходится проводить измерения, а они всегда сопровождаются погрешностями.

Погрешность метода – вытекают из неадекватности моделирования объекта измерения.

Например, при взвешивании тела не учитываем выталкивающую силу воздуха, которая будет разной для тел с различной плотностью.

2. Общая характеристика погрешностей

2.1. Источники погрешностей

Погрешность считывания обусловлена ограниченными физиологическими возможностями наблюдателя и его промахами.

Например, отсчитывая показания расположенного прямо стрелочного прибора исследователь смотрит на прибор правым глазом.

Погрешность меры – аппроксимация истинного значения физической величины её действительным значением, определяемым из многократных измерений.

Погрешность условий измерений –

***контролируемые условия – например, при измерении диаметра детали токарного станка, деталь сильно нагрелась;

***неконтролируемые условия – например, при взвешивании это поток воздуха.



2.2. Классификация погрешностей



По форме представления погрешности:

- 1). абсолютная погрешность** – отличие результата измерения от истинного (действительного) значения физической величины;
- 2). относительная погрешность** – отношение абсолютной погрешности к истинному (действительному) значению физической величины;
- 3). приведённая погрешность** – отношение абсолютной погрешности к нормирующей величине (м.б. предельное значение шкалы прибора).

2.2. Классификация погрешностей

По характеру проявления: **систематические погрешности, случайные погрешности, грубые погрешности (промахи)**

1) систематические погрешности – остаются постоянными или изменяются закономерно при многократных измерениях; обусловлены основными условиями измерений;

При проведении измерений иногда удается исключить некоторые составляющие (например, избавиться от влияния колебаний температуры при помощи термостатирования или можно экранировать магнитное поле). При проведении обработки результатов измерений рассматриваются только неисключенные систематические погрешности.

2) случайные погрешности – изменяются случайным образом (как по знаку, так и по значению) в серии **повторных** измерений одной и той же физической величины, проведенных с одинаковой тщательностью в одних и тех же условиях. В них нет никакой закономерности, они неизбежны, неустранимы. Их присутствие выражается в виде разброса полученных результатов. Для их описания используется теория математической статистики.

2.2. Классификация погрешностей

По характеру проявления:

3) грубые погрешности (промахи) – состоят в значительном отклонении результата измерений от ожидаемого, обусловлены субъективными факторами (способы выявления таких погрешностей будут рассмотрены далее).



По источнику возникновения:

1)инструментальные – определяются несовершенством средств измерений;

2)методические – обусловлены несовершенством применяемого метода измерений;

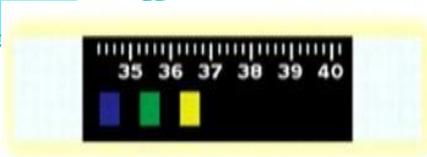
Причины возникновения :

***отличие принятой модели объекта измерения от модели, адекватно измеряемое свойство. Например, при измерении диаметра предполагается круг, а на самом деле это эллипс. Проведение измерений диаметра в нескольких направлениях даст возможность скорректировать принятую модель.

***влияние средства измерения на объект.

например, при измерении напряжения: при подключении к участку цепи вольтметра, имеющего конечное значение внутреннего сопротивления, он будет шунтировать этот участок. При этом напряжение, которое будет показывать вольтметр, будет меньше реального значения.

***влияние алгоритмов (формул), применяемых при обработке результатов.



По источнику возникновения:



3) субъективные – обусловлены физическим состоянием оператора, несовершенством органов чувств, эргономическими свойствами средств измерений. например, погрешностью отсчета оператором показаний по шкалам средства измерения.

Применение автоматических средств измерения позволит освободиться от субъективных погрешностей.

По условиям проведения измерений:

1) основная погрешность – соответствует **нормальным условиям** применения средств измерений (температура – 293 ± 5 К; давление – 100 ± 4 кПа; влажность – 65 ± 15 %, частота питающей сети переменного тока 50 Гц.);

2) дополнительная погрешность – возникает при **отклонении** одной из влияющих величин **от нормальных значений**.

Рабочие условия – условия, при которых допускается эксплуатировать прибор с гарантированными метрологическими характеристиками. Могут выходить за рамки нормальных условий.