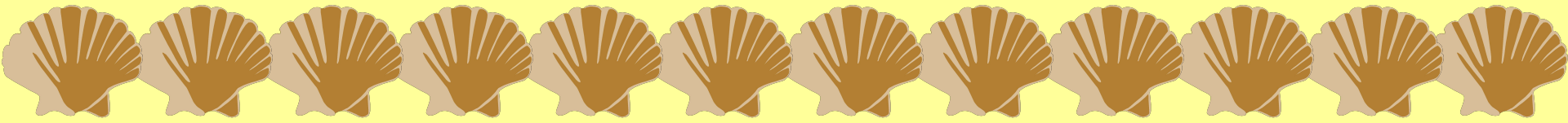


6.5. СВЯЗЬ МЕЖДУ БЕСКОНЕЧНО МАЛЫМИ И БЕСКОНЕЧНО БОЛЬШИМИ ВЕЛИЧИНАМИ

Связь между бесконечно малыми и бесконечно большими величинами выражается следующей теоремой:





ТЕОРЕМА

*Если функция $\alpha(x)$ -бесконечно
малая величина при*

$x \rightarrow x_0$ или при $x \rightarrow \infty$

то функция $f(x) = \frac{1}{\alpha(x)}$

*есть величина бесконечно
большая при*

$x \rightarrow x_0$ или при $x \rightarrow \infty$





ДОКАЗАТЕЛЬСТВО:

Проведем доказательство для случая $x \rightarrow x_0$

По условию, $\alpha(x)$ - бесконечно малая величина при

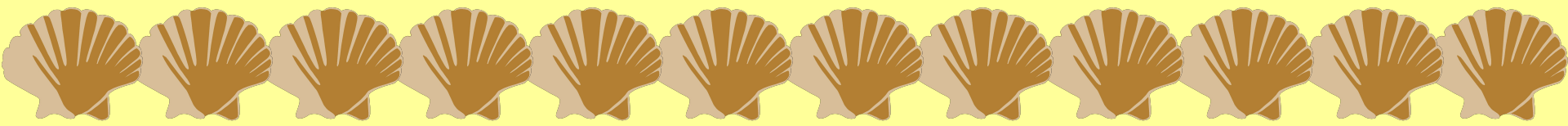
$x \rightarrow x_0$, следовательно

для любого, сколь угодно малого числа $\varepsilon > 0$, найдется такое число $\delta > 0$, что при всех x , таких что $|x - x_0| < \delta$, выполняется неравенство:

$$|\alpha(x)| < \varepsilon$$

Это равносильно неравенству:

$$\left| \frac{1}{\alpha(x)} \right| > \frac{1}{\varepsilon}$$





Следовательно, $|f(x)| > M$, где

$$f(x) = \frac{1}{\alpha(x)} \quad M = \frac{1}{\varepsilon}$$

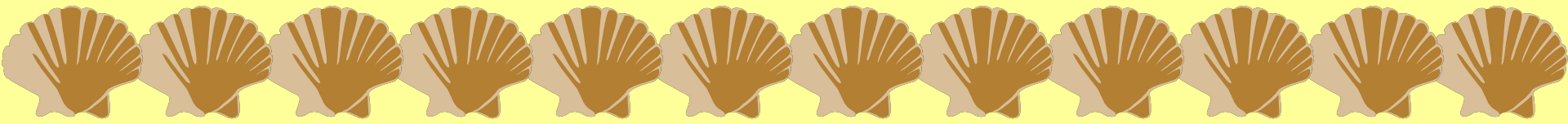
Это означает, что $f(x)$

является бесконечно большой величиной

при $x \rightarrow x_0$



Справедлива и обратная теорема:





ТЕОРЕМА

*Если функция $\alpha(x)$ -бесконечно
большая величина при*

$x \rightarrow x_0$ или при $x \rightarrow \infty$

то функция $f(x) = \frac{1}{\alpha(x)}$

*есть величина бесконечно малая
при*

$x \rightarrow x_0$ или при $x \rightarrow \infty$





ПРИМЕР.

Функция $y = \cos x$

является бесконечно малой величиной при $x \rightarrow \frac{\pi}{2}$

Тогда функция $y = \frac{1}{\cos x}$

является бесконечно большой величиной при $x \rightarrow \frac{\pi}{2}$

