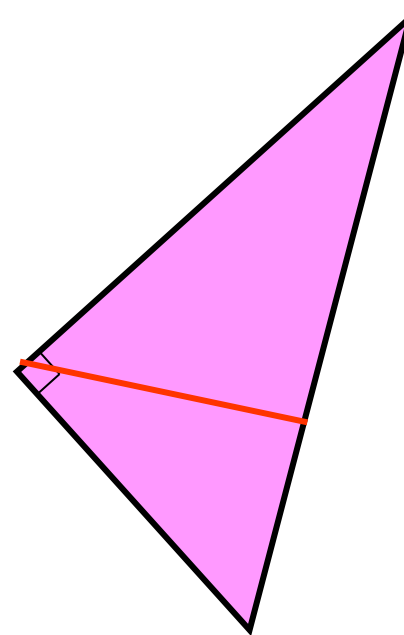
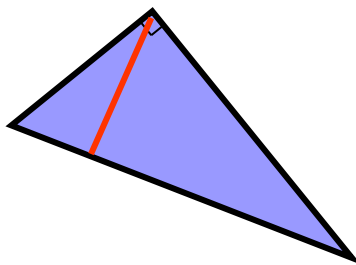
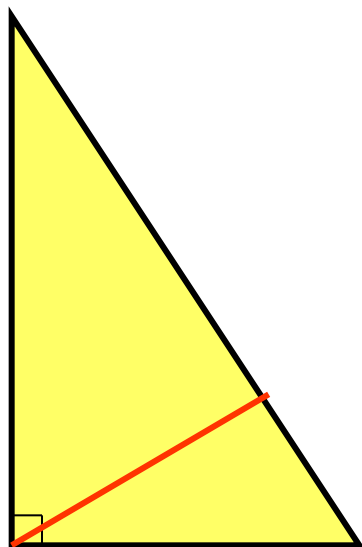


Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике



Определение: отрезок **X** называется **средним пропорциональным**
или **средним геометрическим**

между двумя отрезками **a** и **b**, если **a : X = X : b**.

Например, отрезок длиной **6** см является средним пропорциональным
между отрезками с длинами **9** см и **4** см, т.к. **9 : 6 = 6 : 4**.

Равенство **a : X = X : b** можно записать в виде **$x^2 = ab$**
или в виде **$x = \sqrt{ab}$**

X – среднее геометрическое между **a** и **b**

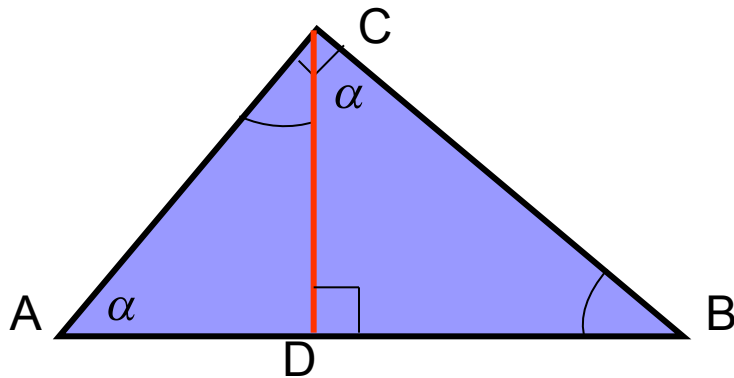
Реши задачи:

1. Является ли отрезок длиной 8 см средним пропорциональным
между отрезками с длинами 16 см и 4 см ? **да**
2. Является ли отрезок длиной 9 см средним пропорциональным
между отрезками с длинами 15 см и 6 см ? **нет**
3. Является ли отрезок длиной $2\sqrt{5}$ см средним пропорциональным
между отрезками с длинами 5 см и 4 см ? **да**



Важное свойство.

Высота прямоугольного треугольника, проведённая из вершины **прямого угла**, разделяет треугольник на два подобных прямоугольных треугольника, каждый из которых подобен данному треугольнику.



Дано: $\triangle ABC$, $\angle ACB = 90^\circ$,
 $CD \perp AB$.

Доказать: $\triangle ACD$ и $\triangle CBD$ подобны,
 $\triangle ACD$ и $\triangle ABC$ подобны,
 $\triangle CBD$ и $\triangle ABC$ подобны.

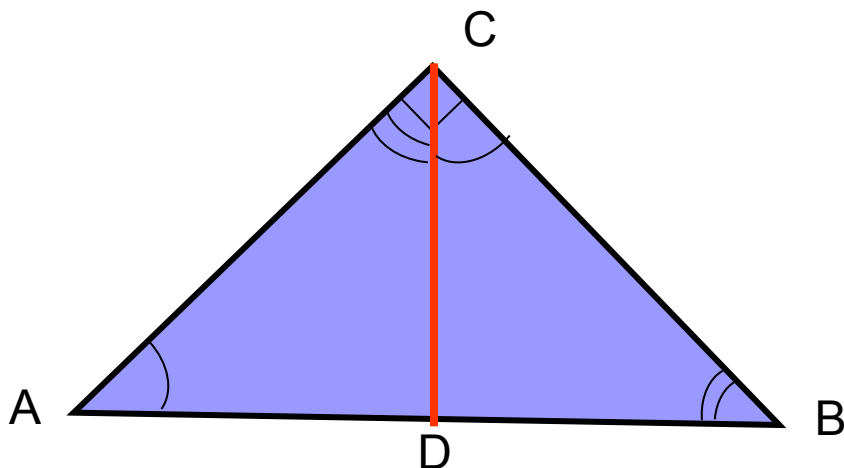
Доказательство:

Пусть $\angle A = \alpha$, тогда $\angle B = 90^\circ - \alpha$,
 $\angle ACD = 90^\circ - \alpha$, $\angle BCD = 90^\circ - (90^\circ - \alpha) = \alpha$.

Итак, прямоугольные треугольники $\triangle ACD$ и $\triangle CBD$ подобны, т.к. $\angle A \cong \angle BCD$,
прямоугольные треугольники $\triangle ACD$ и $\triangle ABC$ подобны, т.к. $\angle A$ - общий,
прямоугольные треугольники $\triangle CBD$ и $\triangle ABC$ подобны, т.к. $\angle B$ - общий.



Свойство 1. Высота прямоугольного треугольника, проведённая из вершины прямого угла, есть среднее пропорциональное между отрезками, на которые делится гипотенуза этой высотой.



Дано: $\triangle ABC$, $\angle ACB = 90^\circ$,
 $CD \perp AB$.

Доказать: $CD = \sqrt{AD \cdot DB}$

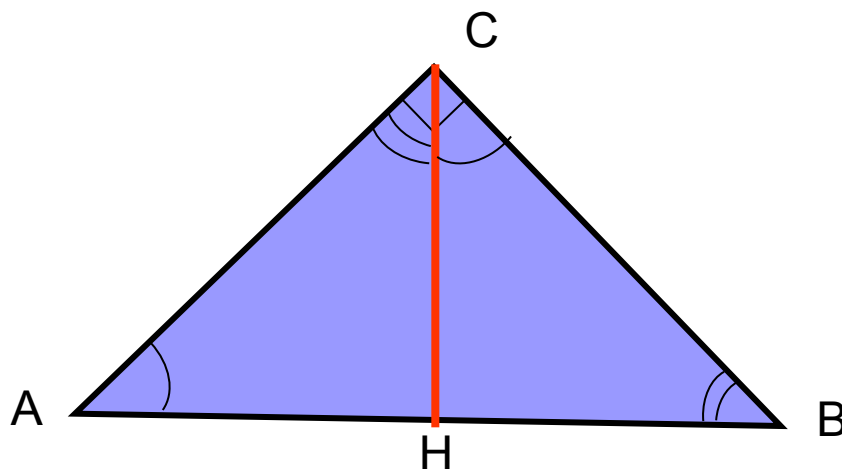
Доказательство:

По доказанному $\triangle ACH$ и $\triangle CBH$ подобны, значит, сходственные стороны пропорциональны:

$$\frac{AD}{CD} = \frac{CD}{DB}, \text{ следовательно, } CD^2 = AD \cdot DB, \text{ т. е. } CD = \sqrt{AD \cdot DB}$$



Свойство 2. Катет прямоугольного треугольника есть среднее пропорциональное между гипотенузой и отрезком гипотенузы, заключённым между катетом и высотой, проведённой из вершины прямого угла.



Дано: $\triangle ABC$, $\angle ACB = 90^\circ$,
 $CH \perp AB$

Доказать: $AC = \sqrt{AB \cdot AH}$

$BC = \sqrt{AB \cdot BH}$

Доказательство:

По доказанному $\triangle ACH$ и $\triangle ABC$ подобны, значит, сходственные стороны пропорциональны:

Значит, $AC^2 = AB \cdot AH$, т. е. $AC = \sqrt{AB \cdot AH}$

По доказанному $\triangle BCH$ и $\triangle ABC$ подобны, значит, сходственные стороны пропорциональны:

Значит, $BC^2 = AB \cdot BH$, т. е. $BC = \sqrt{AB \cdot BH}$

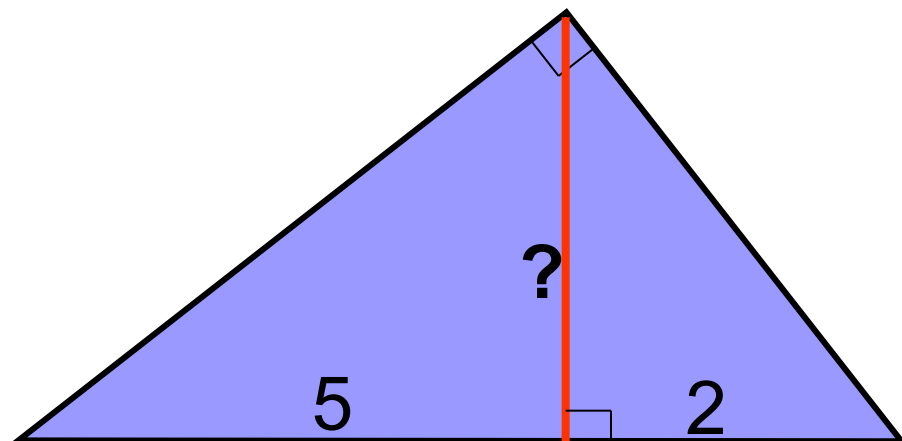
$$\frac{AB}{AC} = \frac{AC}{AH}$$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{BC}{BH}$$



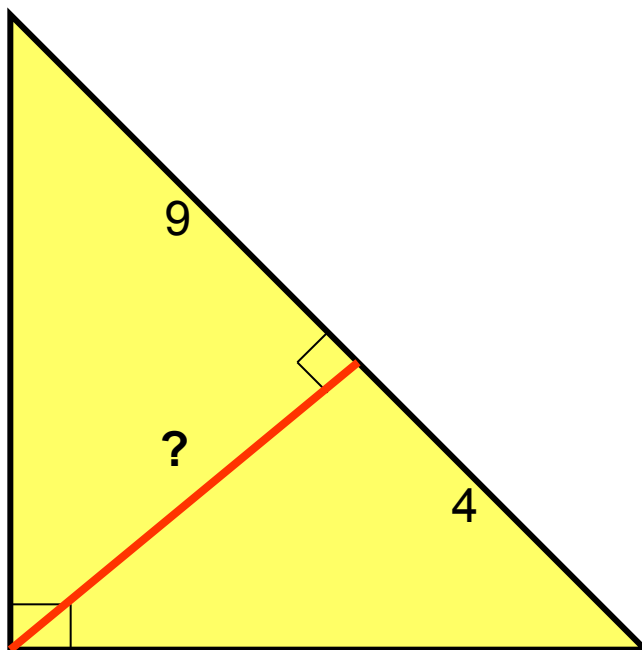
1.

Реши задачу



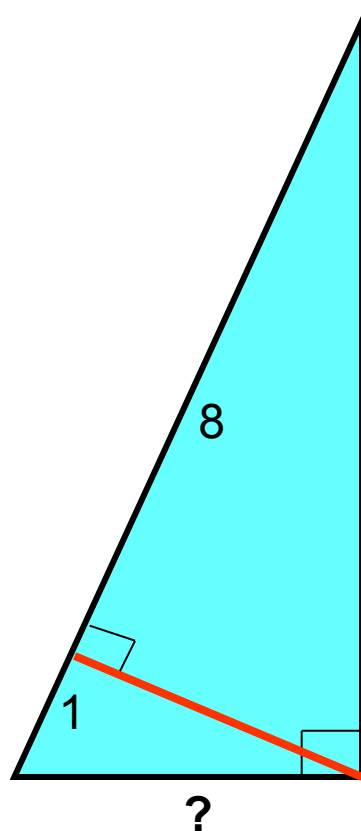
2.

Реши задачу



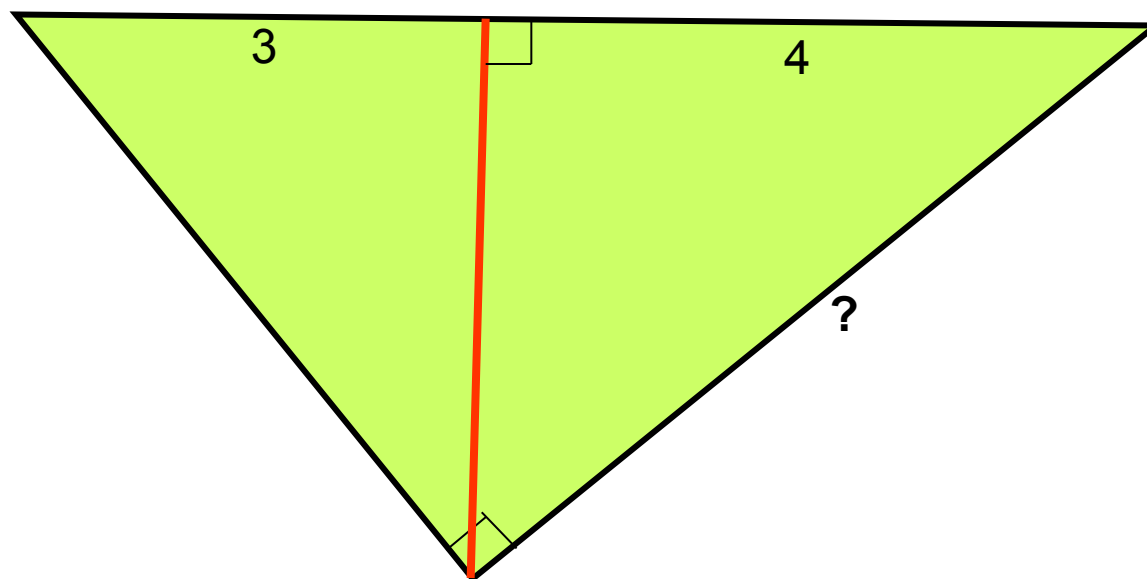
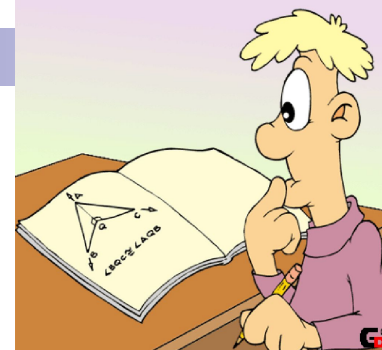
3.

Реши задачу



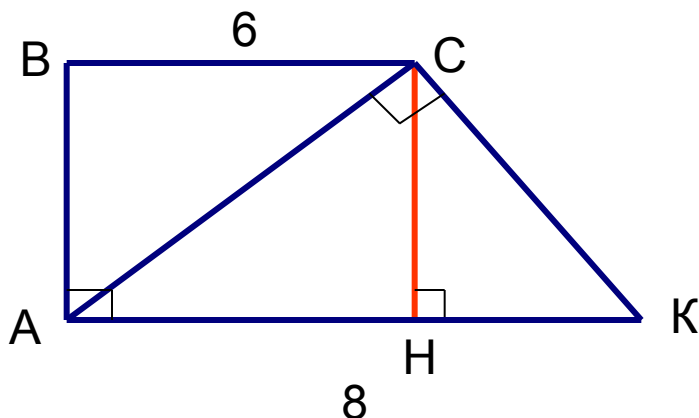
Реши задачу

4.



Решение задачи

В трапеции $ABCK$ $AB \perp AK$, $AC \perp CK$, $BC = 6$, $AK = 8$.
Найдите углы трапеции.



Решение:

Проведём $CH \perp AK$,
т. к. $ABCK$ – трапеция и $AB \perp AK$, то
 $ABCH$ – прямоугольник, $AH = BC = 6$,
 $HK = AK - AH = 8 - 6 = 2$.

Т. к. $AC \perp CK$, то $\triangle ACK$ – прямоугольный,

CH – высота, проведённая из вершины прямого угла, значит,

$$CH = \sqrt{AH \cdot HK} = \sqrt{6 \cdot 2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

По теореме Пифагора ($\triangle CHK$) $CK^2 = CH^2 + HK^2$, $CK^2 = 12 + 4 = 16$, $CK = 4$.

(2 способ нахождения CK из $\triangle ACK$: $CK = \sqrt{AK \cdot HK} = \sqrt{8 \cdot 2} = \sqrt{16} = 4$)

В прямоугольном треугольнике CHK $HK = \frac{1}{2} CK$, значит, $\angle KCH = 30^\circ$,
 $\angle K = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.

В трапеции $ABCK$ $\angle A = \angle B = 90^\circ$, $\angle K = 60^\circ$, $\angle BCK = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.

Ответ: 90° ; 90° ; 120° ; 60° .

