



Лекция 2. Модели межотраслевого баланса

Содержание лекции:

1. Схема межотраслевого баланса по В. Леонтьеву
2. Анализ экономических показателей при помощи межотраслевого баланса
3. Теорема о балансовой системе

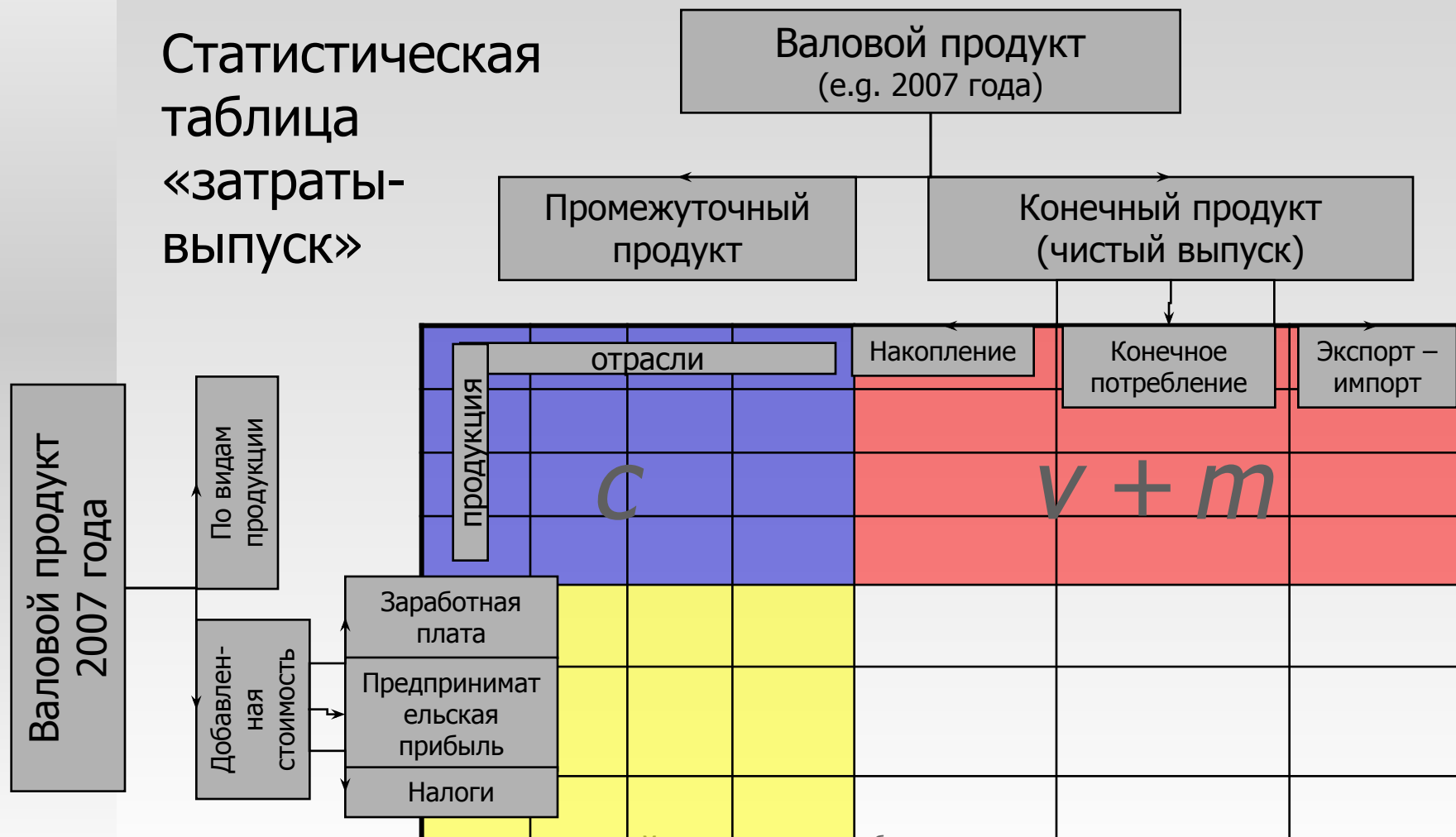


Литература

- *Экономико-математические методы и прикладные модели: Учеб. пособие для вузов / Под ред. В.В. Федосеева. — 2-е изд. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. — глава 6.*
- *Коссов В.В. Межотраслевые модели (теория и практика использования). М.: Экономика, 1973.*
- *Светлов Н.М. На пути к новой концепции стоимости. М.: Изд-во МСХА, 2002.*

2.1. Схема межотраслевого баланса по В. Леонтьеву

Статистическая
таблица
«затраты-
выпуск»



2.1. Схема межотраслевого баланса по В. Леонтьеву





2.1.

■ Основные предположения **модели** межотраслевого баланса:

- ◆ каждая отрасль выпускает ровно один продукт
- ◆ каждый продукт выпускается ровно одной отраслью
 - ⇒ число продуктов равно числу отраслей
 - ⇒ измерять интенсивность работы отрасли можно объёмом выпуска соответствующего продукта
- ◆ затраты любого продукта в каждой отрасли прямо пропорциональны её интенсивности

■ Эмпирической базой модели является таблица «затраты-выпуск»

■ Модель:

- ◆ прикладная
- ◆ микроэкономическая
- ◆ балансовая
- ◆ статическая
- ◆ детерминированная
- ◆ нормативная



2.1.

x, c и y
неотри-
цательны

$x_1 - c_{11}$	$-c_{12}$	$-c_{13}$	$-c_{14}$	y_1		
$-c_{21}$	$x_2 - c_{22}$	$-c_{23}$	$-c_{24}$	y_2		
$-c_{31}$	$-c_{32}$	$x_3 - c_{33}$	$-c_{34}$	y_3		
$-c_{41}$	$-c_{42}$	$-c_{43}$	$x_4 - c_{44}$	y_4		

В.К. Дмитриев
(начало XX в.):

$$a_{ij} = c_{ij} / (x_j - c_{jj}), i \neq j;$$

$$a_{ij} = 1, i = j$$

Основная модель:

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{y}, \text{ где}$$

$$\mathbf{A} = (a_{ij}), \mathbf{x} = (x_j - c_{jj}),$$

$$\mathbf{y} = (y_i)$$

В. Леонтьев
(середина XX в.):

$$a_{ij} = c_{ij} / x_j$$

Основная модель:

$$\mathbf{x} - \mathbf{Ax} = \mathbf{y}, \text{ где}$$

$$\mathbf{A} = (a_{ij}), \mathbf{x} = (x_j),$$

$$\mathbf{y} = (y_i)$$



2.2. Анализ экономических показателей при помощи межотраслевого баланса

$$\mathbf{x} - \mathbf{Ax} = \mathbf{y}$$

$$(\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{x} = \mathbf{y}, \text{ где}$$

$$\mathbf{I} = (i_{ab}):$$

$$i_{ab} = 0, \text{ если } a \neq b;$$

$$i_{ab} = 1, \text{ если } a = b$$

$$\text{Пусть } \mathbf{B} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$$

Тогда

$$(\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{B}\mathbf{x} = \mathbf{B}\mathbf{y}, \text{ то}$$
$$\text{есть } \mathbf{x} = \mathbf{B}\mathbf{y}$$

Чтобы определить, каковы должны быть производственные мощности отраслей экономики для производства конечного продукта в размере $\mathbf{y}$, достаточно умножить его (слева) на матрицу $\mathbf{B}$, называемую *матрицей полных затрат*.



2.2.

Пусть **p** – вектор цен продукции каждой отрасли, **c** – вектор добавленной стоимости в единице продукции каждой отрасли. Тогда

$$\mathbf{p} - \mathbf{pA} = \mathbf{c}$$

$$\mathbf{p}(\mathbf{I} - \mathbf{A}) = \mathbf{c}$$

Отсюда

$$\mathbf{p}(\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{B} = \mathbf{cB}, \text{ то есть}$$
$$\mathbf{p} = \mathbf{cB}$$

Чтобы определить, каковы должны быть цены для создания добавленной стоимости в размере **c**, достаточно умножить **c** (справа) на матрицу **B**.



2.2.

Рассмотрим компоненты матрицы $\mathbf{B} = (b_{ji})$.

Величина b_{ji} показывает, на сколько единиц нужно увеличить объём производства в отрасли j , чтобы увеличить чистый выпуск блага i на единицу.

Она отражает *полные затраты* продукции отрасли j на производство всех других видов продукции, необходимых для единичного выпуска блага i , во всех производственных циклах:

Можно доказать, что $\mathbf{I} + \mathbf{A} + \mathbf{A}^2 + \mathbf{A}^3 + \dots = \mathbf{B}$ (при стандартных условиях модели межотраслевого баланса и неотрицательности элементов главной диагонали матрицы $(\mathbf{I} - \mathbf{A})$).

Её единица измерения – единиц блага j на единицу блага i .

2.3. Теорема о балансовой системе

	Про- цесс 1	Про- цесс 2	Про- цесс 3	Конечное потребле- ние	Цены
Благо 1	-1000	-	598,99	401,01	7,142
Благо 2	2000	-2500	99,99	400,01	2,641
Благо 3	-	3449	-6000	2551	1,376
Финансовый баланс	1859,47	1858,30	3712,90	7430,67	1

$$(7430,67) \mathbf{B} =$$

$$\begin{pmatrix} 10,348 & 1,459 & 1,057 \\ 8,473 & 4,237 & 0,917 \\ 4,871 & 2,435 & 1,765 \end{pmatrix}$$

	Про- цесс 1	Про- цесс 2	Про- цесс 3	Про- цесс 4	Про- цесс 5	Про- цесс 6	Конеч- ное потреб- ление	Цены
Благо 1	-1000	-	598,99	380	20	1	0,01	7,142
Благо 2	2000	-2500	99,99	400	-	-	0,01	2,641
Благо 3	-	3449	-6000	2500	50	1	-	1,376
Благо 4	1000	1000	1998	-4000	-	2	-	1,856
Благо 5	0,499	-	-	99	-100	0,5	0,001	2,161
Благо 6	0,5	0,5	1	-	1	-3	-	4,437
Финансовый баланс	0,09	-	0,009	-	0,001	-	0,1	1

$$(0,1) \mathbf{B} =$$

$$\begin{pmatrix} 7,1424 & 2,6415 & 1,3759 & 1,8561 & 2,1608 & 4,4370 \\ 7,1424 & 2,6415 & 1,3759 & 1,8561 & 2,1608 & 4,4369 \\ 7,1424 & 2,6415 & 1,3759 & 1,8561 & 2,1608 & 4,4370 \\ 7,1424 & 2,6415 & 1,3759 & 1,8561 & 2,1608 & 4,4370 \\ 7,1423 & 2,6415 & 1,3759 & 1,8561 & 2,1618 & 4,4371 \\ 7,1424 & 2,6415 & 1,3759 & 1,8561 & 2,1611 & 4,4703 \end{pmatrix}$$



2.3.

Теорема. Пусть $\mathbf{V}$ — произвольная невырожденная матрица порядка $n \times n$, w_{ij} — (i, j) -компонент матрицы $\mathbf{W} = \mathbf{V}^{-1}$, $\mathbf{w}_j = (w_{ij})$, матрица $\mathbf{Y}$ порядка $n \times n$ имеет ранг $n - 1$, вектор $\mathbf{p}^*$ — любое нетривиальное решение системы уравнений $\mathbf{Y}\mathbf{p} = \mathbf{0}$, p_i — i -й компонент вектора $\mathbf{p}$. Тогда если j -я строка матрицы $\mathbf{Y}$ представляет собой линейную комбинацию каких-либо других строк $\mathbf{Y}$, то $\lim_{\mathbf{V} \rightarrow \mathbf{Y}} \mathbf{w}_j = c\mathbf{p}^*$.

Теорема о балансовой системе утверждает:

- чем меньшую часть ВВП мы рассматриваем в качестве конечного результата функционирования экономики,
- тем точнее соответствие между коэффициентами *любой* строки матрицы $\mathbf{B}$ и стоимостными (ценовыми) пропорциями, обеспечивающими необходимый и достаточный объём финансовых ресурсов каждой отрасли.

Следовательно, полные затраты любого блага на производство любого другого блага объясняют пропорции цен, складывающихся в экономике, если в качестве конечного продукта признаётся очень малая часть ВВП.