

Методы решения геометрических задач

Учитель математики
МАОУ «СОШ № 146»
Манцирина Е.Е.

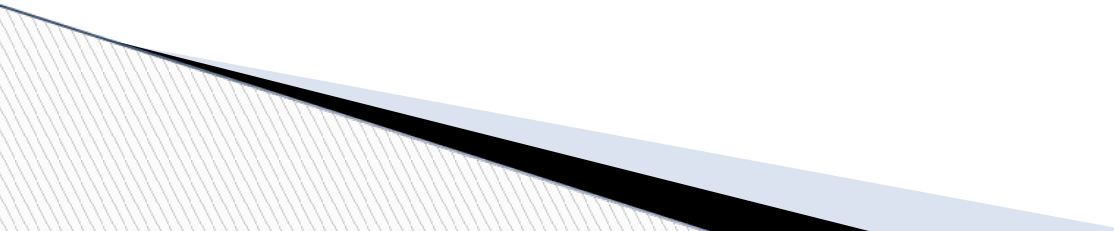
- Для решения сложных геометрических задач, следует научить учеников распознавать в них совокупность простейших задач и опорных свойств геометрических конструкций.

Точка на окружности

Опорные свойства:

- Теорема о вписанном угле и следствия
- Теорема об угле между касательной и хордой
- Теорема синусов
- Вписанные и описанные многоугольники (свойства и признаки)

Задача 1. В треугольнике KLM угол L тупой, $KM = 6$. Найдите радиус описанной около треугольника окружности, если известно, что на этой окружности лежит центр окружности, проходящей через вершины K, M и точку пересечения высот треугольника KLM.



В треугольнике KLM угол L тупой, $KM = 6$. Найдите радиус описанной около треугольника окружности, если известно, что на этой окружности лежит центр окружности, проходящей через вершины K , M и точку пересечения высот треугольника KLM .

$$\angle KHM = \alpha$$

$$\angle KOM = 2\alpha$$

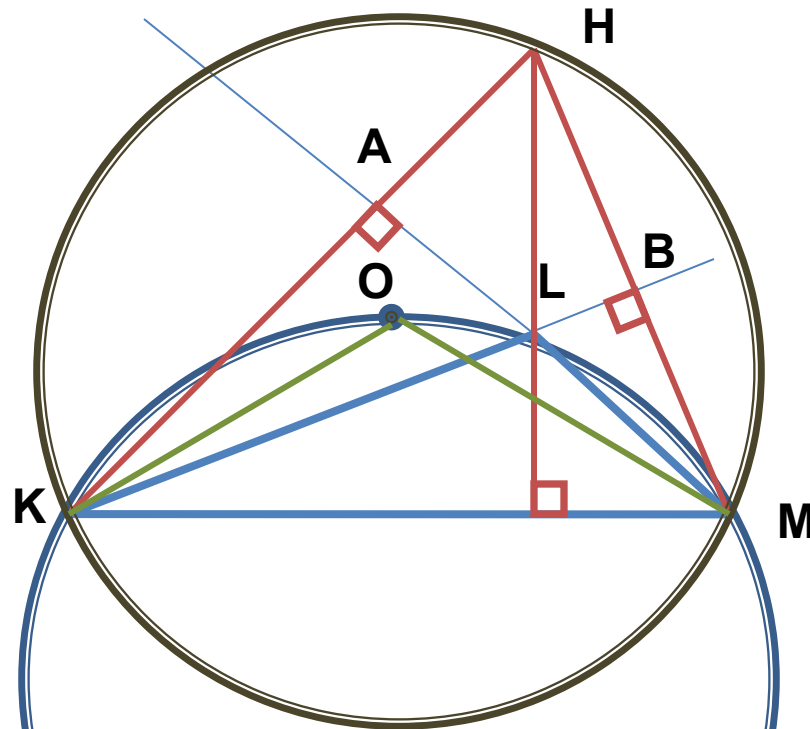
$$\angle KLM = 2\alpha$$

$$\angle ALB = 2\alpha$$

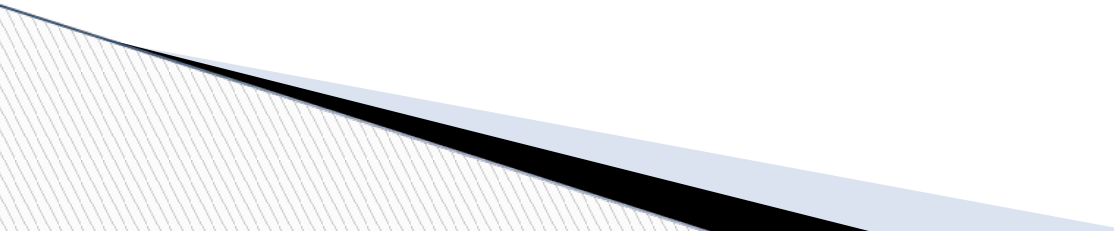
$$\angle AHB = 60^\circ$$

$$\angle KLM = 120^\circ$$

$$R_{KLM} = \frac{KM}{2 \sin \angle KLM} = \frac{6}{\sin 120^\circ} = 2\sqrt{3}$$



Задача 2. Точка M лежит на описанной около правильного треугольника ABC окружности и не совпадает с его вершинами. Доказать, что сумма расстояний от точки M до прилежающих вершин треугольника равна расстоянию от точки M до третьей его вершины.



Задача 2. Точка M лежит на описанной около правильного треугольника ABC окружности и не совпадает с его вершинами. Доказать, что сумма расстояний от точки M до прилежающих вершин треугольника равна расстоянию от точки M до третьей его вершины. $AM + CM = BM$

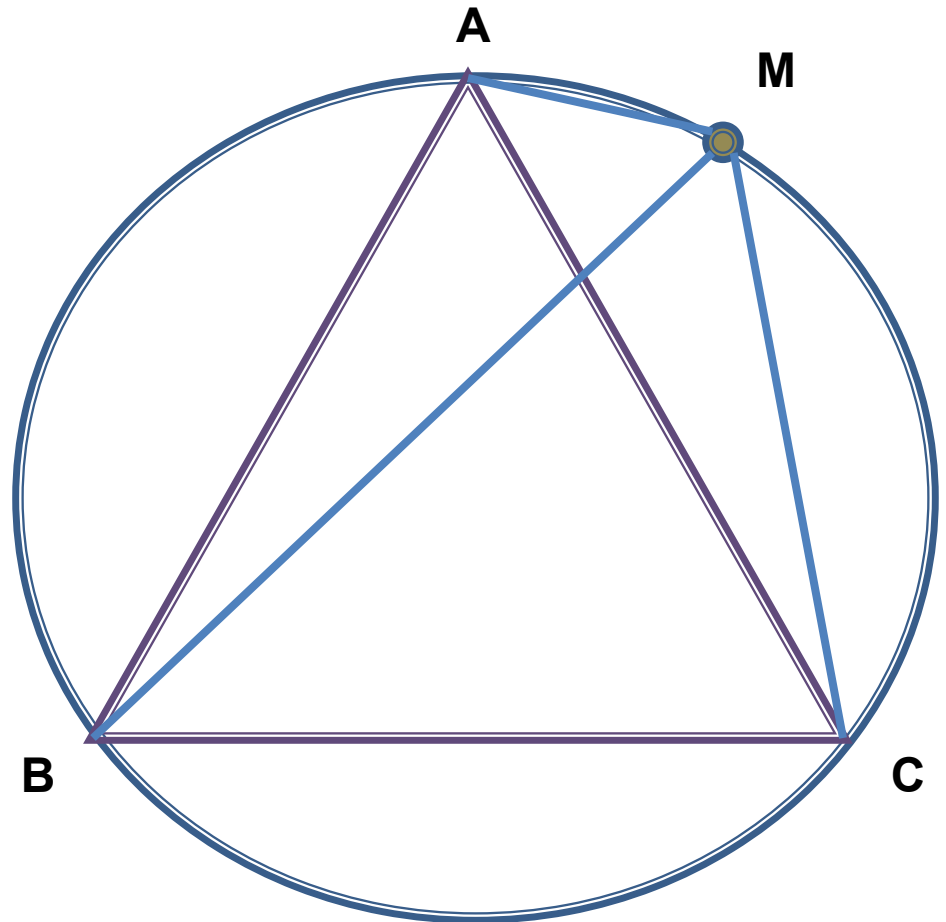
$$\angle AMB = \angle CMB = 60^\circ$$

$$AB^2 = BM^2 + AM^2 - 2BM \cdot AM \cdot \frac{1}{2}$$

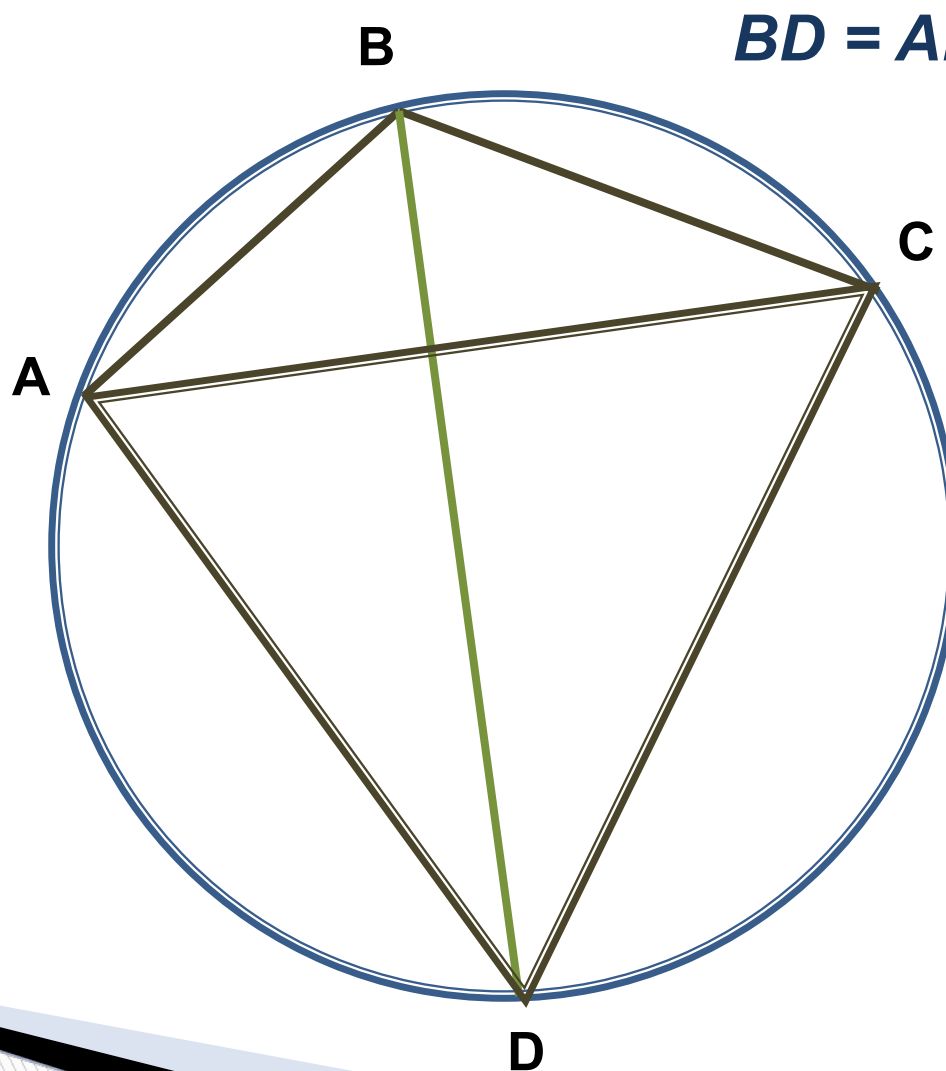
$$BC^2 = BM^2 + CM^2 - 2BM \cdot CM \cdot \frac{1}{2}$$

$$(AM - CM)(AM + CM - BM) = 0$$

$$AM + CM = BM$$



Задача 3. В четырехугольнике $ABCD$, вписанном в окружность, стороны AB и BC равны соответственно 2 и 5, а стороны AD , CD и диагональ AC имеют одинаковые длины. Найдите длину диагонали BD .



$$BD = AB + BC = 7$$

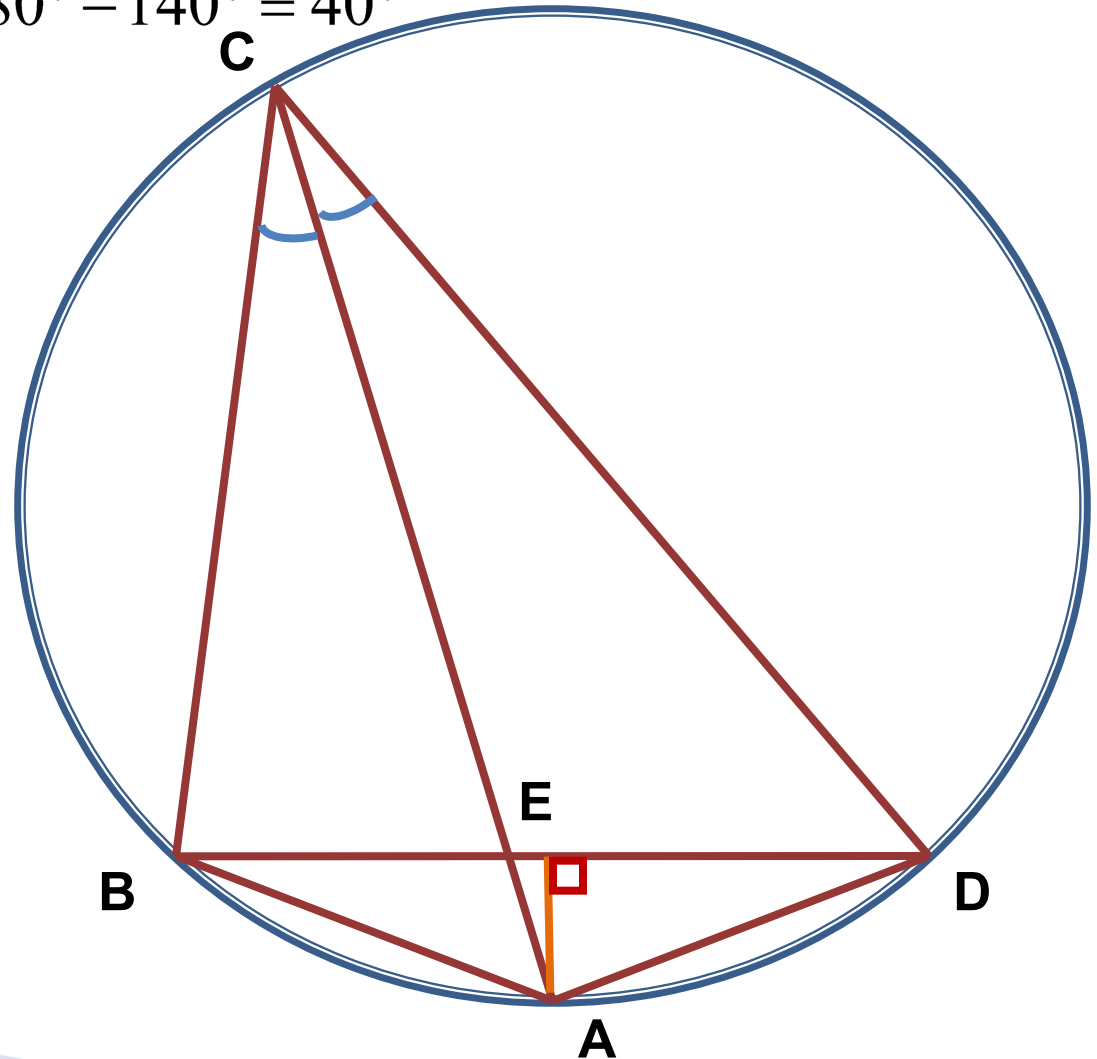
Задача 4. Диагонали выпуклого четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке E , $AB = AD$, CA – биссектриса угла C .
Найти угол CDB , если $\angle BAD = 140^\circ$, $\angle BEA = 110^\circ$.

$$\angle BCD = 180^\circ - \angle BAD = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

$$\angle ABD = \angle ACD =$$

$$= \frac{1}{2} \angle BCD = \frac{1}{2} \cdot 40^\circ = 20^\circ$$

$$\begin{aligned} \angle CDB &= \angle CAB = \angle EAB = \\ &= 180^\circ - (\angle ABD + \angle BEA) = \\ &= 180^\circ - (20^\circ + 110^\circ) = 50^\circ \end{aligned}$$



Задача 5. В треугольнике KMN проведены высота NA , биссектриса NB и медиана NC , которые делят угол KNM на четыре равные части. Найти высоту NA , биссектрису NB и медиану NC , если радиус описанной около треугольника KMN окружности равен R .

$$\angle NKP = 90^\circ$$

$$NC = R$$

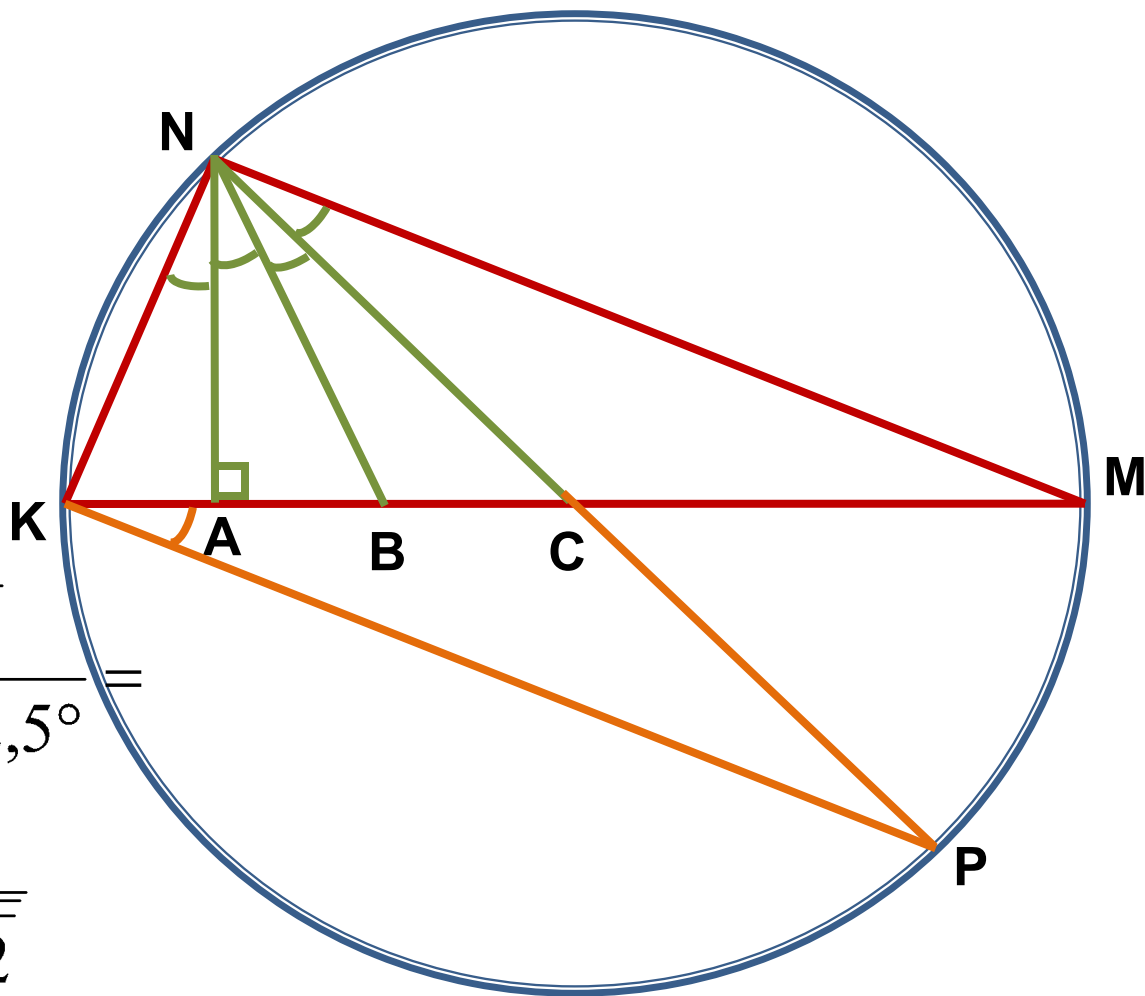
$$\angle KNM = 90^\circ$$

$$NA = NC \cdot \cos \angle ANC =$$

$$= R \cos 45^\circ = \frac{R\sqrt{2}}{2}$$

$$NB = \frac{NA}{\cos \angle ANB} = \frac{R\sqrt{2}}{2 \cos 22,5^\circ} =$$

$$= \frac{R\sqrt{2}}{2 \sqrt{\frac{1 + \cos 45^\circ}{2}}} = \frac{R\sqrt{2}}{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}$$



Литература

- ▣ Шарыгин И.Ф. Геометрия. Планиметрия. М.: Дрофа, 2001
- ▣ Гордин Р.К. Геометрия. Планиметрия 7 – 9 классы. М.:МЦНМО, 2008
- ▣ Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б., Э.Г. Позняк, С.А. Шестаков, И.И. Юдина. Планиметрия. Пособие для углубленного изучения математики. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005
- ▣ Алексеев В.Б., Панферов В.С., Тарасов В.А. Избранные задачи по геометрии. Окружность. М.: Илекса, 2012
- ▣ Куланин Е.Д. Задачи по геометрии. М.: Илекса, 2012