

Омский государственный технический университет

Кафедра физики

Калистратова Л.Ф.

**Электронные лекции по разделам
электромагнетизма**

(электростатика, постоянный ток, магнетизм)

17 лекций

(34 аудиторных часа)

Тема 6.

ЭНЕРГИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

План лекции

1. Энергия системы точечных зарядов.
2. Энергия заряженных проводников и конденсаторов.
3. Энергия электростатического поля.

1. Энергия системы точечных зарядов

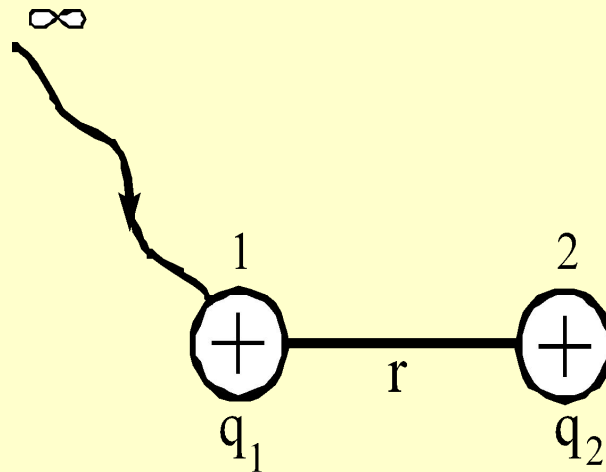
Рассмотрим два неподвижных точечных заряда q_1 и q_2 , расположенные на некотором расстоянии друг от друга.

Каждый из зарядов находится в электростатическом поле, созданном другим зарядом.

Выразим энергию их взаимодействия.

Энергия системы точечных зарядов равна работе, затраченной для создания этой системы зарядов.

1. Пусть заряд q_2 создаёт электрическое поле. Заряд q_1 перенесём из бесконечности в точку **1**, находящуюся на расстоянии r от заряда q_2 .

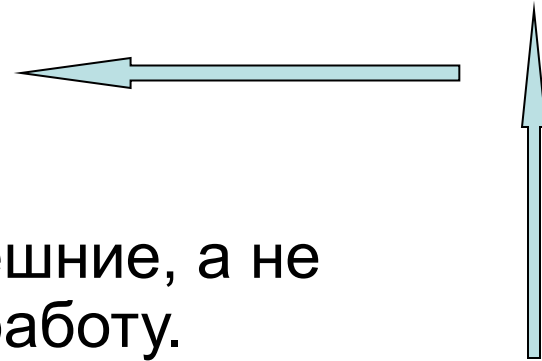


Работа по переносу q_1 равна

$$A = q_1(\varphi_\infty - \varphi_1)$$

Поскольку $\varphi_\infty = 0$, то

$$A = -q_1\varphi_1$$



Знак минус указывает на то, что внешние, а не электрические, силы совершают работу.

Потенциал φ_1 в точке 1 найдем по формуле потенциала точечного заряда:

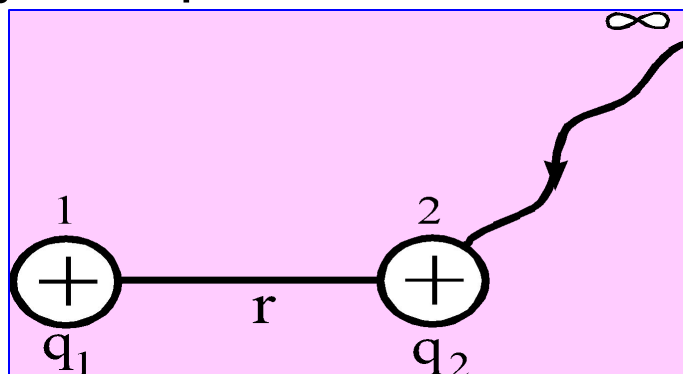
$$\varphi_1 = \frac{kq_2}{r}$$

Тогда для работы получим:

$$A = -\frac{kq_1q_2}{r}$$

2. Пусть заряд q_1 создает поле.

Заряд q_2 перенесем из бесконечности в точку 2, расположенную на расстоянии r от заряда q_1 .



Работа будет равна:

$$A = q_2 (\varphi_{\infty} - \varphi_2) = -q_2 \varphi_2$$

Так как $\varphi_2 = -\frac{kq_1}{r}$, то $A = -\frac{kq_1 q_2}{r}$

В обоих случаях **формулы для вычисления работы получились одинаковыми**, независимо от условий создания системы двух зарядов:

$$A = -\frac{kq_1q_2}{r}$$

Из механики известно, что работа равна изменению потенциальной энергии, взятому с обратным знаком:

$$A = -\Delta W = W_1 - W_2 \qquad A = -W_2$$

W_1 - потенциальная энергия двух зарядов, расположенных на бесконечном расстоянии: $W_1 = 0$.

W_2 - потенциальная энергия двух зарядов, расположенных на расстоянии r .

Потенциальная энергия взаимодействия двух точечных зарядов, расположенных на расстоянии r :

$$W_n = \frac{kq_1q_2}{r}$$

Эту формулу можно записать по-другому, взяв только по половине от выражений для работ:

$$A = -q_1\varphi_1$$

$$A = -q_2\varphi_2$$

$$W_n = \frac{1}{2}(q_1\varphi_1 + q_2\varphi_2)$$

Последнюю формулу можно обобщить для системы многих зарядов, записав ее в виде:

$$W_n = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \varphi_k$$

В формуле:

i – номер заряда,

q_i – величина i -ого заряда,

φ_k – потенциал, созданный всеми зарядами, кроме i -ого в точке нахождения i -ого заряда.

2. Энергия заряженного проводника и конденсатора

Собственная энергия заряженного проводника

Заряд, находящийся на заряженном проводнике, можно рассматривать как систему взаимодействующих между собой точечных зарядов.

Такая система обладает потенциальной энергией.

Собственная энергия проводника - потенциальная энергия, которой обладает заряженный проводник в отсутствие внешнего электрического поля.

Будем заряжать проводник, перенося заряды малыми порциями dq с нулевого уровня потенциала на поверхность проводника.

Пусть очередная порция dq переносится, когда на проводнике уже имеется заряд q и проводник обладает потенциалом φ .

Элементарная работа по переносу заряда dq из бесконечности на проводник равна:

$$dA = dq(\varphi_{\infty} - \varphi)$$

Потенциал в бесконечности равен нулю.

Отрицательную работу внешних сил заменим положительной работой электрических сил поля заряженного проводника.

$$dA = \varphi \cdot dq$$

Полная работа A вычисляется как

$$A = \int_0^q \varphi dq$$

В интегральное выражение подставим потенциал, выраженный через электроёмкость:

$$\varphi = \frac{q}{C}$$

Тогда **работа** A и, соответственно, **собственная энергия заряженного проводника** W определяются выражениями:

$$A = \int_0^q \frac{q}{C} dq = \frac{q^2}{2C} \quad W = \frac{q^2}{2C}$$

Делая соответствующие замены $q = C\varphi$ и $\varphi = \frac{q}{C}$,

получим для потенциальной энергии заряженного проводника дополнительные выражения:

$$W = \frac{C\varphi^2}{2} \qquad W = \frac{q\varphi}{2}$$

Собственная энергия конденсатора

Так как заряды обкладок равны, то процесс зарядки конденсатора можно представить, как перенос малых порций заряда dq с одной обкладки на другую.

Элементарная работа, совершаемая силами поля при переносе заряда dq равна:

$$dA = dq(\varphi_1 - \varphi_2) = -dq \cdot d\varphi$$

Перейдём к вычислению потенциальной энергии:

$$W = -A$$

Тогда

$$W = \int dq d\varphi = \int \frac{q dq}{C} = \frac{q^2}{2C}$$

Учитывая, что в конце зарядки полный заряд

$$q = C \Delta\varphi \quad ,$$

получим

$$W = \frac{q\Delta\varphi}{2} \quad \text{или} \quad W = \frac{C\Delta\varphi^2}{2}$$

Обозначим разность потенциалов как напряжение $\Delta\varphi = U$.

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2}$$

3. Энергия электростатического поля

Преобразуем, выражение для энергии конденсатора так, чтобы в него вошли характеристики поля – напряженность или индукция.

Энергию электрического поля, сосредоточенного между пластинами плоского конденсатора с площадью пластин **S** и расстоянием между пластинами **d**, запишем в виде:

$$W = \frac{CU^2}{2}$$

Произведём замены:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d} \quad \text{и} \quad U = Ed$$

Для **энергии электрического поля** в конденсаторе получим выражение:

$$W = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S (Ed)^2}{2d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2 V}{2}$$

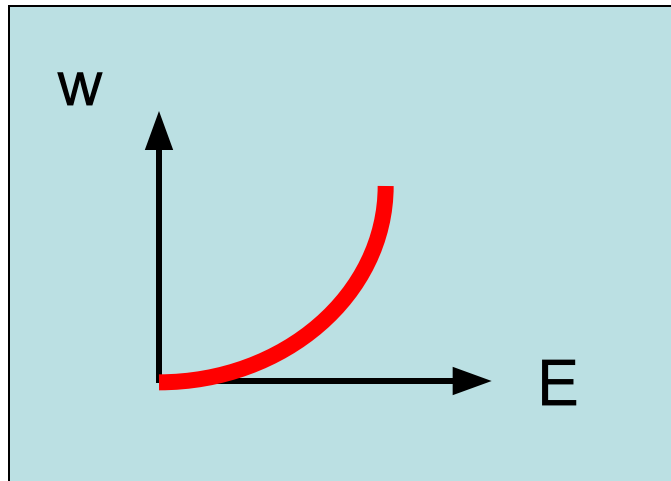
Введём понятие **объёмной плотности энергии поля**:
энергии, приходящейся на единицу объема:

$$w = \frac{W}{V}$$

Тогда для неё имеем выражение:

$$w = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2}$$

Объёмная плотность энергии электростатического поля **пропорциональна квадрату напряженности поля.**



Отметим, что полученное соотношение справедливо для любых электрических полей, в том числе неоднородных и переменных.

При рассмотрении электрического поля в разных средах, объёмную плотность энергии нужно выражать через величину индукции D .

Учитывая, что $D = \varepsilon_0 \varepsilon E$,

получим ещё два выражения: $w = \frac{D^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon}$ $w = \frac{ED}{2}$

Зная пространственное распределение плотности энергии можно решить обратную задачу – найти энергию, заключенную в любом интересующем нас объеме V :

$$W = \int_V w \, dV$$