

Обработка результатов измерений

Статистическая обработка
результатов прямых многократных
независимых измерений

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО
ПО ТЕХНИЧЕСКОМУ РЕГУЛИРОВАНИЮ И МЕТРОЛОГИИ



НАЦИОНАЛЬНЫЙ
СТАНДАРТ
РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

ГОСТ Р
8.736—
2011

Государственная система обеспечения
единства измерений

ИЗМЕРЕНИЯ ПРЯМЫЕ МНОГОКРАТНЫЕ

Методы обработки результатов измерений.
Основные положения

Издание официальное

3 Термины и определения

В настоящем стандарте применены следующие термины с соответствующими определениями.

3.1

результат измерения физической величины; результат измерения; результат: Значение величины, полученное путем ее измерения.

[Рекомендации по межгосударственной стандартизации [1], статья 8.1]

3.2 неисправленный результат измерений величины: Результат измерений величины, полученный до введения в него поправки в целях устранения систематических погрешностей.

3.3 исправленный результат измерений величины: Результат измерений величины, полученный после введения поправки в целях устранения систематических погрешностей в неисправленный результат измерений величины.

3.4 неисправленная оценка измеряемой величины: Среднее арифметическое значение результатов измерений величины до введения в них поправки в целях устранения систематических погрешностей.

3.5 исправленная оценка измеряемой величины: Среднее арифметическое значение результатов измерений величины после введения поправки в целях устранения систематических погрешностей в неисправленную оценку измеряемой величины.

4.2 При статистической обработке группы результатов прямых многократных независимых измерений выполняют следующие операции:

- исключают известные систематические погрешности из результатов измерений;
- вычисляют оценку измеряемой величины;
- вычисляют среднее квадратическое отклонение результатов измерений;
- проверяют наличие грубых погрешностей и при необходимости исключают их;
- проверяют гипотезу о принадлежности результатов измерений нормальному распределению;
- вычисляют доверительные границы случайной погрешности (доверительную случайную погрешность) оценки измеряемой величины;
- вычисляют доверительные границы (границы) неисключенной систематической погрешности оценки измеряемой величины;
- вычисляют доверительные границы погрешности оценки измеряемой величины.

10 Форма записи оценки измеряемой величины

10.1 Оформление записи оценок измеряемых величин проводят в соответствии с правилами по межгосударственной стандартизации [2].

10.2 Округление при обработке результатов измерений выполняют в соответствии с приложением Е.

10.3 При симметричных доверительных границах погрешности оценку измеряемой величины представляют в форме

$$\bar{x} \pm \Delta, P, \quad (17)$$

где $\bar{x}$ — оценка измеряемой величины.

Числовое значение оценки измеряемой величины должно оканчиваться цифрой того разряда, что и значение погрешности Δ .

Задание 2 Статистическая обработка результатов прямых многократных независимых измерений детали

Определить и записать в стандартной форме результат прямых многократных независимых измерений предлагаемой детали.

Принять следующие условия измерения деталей:

- исходные данные для решения задачи – измерения, выполненные для одной из лабораторных работ по метрологии;
- значения измеряемой величины подчиняются нормальному закону распределения;
- погрешности метода измерения от измерительного усилия Δ_y и субъективные погрешности измерения Δ_c пренебрежительно малы;
- доверительная вероятность $P = 0,05$.

Согласно ГОСТ Р 8.736 – 2011(Государственная система обеспечения единства измерений. Измерения прямые многократные. Методы обработки результатов измерений. Основные положения) при статистической обработке группы результатов прямых многократных независимых измерений выполняют следующие операции:

- исключают известные систематические погрешности из результатов измерений;
- вычисляют оценку измеряемой величины;
- вычисляют среднее квадратическое отклонение результатов измерений;
- проверяют наличие грубых погрешностей измерений и при необходимости исключают их;
- проверяют гипотезу о принадлежности результатов измерений нормальному распределению;
- вычисляют доверительные границы случайной погрешности (доверительную случайную погрешность) оценки измеряемой величины;
- вычисляют доверительные границы (границы) неисключённой систематической погрешности оценки измеряемой величины;
- вычисляют доверительные границы погрешности оценки измеряемой величины.

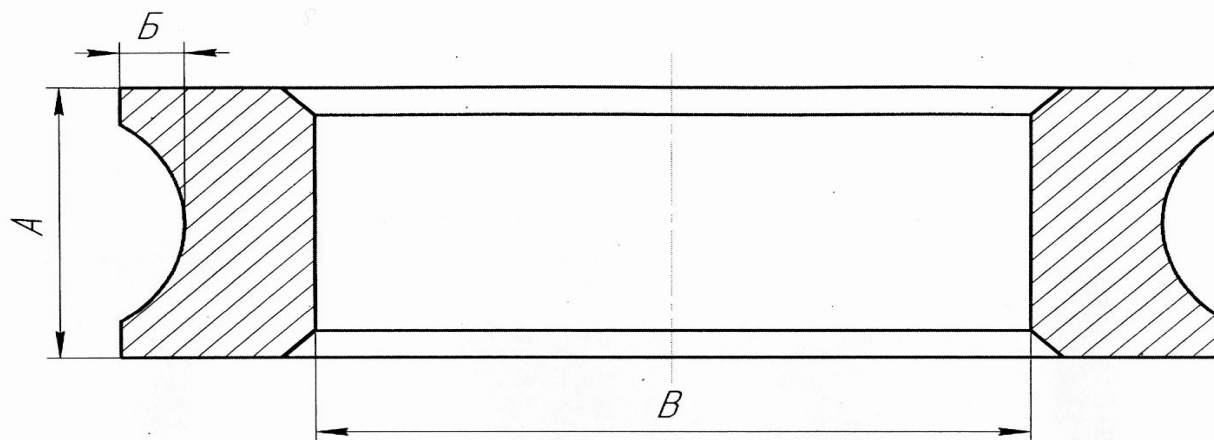
Пример решения задачи

Объект измерения – ширина наружного кольца подшипника качения, мм.

Измерительный инструмент – микрометр мод. 210222.

Метрологические характеристики микрометра:

- цена деления шкалы 0,01 мм;



- диапазон измерения 25 – 50 мм;
- Количество измерений $n = 10$;

Протокол результатов измерений заданного размера детали

№ измерения	Результат измерения x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	49,91	-0,01	0,0001
2	49,91	-0,01	0,0001
3	49,92	0	0
4	49,91	-0,01	0,0001
5	49,92	0	0
6	49,92	0	0
7	49,95	+0,03	0,0009
8	49,91	-0,01	0,0001
9	49,94	+0,02	0,0004
10	49,91	-0,01	0,0001

$$\sum_{1}^{10} 499,2_{\text{мм}}$$

$$\sum_{1}^{10} 0,0018_{\text{мм}}$$

1. Определим оценку измеряемой величины $\bar{x}$ - среднее арифметическое значение измеряемой величины $\bar{x}$:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i; \quad \bar{x} = \frac{499,2}{10} = 49,92 \text{ мм}$$

2. Определим среднее квадратическое отклонение результатов измерений:

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}; \quad S_x = \sqrt{\frac{0,0018}{9}} = 0,014 \text{ мм}$$

3. Определим наличие грубых погрешностей измерений (промахов) с использованием критерия Романовского (см. задание 3).

Определим коэффициент β :

$$\beta = \frac{\bar{x} - x_i}{S_x},$$

где: $\bar{x}$ - среднее значение измеряемой величины;

x_i - результат измерения, вызывающий сомнение. В нашем случае это седьмой результат 49,95 мм;

S_x - среднее квадратическое значение результатов измерения.

$$\beta = \frac{|49,92 - 49,95|}{0,014} = \frac{0,03}{0,014} = 2,143$$

Для числа измерений $n = 10$, вероятности $P = 0,05$ по таблице 1 (задание 3) находим табличное значение коэффициента $\beta_{\text{табл.}}$. $\beta_{\text{табл.}} = 2,41$.

Полученное расчётами значение коэффициента $\beta < \beta_{\text{табл.}}$ ($2,143 < 2,41$). Значит, результат измерения 49,95 не является грубой погрешностью измерения (промахом). Он сохраняется в полученном ряду измерений.

4. Определим среднее квадратическое отклонение результата измерений среднего арифметического значения (оценки измеряемой величины):

$$S_{\bar{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}}; \quad S_{\bar{x}} = \frac{0,014}{\sqrt{10}} = \frac{0,014}{3,162} = 0,00443 \text{ мм}$$

5. Определим доверительные границы случайной погрешности оценки измеряемой величины с использованием распределения Стьюдента. По таблице 1 установим значение коэффициент Стьюдента t . При числе измерений 10, доверительной вероятности $P = 0,95$ $t = 2,262$.

Доверительные границы случайной погрешности оценки измеряемой величины $\varepsilon = \pm t \cdot S_{\bar{x}}$.

$$\varepsilon = \pm 2,262 \cdot 0,00443 = \pm 0,01002 \text{ мм}$$

6. Определим доверительные границы погрешности результата измерений Δ .

Так как согласно условию задачи случайные составляющие погрешности измерения пренебрежительно малы, по ГОСТ Р 8.736-2011 (Государственная система обеспечения единства измерений. Измерения прямые многократные. Методы обработки результатов измерений. Основные положения) в качестве границ не исключённой систематической погрешности можно принять доверительные границы случайной погрешности оценки измеряемой величины ε .

В этом случае доверительные границы погрешности результата измерений $\Delta = \varepsilon = \pm 0,01002$ мм

7. Результат прямых многократных независимых измерений детали запишем в виде:

$$A = 49,92 \pm 0,01 \text{ мм}, P = 0,95$$

Таблица 1

Таблица значений критерия Стьюдента (t – критерия)

	p							
n	0.80	0.90	0.95	0.98	0.99	0.995	0.998	0.999
1	3.0770	6.3130	12.7060	31.820	63.656	127.656	318.306	636.619
2	1.8850	2.9200	4.3020	6.964	9.924	14.089	22.327	31.599
3	1.6377	2.35340	3.182	4.540	5.840	7.458	10.214	12.924
4	1.5332	2.13180	2.776	3.746	4.604	5.597	7.173	8.610
5	1.4759	2.01500	2.570	3.649	4.0321	4.773	5.893	6.863
6	1.4390	1.943	2.4460	3.1420	3.7070	4.316	5.2070	5.958
7	1.4149	1.8946	2.3646	2.998	3.4995	4.2293	4.785	5.4079

Обработка результатов неравноточных измерений

Объект измерения – ролик.

Измеряемый параметр – диаметр ролика.

Измерительные инструменты:

- микрометр гладкий,
- микрометр электронный;
- рычажная скоба.

Произведены три серии измерений одного и того же размера ролика средствами измерений различной точности:

микрометром гладким, микрометром электронным и рычажной скобой.

Объём каждой серии - 8 измерений.

Диаметр ролика – 18,000 мм.

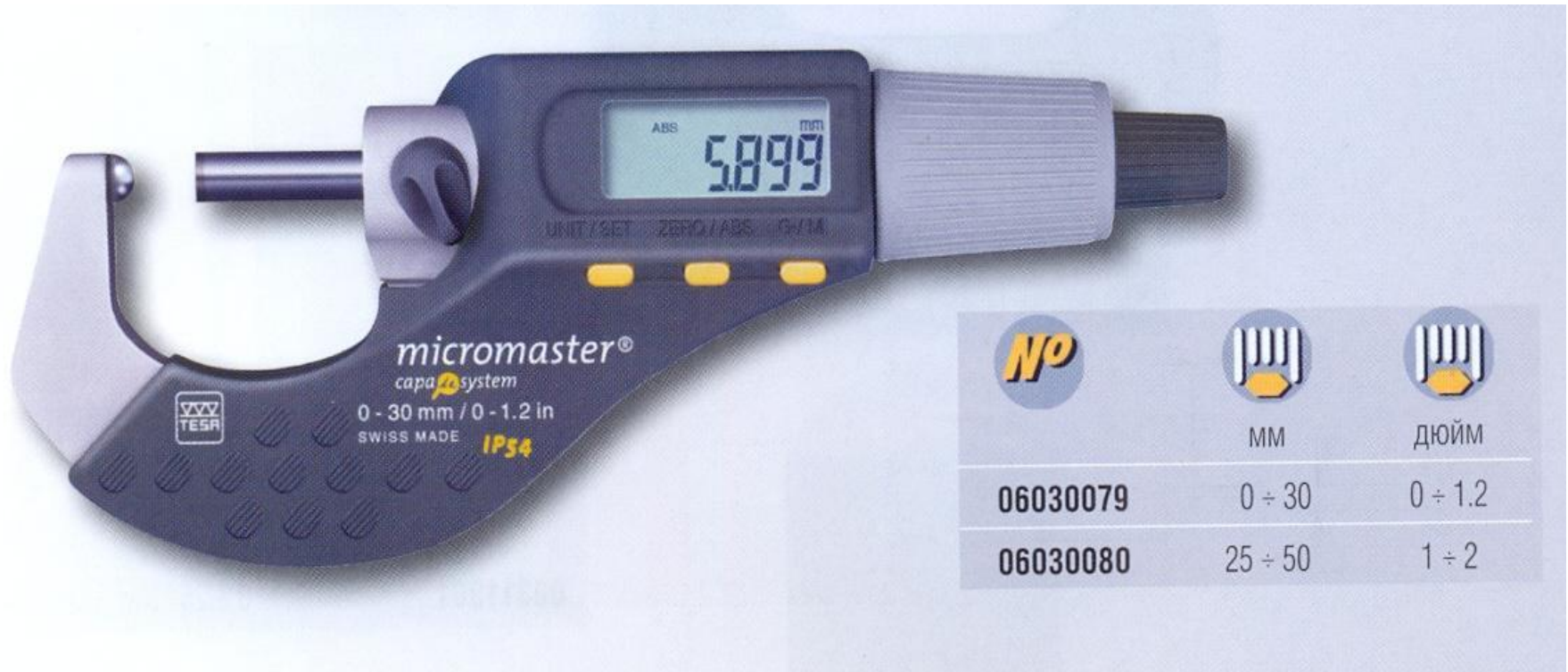
2.2. Условия измерений:

- температура в помещении, где проводятся измерения, 20°;
- температуру детали, измерительного средства и концевой меры выравнивают с температурой помещения, выдерживая их длительное время на поверочной плите. Считаем, что систематические погрешности, связанные с изменениями температура, пренебрежительно малы;
- погрешности метода измерения от измерительного усилия Δ_y и субъективные погрешности измерения Δ_c также пренебрежительно малы.

2.3. Метрологические характеристики средств измерений.

1. Электронный микрометр:

- цена деления шкалы 0,001 мм;
- диапазон измерения 0 – 25 мм.



2. Скоба рычажная СР100:

- класс точности 2;
- цена деления шкалы 0,002 мм;
- диапазон измерения 50 – 100 мм.

Настройка рычажной скобы производится по концевым мерам.
Класс точности концевых мер – 2.



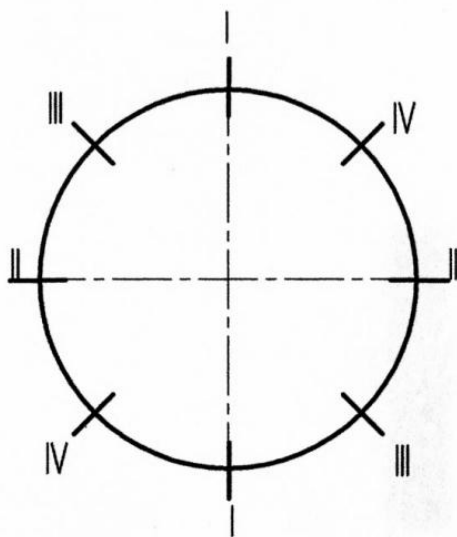
3. Микрометр гладкий МК25-1:

- цена деления шкалы 0,01 мм;
- диапазон измерения 0 – 25 мм.

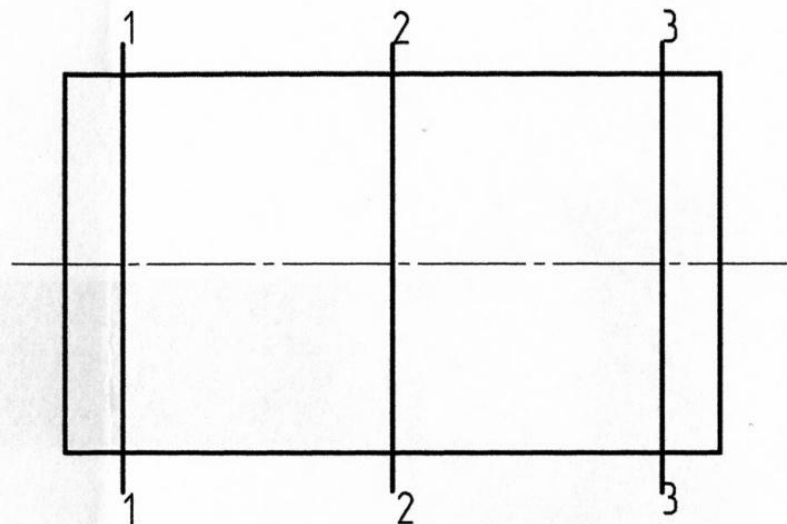


Производим статистическую обработку результатов каждой серии измерений.

- 1 серия измерений. Измерительное средство – электронный микрометр



*Измерение деталей
в поперечном сечении*



*Измерение деталей
в продольном сечении*

Схема измерения детали

3.1. Протокол результатов измерений заданного размера

№ измерения	Результат измерения x_i , мм	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	17,925	-0,003	0,000009
2	17,935	+0,007	0,000049
3	17,921	-0,007	0,000049
4	17,925	-0,003	0,000009
5	17,928	0	0
6	17,928	0	0
7	17,925	-0,003	0,000009
8	17,935	+0,007	0,000049

$$\sum_1^8 143,422 \text{ мм}$$

$$\sum_1^8 0,000174$$

3.2. Определим оценку измеряемой величины - среднее арифметическое значение n результатов измерений:

$$\bar{x}_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i,$$

—
где: $\bar{x}$ - среднее арифметическое значение результатов измерений;
 n — количество единичных измерений;
 x_i - результат i — го единичного измерения.

В нашем случае $\bar{x}_1 = \frac{143,422}{8} = 17,928_{\text{мм}}$

3.3. Определим среднее квадратическое отклонение результатов измерений, характеризующих рассеивание единичных результатов измерений около их среднего значения:

$$S_{x_1} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} .$$

Отсюда: $S_{x_1} = \sqrt{\frac{0,000174}{7}} = 0,00497 \text{ мм} = 5 \text{ мкм}.$

4. 2 серия измерений. Измерительное средство – рычажная скоба

В протоколе результатов измерений результат измерений представлен в виде отклонения измеряемого размера от настроечного размера измерительного прибора. Для удобства вычислений результаты измерений представлены в мкм.

Индикатор на стойке настраивался по блоку концевых мер размером 18,000 мм.

Размер блока концевых мер (настроечный размер прибора) – 18,000 мм.

№ п/п	Размер концевой меры, мм
1	10,000
2	8,0
3	
4	
Σ	18,000

4.1. Протокол результатов измерений заданного размера

№ измерения	Результат измерения x_i , МКМ	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	-78	-4,25	18,0625
2	-70	+3,75	14,0625
3	-78	-4,25	18,0625
4	-76	-2,25	5,0625
5	-70	+3,75	14,0625
6	-74	-0,25	0,0625
7	-72	+1,75	3,0625
8	-72	+1,75	3,0625

$$\sum_{i=1}^8 -590 \text{ МКМ}$$

$$\sum_{i=1}^8 75,5$$

4.2. Определим оценку измеряемой величины - среднее арифметическое значение n результатов измерений:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i,$$

где: $\bar{x}$ - среднее арифметическое значение результатов измерений;

n - количество единичных измерений;

x_i - результат i - го единичного измерения.

В нашем случае $\bar{x} = \frac{-590}{8} = -73,75 \text{ мкм}$

4.3. Определим среднее квадратическое отклонение результатов измерений, характеризующих рассеивание единичных результатов измерений около их среднего значения:

$$S_{x_2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} .$$

Отсюда: $S_{x_2} = \sqrt{\frac{75,5}{7}} = \sqrt{10,7857} = 3,2842 \text{ мкм}$

5. 3 серия измерений. Измерительное средство – микрометр МК25-1

5.1. Протокол результатов измерений заданного размера

№ измерения	Результат измерения x_i , мм	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	17,94	+0,03	0,0009
2	17,92	+0,01	0,0001
3	17,91	0	0
4	17,89	-0,02	0,0004
5	17,90	-0,01	0,0001
6	17,94	+0,03	0,0009
7	17,88	-0,03	0,0009
8	17,92	+0,01	0,0001

$$\sum_{1}^8 143,3 \text{ мм}$$

$$\sum_{1}^8 0,0034$$

5.2. Определим оценку измеряемой величины - среднее арифметическое значение n результатов измерений:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i,$$

где: $\bar{x}$ - среднее арифметическое значение результатов измерений;

n - количество единичных измерений;

x_i - результат i - го единичного измерения.

В нашем случае $\bar{x} = \frac{143,3}{8} = 17,91 \text{ мм}$

5.3. Определим среднее квадратическое отклонение результатов измерений, характеризующих рассеивание единичных результатов измерений около их среднего значения:

$$S_{x_3} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} .$$

Отсюда: $S_{x_3} = \sqrt{\frac{0,0034}{7}} = 0,022 \text{ мм} = 22 \text{ мкм}$

6. Определим вес каждой серии измерений.

Для первой серии измерений:

$$g_1 = \frac{n}{S_{x_1}^2} C,$$

где: n — количество измерений;

$S_{x_1}^2$ — среднее квадратическое отклонение результатов измерений

первой серии:

C — коэффициент. Любое число, отличное от нуля.

Для второй серии измерений:

$$g_2 = \frac{n}{S_{x_2}^2} C,$$

где $S_{x_2}^2$ — среднее квадратическое отклонение результатов измерений второй серии.

Для третьей серии измерений:

$$g_3 = \frac{n}{S_{x_3}^2} C,$$

где $S_{x_3}^2$ — среднее квадратическое отклонение результатов измерений третьей серии.

Средние квадратические отклонения результатов измерений $S_{x_1}^2$, $S_{x_2}^2$ и

$S_{x_3}^2$ в зависимости для g_1 , g_2 и g_3 подставим в мкм для удобства вычислений.

Отсюда:

$$g_1 = \frac{n}{S_{x_1}^2} C = \frac{8}{5^2} C = \frac{8}{25} C = 0,32C$$

$$g_2 = \frac{n}{S_{x_2}^2} C = \frac{8}{3,2842^2} C = \frac{8}{10,7857} C = 0,7417C$$

$$g_3 = \frac{n}{S_{x_3}^2} C = \frac{8}{22^2} C = \frac{8}{484} C = 0,017C.$$

Рассчитаем C . Обычно C выбирают таким образом, чтобы $\sum_{i=1}^n g_i = 1$.

$$\text{Отсюда: } C = \frac{1}{0,32 + 0,7417 + 0,017} = \frac{1}{1,055} = 0,927$$

Таким образом:

$$g_1 = 0,32 \cdot 0,927 = 0,297$$

$$g_2 = 0,7417 \cdot 0,927 = 0,687$$

$$g_3 = 0,017 \cdot 0,927 = 0,016$$

7. Определим среднее взвешенное значение средних арифметических значений результатов измерений:

$$\bar{x}_v = \frac{1}{\sum_{i=1}^m g_i} \sum_{i=1}^m g_i \bar{x}_i,$$

где: m — число рядов равноточных измерений. В нашем случае $m = 3$.

Во второй серии измерений в протокол вносились результаты измерений отклонения размера. Поэтому средний размер детали в этой серии нужно рассчитать следующим образом: $18,000 \text{ мм} - 0,07375 = 17,9267 \text{ мм}$ ($18,000$ — размер блока концевых мер, по которому производилась настройка рычажной скобы; $- 0,07375$ — среднее арифметическое значение измеряемого размера $\bar{x}_2$).

$$\bar{x}_v = \frac{17,928 \cdot 0,297 + 17,9267 \cdot 0,681 + 17,91 \cdot 0,016}{0,297 + 0,687 + 0,016} = \frac{17,9268}{1} = 17,9268 \text{ мм}$$

8. Определим доверительные границы ε случайной погрешности результата измерений при доверительной вероятности $P = 0,95$:

$$\varepsilon = \pm t \cdot S_{\overline{x}_\theta},$$

где: t – коэффициент Стьюдента (таблица 1, задание 6). Для количества измерений $n-1$ при $P = 0,95$ $t = 2,365$

$S_{\overline{x}_\theta}$ – средняя квадратическая погрешность результата измерений

среднего взвешенного значения результата измерений:

Рассчитаем среднюю квадратическую погрешность результата измерений среднего взвешенного значения результата измерений:

$$S_{\overline{x}_\theta} = \sqrt{\frac{C}{\sum_{i=1}^m g_i}} = \sqrt{\frac{0,927}{1}} = 0,963 \text{ мкм}$$

Отсюда: $\varepsilon = \pm 2,365 \cdot 0,963 = \pm 2,277 = \pm 2,3 \text{ мкм}$

9. Определим доверительные границы погрешности результата измерений Δ .

Так как согласно условию задачи случайные составляющие погрешности измерения пренебрежительно малы, по ГОСТ Р 8.736-2011(Государственная система обеспечения единства измерений. Измерения прямые многократные. Методы обработки результатов измерений. Основные положения) в качестве границ не исключённой систематической погрешности можно принять доверительные границы случайной погрешности оценки измеряемой величины ε .

В этом случае доверительные границы погрешности результата измерений $\Delta = \varepsilon = \pm 2,303$ мкм

Результат измерения :

$$A = 17,941 \pm 0,002 \text{ мм}, P = 0,95$$