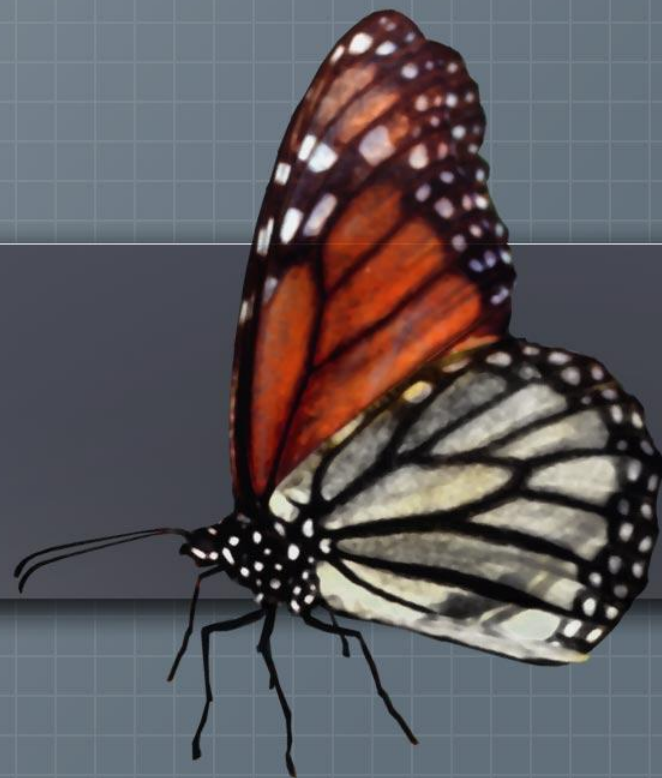




Случайные события и их вероятность



*Всякий результат, полученный в процессе наблюдения или эксперимента, будем называть **событием***

*Событие, которое может произойти, а может и не произойти, называется **случайным событием***

*Закономерности случайных событий изучает специальный раздел математики, который называется – **теорией вероятностей***

Классическая вероятностная схема

Чтобы найти вероятность события A при проведении некоторого испытания, необходимо:

Найти число N всех возможных исходов данного испытания;

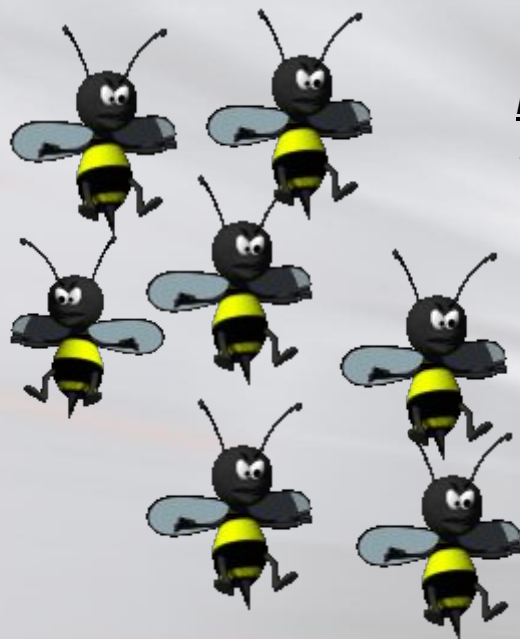
Найти количество $N(A)$ тех исходов испытания, при которых произойдёт событие A ;

Найти частное $\frac{N(A)}{N}$; оно и будет равно вероятности события A

Вероятность события A принято обозначать $P(A)$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N}$$

Задача. Семь пчел вылетели из улья. Какова вероятность того, что две определенных пчелы будут лететь рядом?



Решение: Пусть A – событие, состоящее в том, что два определенных человека будут сидеть рядом. Тогда число всевозможных исходов

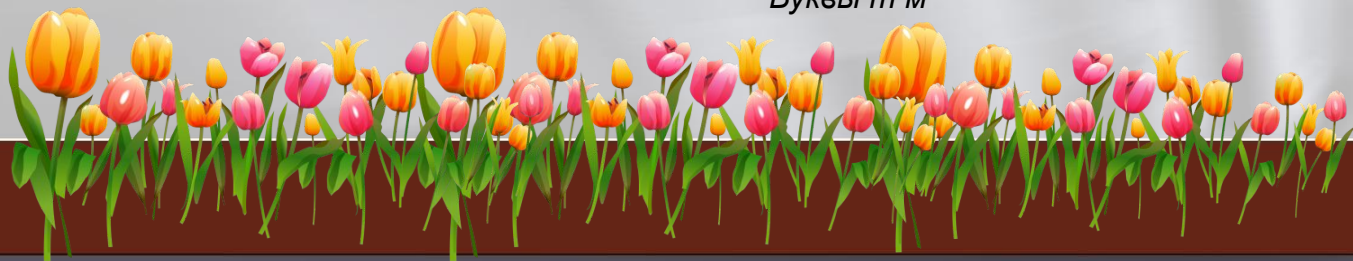
$$n = P_7 = 7! = 5040.$$

Число благоприятных исходов

$$m = 6 \cdot 2 \cdot 5! = 1440.$$

$$p(A) = \frac{1440}{5040} \approx 0,29.$$

Ответ: $p(A) \approx 0,29.$
Буквы m и n



классическое определение вероятности

Вероятность события A при проведении некоторого испытания называют отношение числа тех исходов, в результате которых наступает событие A , к общему числу (равновозможных между собой) исходов этого испытания.

Какова вероятность того, что при бросании игрального кубика выпадет:

а) одно очко; б) более 3 очков?

а) $P = \frac{1}{6}$

б) больше трех очков,
т.е. 4, 5, 6. значит $P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$



Теорема 1 (правило суммы)

Если множество A состоит из n элементов, множество B состоит из k элементов, а пересечение $A \cap B$ состоит из t элементов, то объединение $A \cup B$ состоит из $(n+k-t)$ элементов

Определение

Суммой событий A и B называется событие, которое наступает в том и только в том случае, когда происходит или событие A , или событие B .
Обозначение : $A + B$.

Произведением двух событий A и B называется событие, которое наступает в том и только в том случае, когда одновременно происходят и событие A , и событие B . Обозначение : AB .

Событием, противоположным событию A , называется событие, обозначаемое $\bar{A}$ и состоящее в том, что в результате опыта событие A не наступит.

Теорема2 (о вероятности суммы событий)

Вероятность суммы двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий, уменьшенной на вероятность произведения этих событий.

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB).$$

Следствие 1

Вероятность суммы двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий

$$P(A + B) = P(A) + P(B).$$

Следствие 2

Вероятность суммы конечного числа попарно несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий

Задача. В ящике лежат мячи: 4 белых, 10 красных, 8 зеленых, 9 коричневых. Из ящика вынимают один мяч. Пользуясь теоремой сложения вероятностей определить, какова вероятность, что мяч окажется цветным (не белым) ?

Решение:

Всего в ящике лежит $N=4+10+8+9=31$ мяч.

Вероятность вытащить красный мяч

$$P_{кр} = \frac{M_{кр}}{N} = \frac{10}{31} \approx 0,3226$$

Вероятность вытащить зеленый мяч

$$P_z = \frac{M_z}{N} = \frac{8}{31} \approx 0,2581$$

Вероятность вытащить коричневый мяч

$$P_{кор} = \frac{M_{кор}}{N} = \frac{9}{31} \approx 0,2903$$

Т.к. эти три события несовместны, то пользуясь теоремой сложения вероятностей определим вероятность того, что мяч окажется цветным (не белым):

$$P = P_{кр} + P_z + P_{кор} = 0,3226 + 0,2581 + 0,2903 = 0,871$$



Задача Вероятность попадания в мишень для первого стрелка 0,8, а для второго – 0,6. Стрелки независимо друг от друга сделают по одному выстрелу. Какова вероятность того, что в мишень попадет хотя бы один из стрелков?

Решение.

Введем обозначения: событие A – попадание в мишень первого стрелка, событие B – попадание второго стрелка, событие C – попадание хотя бы одного из стрелков.

Тогда, очевидно: $C = A + B$. Поскольку события A и B совместны, то по теореме сложения вероятностей имеем:

$$P(C) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

а, учитывая независимость событий A и B , получаем

$$P(C) = P(A) + P(B) - P(A)P(B) .$$

Подставляя из условия задачи, что

$P(A) = 0,8$, $P(B) = 0,6$, получаем:

$$P(C) = 0,8 + 0,6 - 0,8 \cdot 0,6 = 0,92.$$





Следствие 3

Сумма вероятности события и вероятности противоположного ему события равна единице

$$P(A) + P(\overline{A}) = 1$$

Следствие 4

Для нахождения вероятности противоположного события следует из единицы вычесть вероятность самого события

$$P(A) = 1 - P(\overline{A})$$

Следствие 5

Если из единицы вычесть вероятность противоположного события, то получится вероятность самого события

$$P(A) = 1 - P(\overline{A})$$



Теорема 3

Пусть p – вероятность события A в некотором испытании и пусть это испытание независимым образом повторяют n раз. Тогда:

- 1) Вероятность того, что событие A наступит в каждом из n повторений, равна p^n степень;*
- 2) Вероятность того, что событие A наступит хотя бы в одном из n повторений, равна $1 - (1 - p)^n$ степ*



случайностей не бывает