



Общая физика

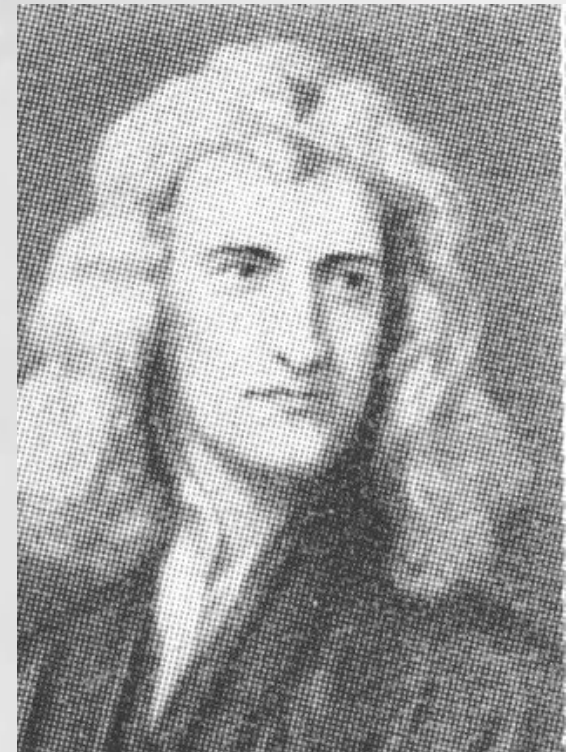
**Лектор: Толмачева Нелла
Дмитриевна**

Тема 3. ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

- 1. Первый закон Ньютона. Инерциальные системы
- 2. Масса и импульс тела
- 3. Второй закон Ньютона. Принцип суперпозиции
- 4. Третий закон Ньютона
- 5. Импульс произвольной системы тел
- 6. Основное уравнение динамики поступательного движения произвольной системы тел
- 7. Закон сохранения импульса

3.1. Первый закон Ньютона. Инерциальные системы

В основе так называемой классической или ньютоновской механики лежат три закона динамики, сформулированных И. Ньютоном в 1687 г.



Первый закон Ньютона:

всякая материальная точка (тело) сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не заставит её (его) изменить это состояние.



*Стремление тела сохранить состояние покоя или равномерного прямолинейного движения называется **инертностью**.*

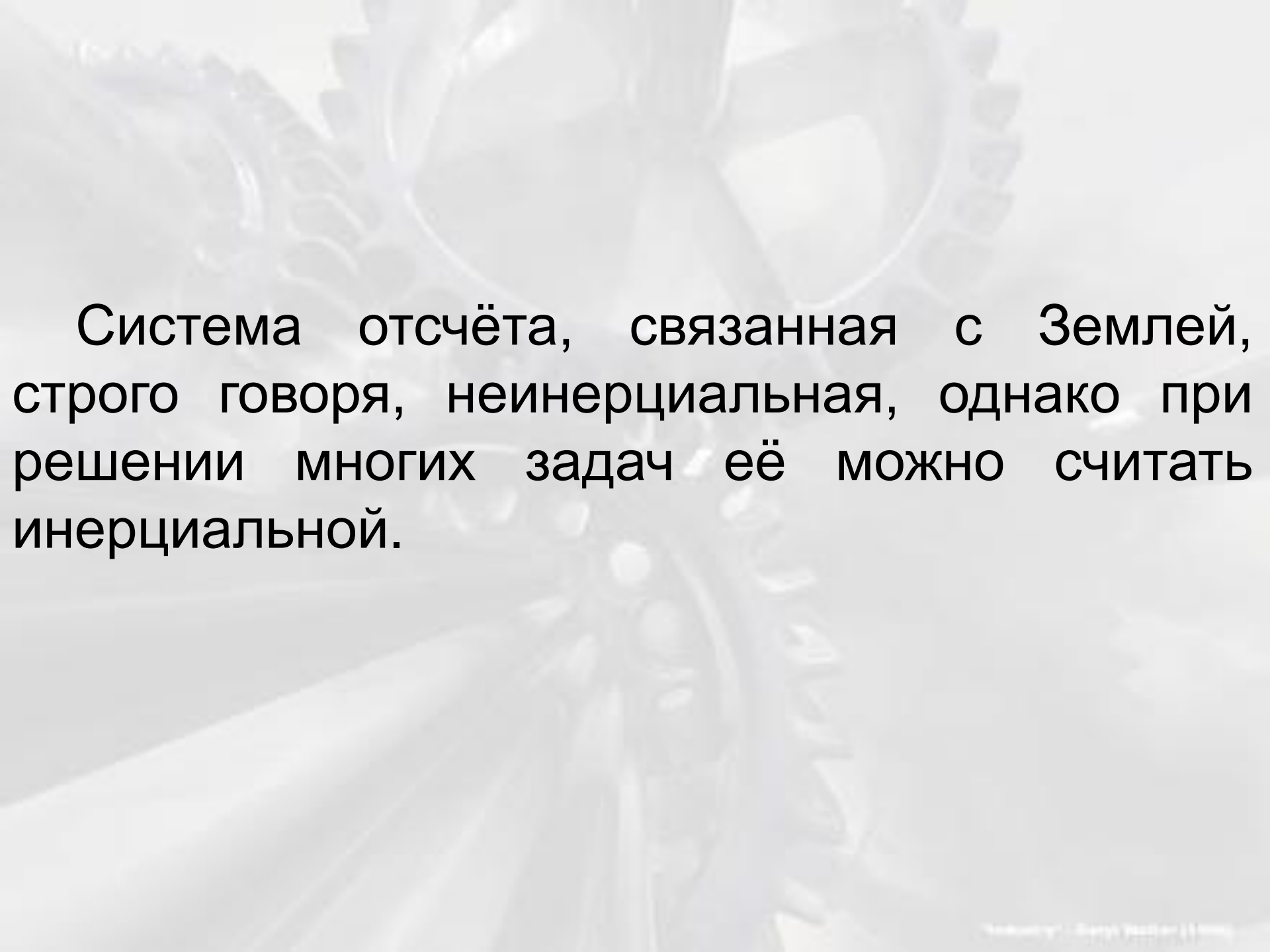
Поэтому первый закон Ньютона называют ***законом инерции***.



Механическое движение относительно, и его характер зависит от системы отсчёта.

Первый закон Ньютона утверждает существование инерциальных систем отсчёта.

Основным признаком инерциальной системы является отсутствие ускорения.



Система отсчёта, связанная с Землей, строго говоря, неинерциальная, однако при решении многих задач её можно считать инерциальной.

Сущность первого закона Ньютона может быть сведена к трём основным положениям:

- все тела обладают свойствами инерции;**
- существуют инерциальные системы отсчёта, в которых выполняется первый закон Ньютона;**
- движение относительно. Если тело A движется относительно тела отсчета B со скоростью u , то и тело B , в свою очередь, движется относительно тела A с той же скоростью, но в обратном направлении .**

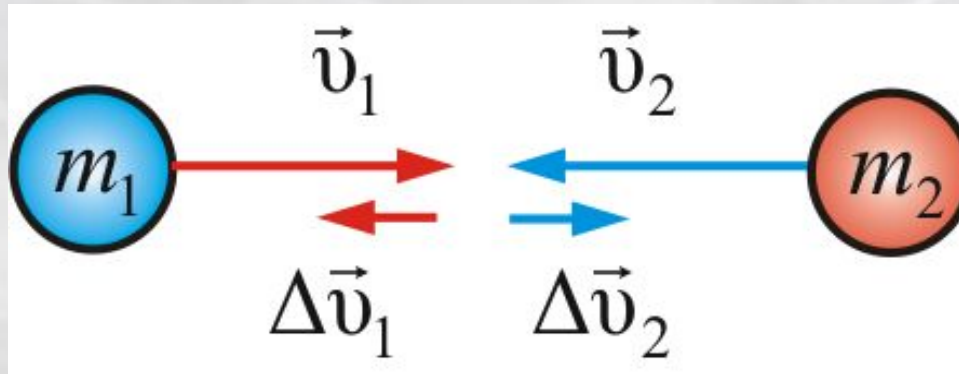
3. Масса и импульс тела

Мерой инертности тела является величина, называемая массой.

Масса – величина аддитивная (масса тела равна сумме масс частей, составляющих это тело).

Система тел, взаимодействующих только между собой, называется замкнутой.

Рассмотрим замкнутую систему двух тел массами m_1 и m_2 . Столкнём эти два тела



модули приращений скорости относятся как:

$$\frac{|\Delta \vec{v}_1|}{|\Delta \vec{v}_2|} = \frac{m_2}{m_1}$$

(тело, обладающее большей массой, меньше изменяет скорость).

Произведение массы тела m на скорость называется **импульсом тела** $\vec{p}$:

$$\vec{p} = m \vec{v} \quad (2.1)$$

3. Второй закон Ньютона.

Математическое выражение **второго закона Ньютона**:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \quad (3.1)$$

скорость изменения импульса тела равна действующей на него силе.

Отсюда можно заключить, что $d\vec{p} = \vec{F} dt$
изменение импульса тела равно импульсу силы.

Из (3.1), получим выражение второго закона через ускорение a :

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{F}. \text{ т. к. } m = \text{const} \text{ то } m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}. \text{ но } \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a},$$

тогда $m\vec{a} = \vec{F}$

**основное уравнение динамики
поступательного движения
материальной точки.**

$$m\ddot{a} = \vec{F}$$

Принцип суперпозиции или принцип независимости действия сил

Силы в механике подчиняются принципу суперпозиции.

Если на материальное тело действуют несколько сил, то каждая из них сообщает точке такое же ускорение, как если бы других сил не было.

Результирующую силу $\vec{F}$ можно найти из выражения:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i, \quad (3.3)$$

Найдем изменение импульса тела за конечный промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$

$$m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = \vec{F}\Delta t,$$

$$\Delta(m\vec{v}) = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt$$

т.е., изменение импульса тела равно импульсу силы.

3.4. Третий закон Ньютона

Действие тел друг на друга носит характер взаимодействия.

Сила есть результат взаимодействия тел.

Третий закон Ньютона

силы, с которыми действуют друг на друга два тела, равны по величине и противоположны по направлению.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \quad (4.1)$$

Однако, третий закон справедлив не всегда. Он выполняется в случае контактных взаимодействий, т.е. при соприкосновении тел, а также при взаимодействии тел, находящихся на расстоянии друг от друга, но покоящихся друг относительно друга.

Законы Ньютона плохо работают при $v \approx c$ (релятивистская механика) а также, при движении тел очень малых размеров, сравнимых с размерами элементарных частиц. Так, например, нуклоны внутри ядра, кварки внутри нуклонов, и даже электроны внутри атома, не подчиняются законам Ньютона.

Центр масс

Воображаемую точку с радиус-вектором

$$\vec{r}_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n \vec{r}_i m_i$$

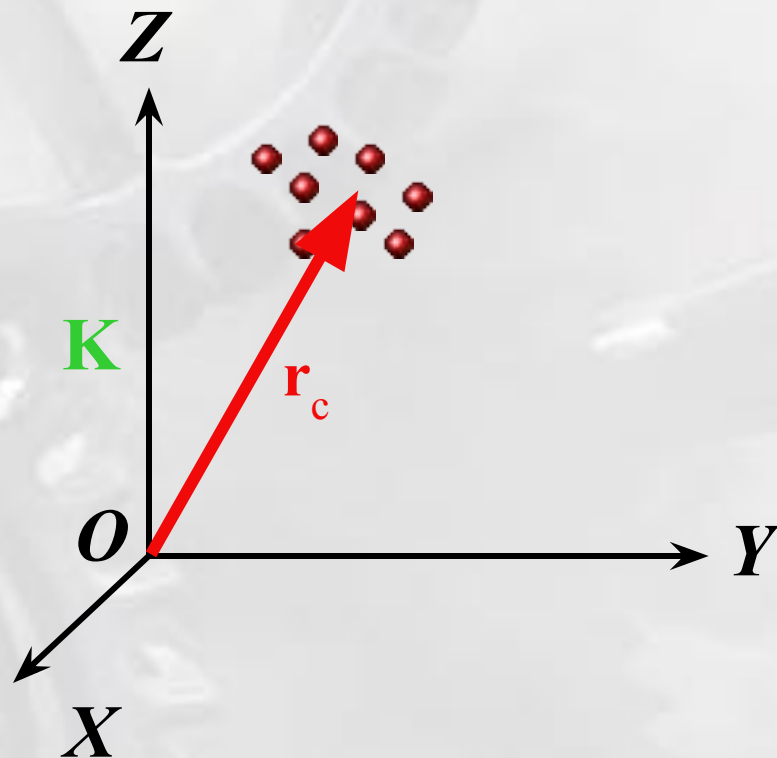
где i - номер точки,

n - количество точек,

m_i - масса i -ой точки и

m - масса всей системы точек

называют **центром масс**
системы материальных точек



Тогда скорость центра масс

$$\vec{v}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i$$

При этом не надо путать *центр масс* с *центром тяжести системы* — с точкой приложения равнодействующей сил тяжести всех тел системы.

Центр тяжести совпадает с центром масс (центром инерции), если g (ускорение силы тяжести) для всех тел системы одинаково (когда размеры системы гораздо меньше размеров Земли).

Импульс центра масс

Величина

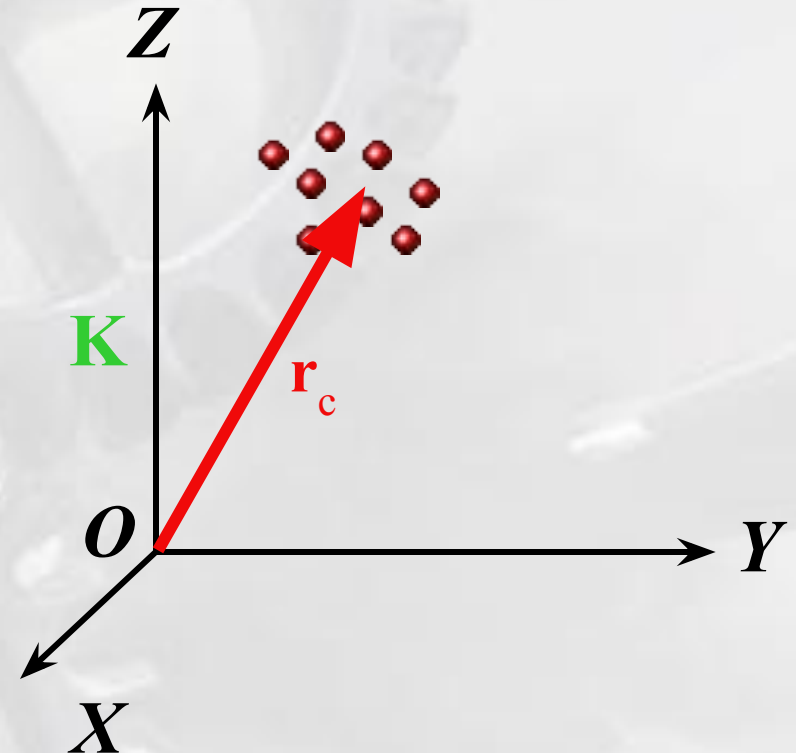
$$\vec{p}_i = m_i \vec{v}_i$$

является **первым динамическим**
параметром частицы и называется
импульсом

Соответственно
величину

$$\vec{P}_c = m \vec{v}_c = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i$$

называют **импульсом центра масс**



Таким образом видим, что связь **импульса $\vec{P}_c$** со **скоростью $\vec{v}_c$** такая же, как для материальной точки с массой m (масса системы)

Теорема о движении центра масс

Рассмотрим теперь *подробнее* силы, действующие на частицы механической системы

Силы, действующие на каждую точку системы, разобьем на два типа

– силы со стороны *всех остальных частиц системы* (внутренние силы)

– *резльтирующая* всех внешних сил

В общем виде это можно записать так

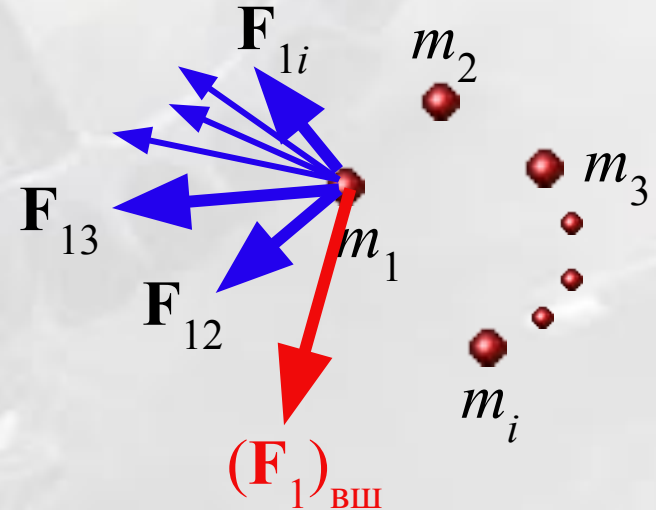
$$\vec{F}_i = \sum_{k=1}^{n-1} \vec{F}_{ik} + (\vec{F}_i)_{\text{вн}}$$

По 3 закону Ньютона

$$\sum_{i,k} \vec{F}_{ik} \equiv 0$$

И теорема о движении центра масс принимает вид

Такой вид теоремы означает, что



$$\vec{a}_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n (\vec{F}_i)_{\text{вн}}$$

Если система находится во внешнем стационарном и однородном поле, то **никакими** действиями **внутри** системы **невозможно** изменить движение **центра масс системы**

7. Закон сохранения импульса

*Механическая система называется **замкнутой** (или изолированной), если на неё не действуют внешние силы, т.е. она не взаимодействует с внешними телами.*

Для замкнутой системы равнодействующий вектор внешних сил тождественно равен нулю:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \equiv 0, \quad (7.1)$$

отсюда
$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_c = \text{const.} \quad (7.2)$$

Это есть закон сохранения импульса: импульс замкнутой системы не изменяется во времени.

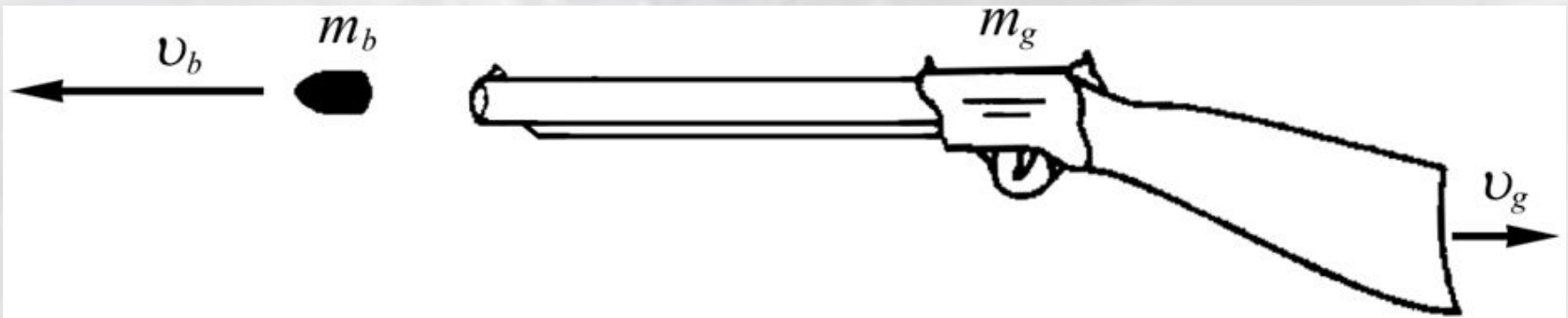
Импульс системы тел может быть представлен в виде произведения суммарной массы тел на скорость центра инерции: $\vec{p} = m \vec{v}_c$, тогда

$$m \vec{v}_c = \text{const.} \quad (7.3)$$

При любых процессах, происходящих в замкнутых системах, скорость центра инерции сохраняется неизменной.

Закон выполняется при $v \approx c$

Если система не замкнута, но главный вектор внешних сил $\vec{F}_{\text{вн}} = 0$, то $\vec{p}_{\text{сист.}} = \text{const}$, как если бы внешних сил не было (например, прыжок из лодки или реактивное движение).



Продолжение лекции №2

СИЛЫ В МЕХАНИКЕ

- 1. Виды и категории сил в природе
- 2. Сила тяжести и вес тела
- 3. Упругие силы
- 4. Силы трения
- 5. Силы инерции
 - 5.1. Уравнения Ньютона для неинерциальной системы отсчета
 - 5.2. Центростремительная и центробежная силы
 - 5.3. Сила Кориолиса

1. Виды и категории сил в природе

В настоящее время, различают **четыре типа сил или взаимодействий**: гравитационные; электромагнитные; сильные (ответственное за связь частиц в ядрах) и слабые (ответственное за распад частиц)

Гравитационные и электромагнитные силы нельзя свести к другим, более простым силам, поэтому их называют **фундаментальными**.

Законы фундаментальных сил просты и выражаются точными формулами. Для примера можно привести формулу гравитационной силы взаимодействия двух материальных точек, имеющих массы

$$m_1 \text{ и } m_2 :$$

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где r – расстояние между точками,
 γ – гравитационная постоянная.

В качестве второго примера можно привести формулу для определения силы электростатического взаимодействия двух точечных зарядов q_1 и q_2

$$F = k_0 \frac{q_1 q_2}{r^2},$$

где k_0 – коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц.

2. Сила тяжести и вес тела

Одна из фундаментальных сил – сила гравитации проявляется на Земле в виде **силы тяжести** – сила, с которой все тела притягиваются к Земле.

Если подвесить тело (рисунок 4.1) или положить его на опору, то **сила тяжести** уравнивается силой $\vec{R}$ – которую называют **реакцией опоры или подвеса**.

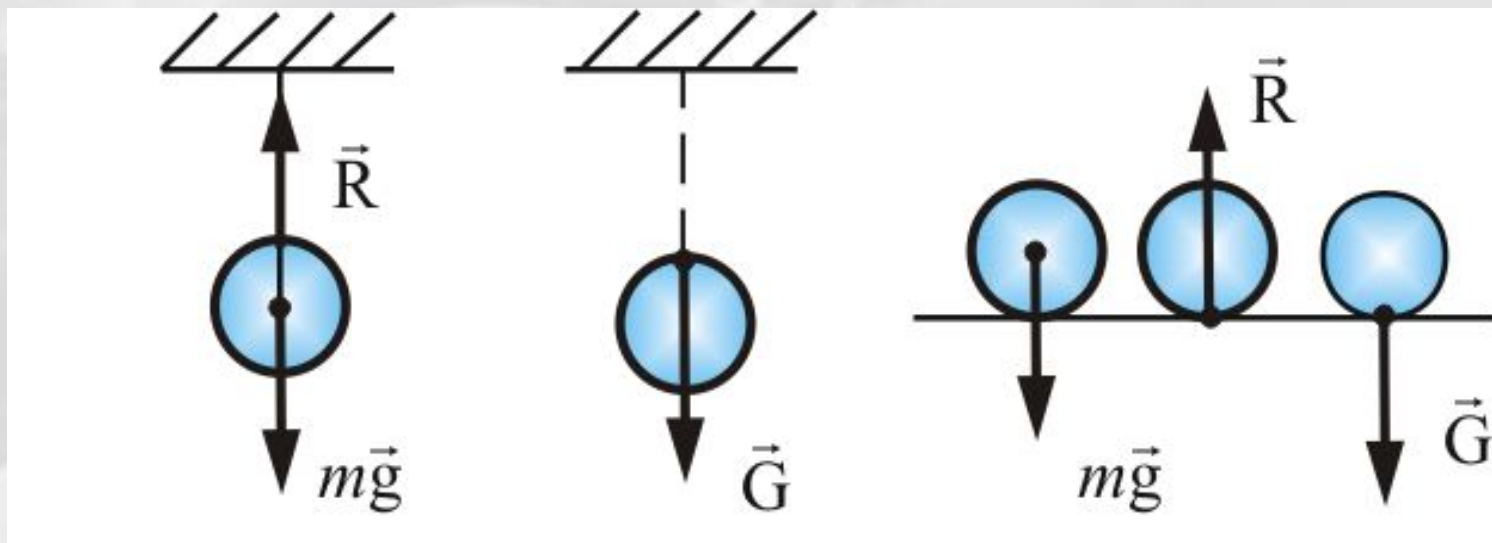
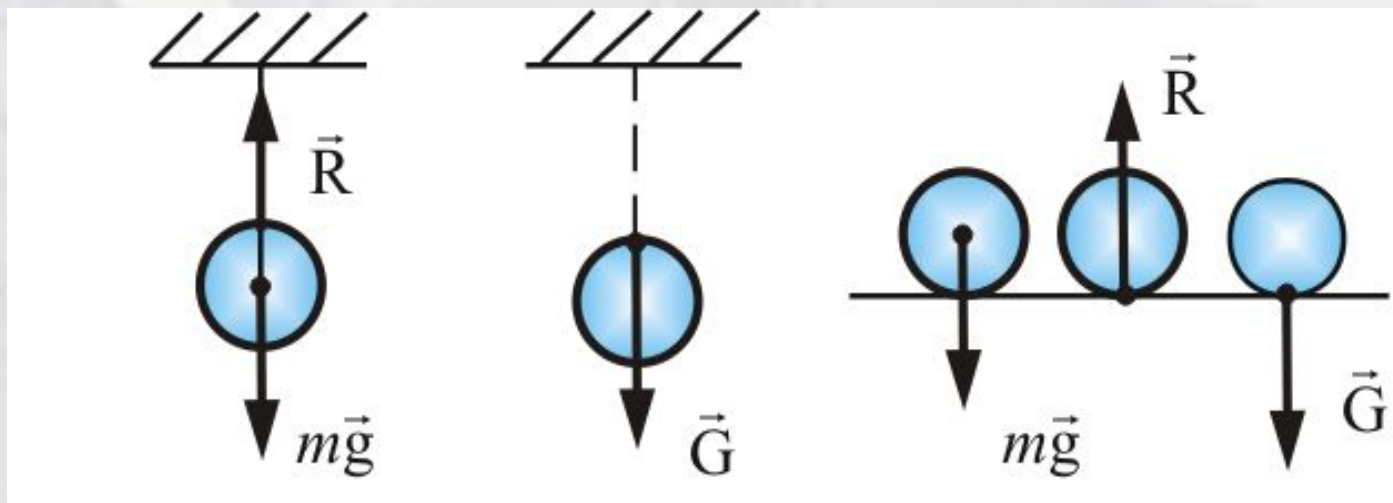


Рисунок 4.1



Весом тела называется сила с которой тело действует на подвес или опору.

Согласно третьему закону Ньютона: $\vec{G} = -\vec{R}.$

вес и сила тяжести равны друг другу, если подвес (опора) и тело покоятся относительно Земли (или движжутся равномерно, прямолинейно).

Если имеет место движение с ускорением, то справедливо соотношение:

$$G = mg \pm ma = m(g \pm a). \quad (2.2)$$

Вес тела может быть больше или меньше силы тяжести: если g и a направлены в одну сторону (**тело движется вниз** или падает), то

$$G < mg$$

и если наоборот, то

$$G > mg$$

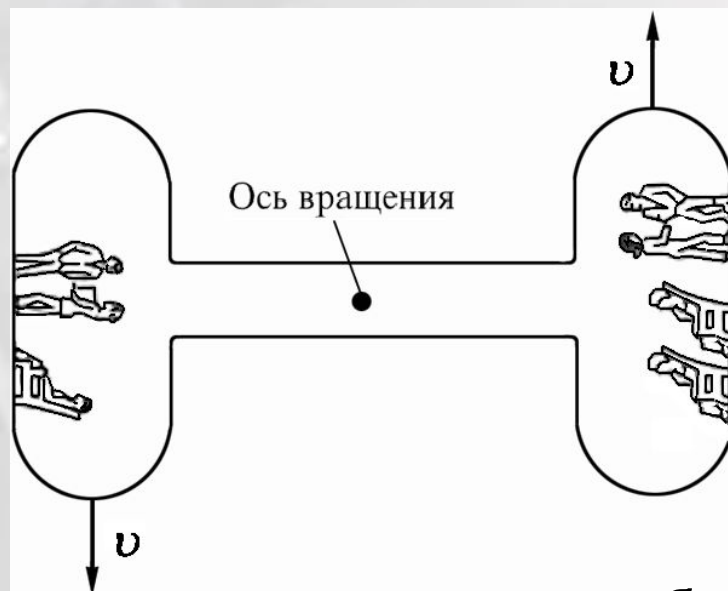
Если же тело движется с ускорением $a = g$ то $G = 0$ — т.е. наступает *состояние невесомости*.

Пример: космический корабль на орбите.

Следствием этого факта является то, что, *находясь внутри закрытой кабины невозможно определить, чем вызвана сила mg* , тем, что кабина движется с ускорением $a = g$ или действием притяжения Земли.

$$F = m(g - a).$$

В случае свободного падения лифта $a = g$ и $F_w = 0$; иными словами, человек оказывается «невесомым».



Пассажиры космического корабля, вращающегося с частотой всего 9,5 об/мин, находясь на расстоянии 10 м от оси вращения, будут чувствовать себя, как на Земле.

Солнце

Юпитер

Сатурн

Земля

Марс

Венера

Меркурий

Уран

Нептун

Плутон

Планеты солнечной системы

3. Упругие силы

*Электромагнитные силы проявляют себя как **упругие силы и силы трения.***

Под действием внешних сил возникают **деформации** (т.е. изменение размеров и формы) тел. Если после прекращения действия внешних сил восстанавливаются прежние форма и размеры тела, то деформация называется **упругой**. Деформация имеет упругий характер в случае, если внешняя сила не превосходит определенного значения, которая называется **пределом упругости**.

При превышении этого предела деформация становится *пластичной или неупругой*, т.е. первоначальные размеры и форма тела полностью не восстанавливаются.

Рассмотрим упругие деформации.

В деформированном теле (рисунок 4.2) возникают упругие силы, уравнивающие внешние силы. Под действием *внешней силы* – $F_{\text{вн}}$ пружина получает *удлинение* x , в результате в ней возникает *упругая сила* – $F_{\text{упр}}$, *уравнивающая* $F_{\text{вн}}$.

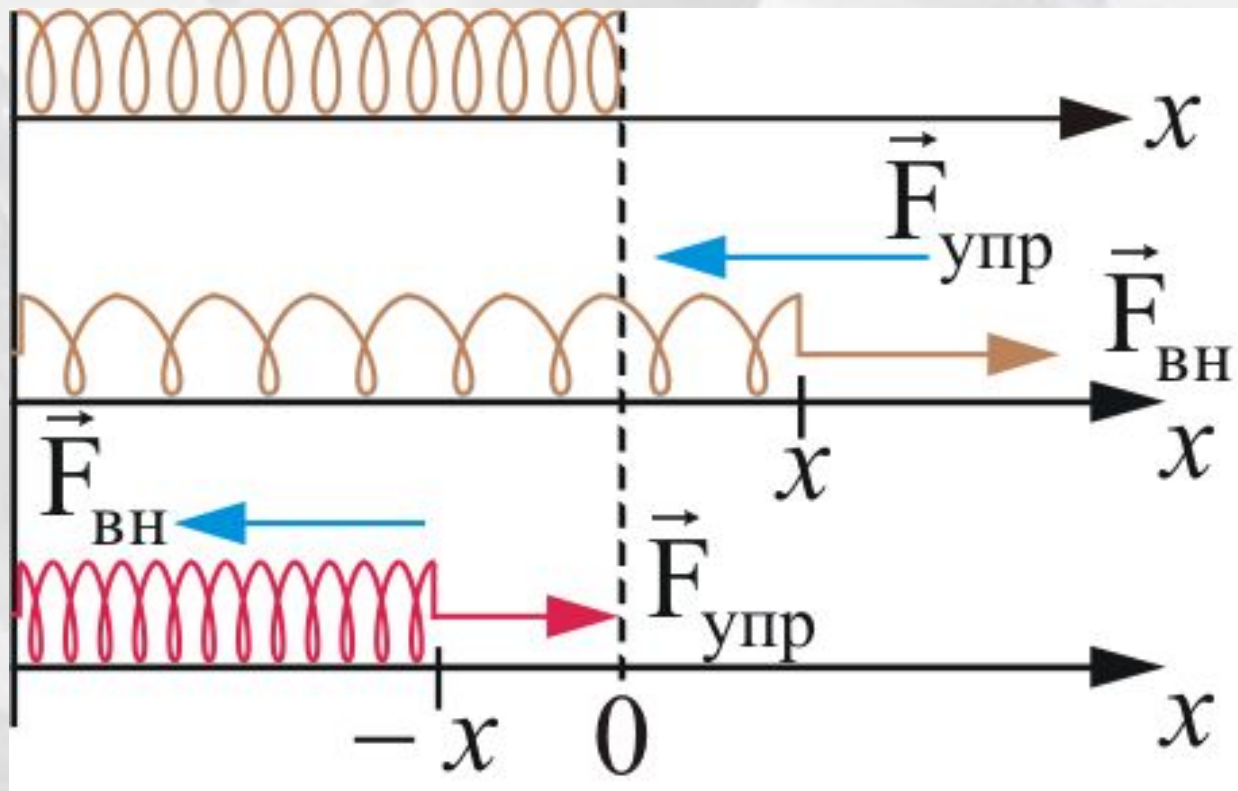
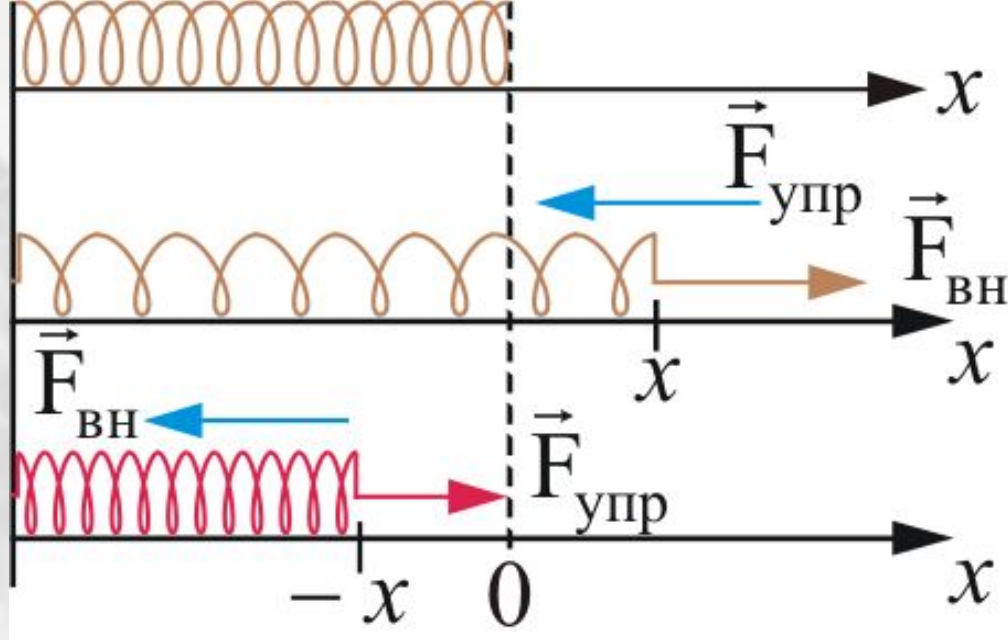


Рисунок 4.2

Упругие силы возникают во всей деформированной пружине. Любая часть пружины действует на другую часть с силой упругости $F_{\text{упр}}$.



Удлинение пружины пропорционально внешней силе и определяется законом Гука:

$$x = -\frac{1}{k} F_{\text{упр.}}$$

$$F_{\text{упр.}} = -kx.$$

k – жесткость пружины. Видно, что чем больше k , тем меньшее удлинение получит пружина под действием данной силы.



Гук Роберт (1635 – 1703) знаменитый английский физик, сделавший множество изобретений и открытий в области механики, термодинамики, оптики.

Его работы относятся к теплоте, упругости, оптике, небесной механике. Установил постоянные точки термометра – точку таяния льда, точку кипения воды. Усовершенствовал микроскоп, что позволило ему осуществить ряд микроскопических исследований, в частности наблюдать тонкие слои в световых пучках, изучать строение растений. Положил начало физической оптике.

**Потенциальная энергия упругой пружины
равна работе, совершенной над пружиной.**

Так как сила не постоянна, то элементарная
работа равна

$$dA = Fdx$$

$$dA = -kx dx,$$

Тогда **полная работа, которая
совершена пружиной, равна:**

$$A = \int dA = -\int_0^x kx dx = -\frac{kx^2}{2}$$

Закон Гука для стержня

Одностороннее (или продольное) растяжение (сжатие) стержня состоит в **увеличении (уменьшении) длины стержня под действием внешней силы $\vec{F}$**

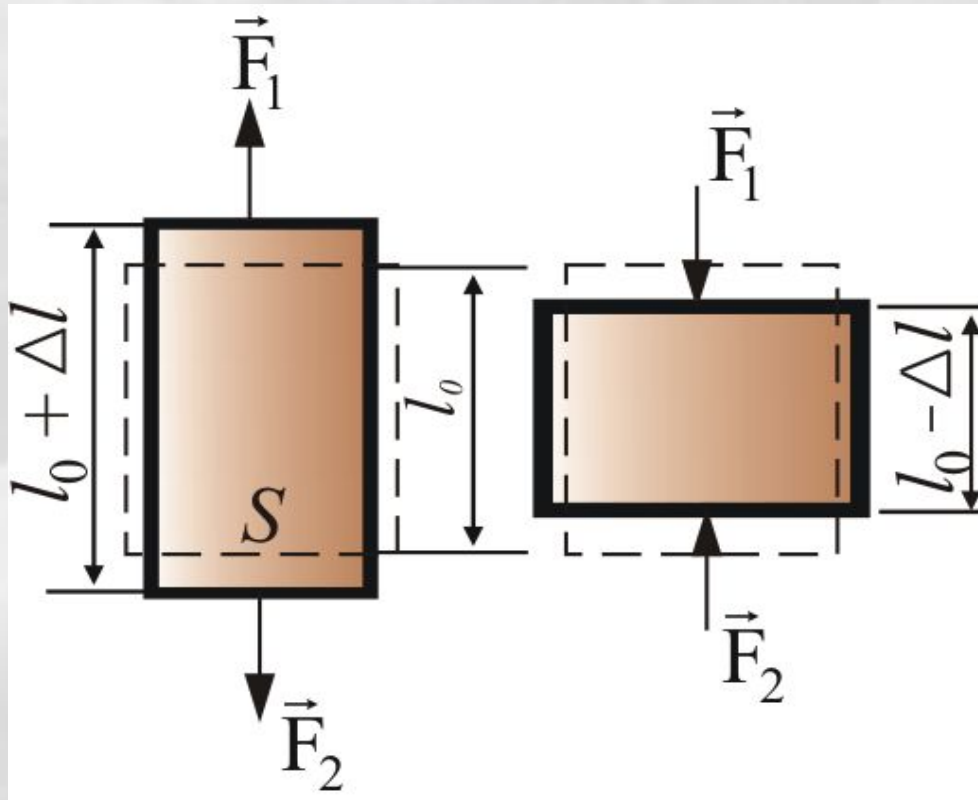


Рисунок 4.3

Такая деформация приводит к возникновению в стержне упругих сил, которые принято характеризовать **напряжением σ** :

$$\sigma = \frac{F_{\text{упр.}}}{S},$$

Здесь $S = \frac{\pi d^2}{4}$ – площадь поперечного сечения стержня, d – его диаметр.

В случае растяжения σ считается положительной, а в случае сжатия – отрицательной. Опыт показывает, что приращение длины стержня Δl пропорционально напряжению σ :

приращение длины:

$$\Delta l = \frac{l_0 \sigma}{E},$$

обозначим

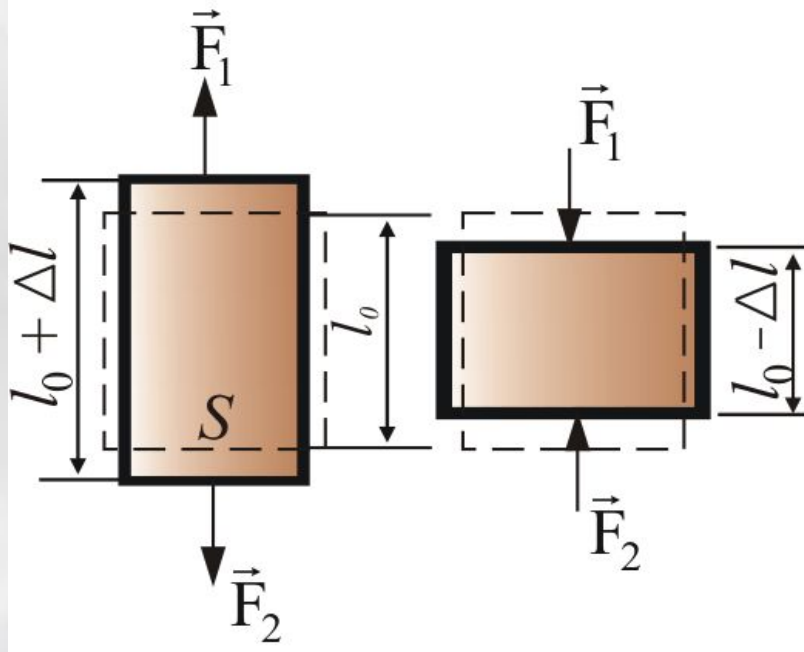
$$\frac{\Delta l}{l_0} = \varepsilon$$

– *относительное*

приращение длины, получим:

$$\varepsilon = \frac{1}{E} \sigma$$

Закон Гука для стержня:
относительное приращение длины стержня прямо пропорционально напряжению и обратно пропорционально модулю Юнга E измеряется в Н/м² или в Па.



Растяжение или сжатие стержней сопровождается соответствующим изменением их поперечных размеров

Отношение относительного поперечного сужения (расширения) $\Delta d/d$ стержня к относительному удлинению (сжатию) $\Delta l/l$ называют **коэффициентом Пуассона**

$$M = \frac{\Delta d}{d} : \frac{\Delta l}{l}. \quad (4.3.3)$$

4. Силы трения

Трение подразделяется на внешнее и внутреннее.

Внешнее трение возникает при относительном перемещении двух соприкасающихся твердых тел (трение скольжения или трение покоя).

Внутреннее трение наблюдается при относительном перемещении частей одного и того же сплошного тела (например, жидкость или газ).

Различают **сухое** и **жидкое** (или **вязкое**) трение.

Жидким (вязким) называется трение между твердым телом и жидкой или газообразной средой или ее слоями.

Сухое трение, в свою очередь, подразделяется на **трение скольжения** и **трение качения**.

Рассмотрим законы сухого трения

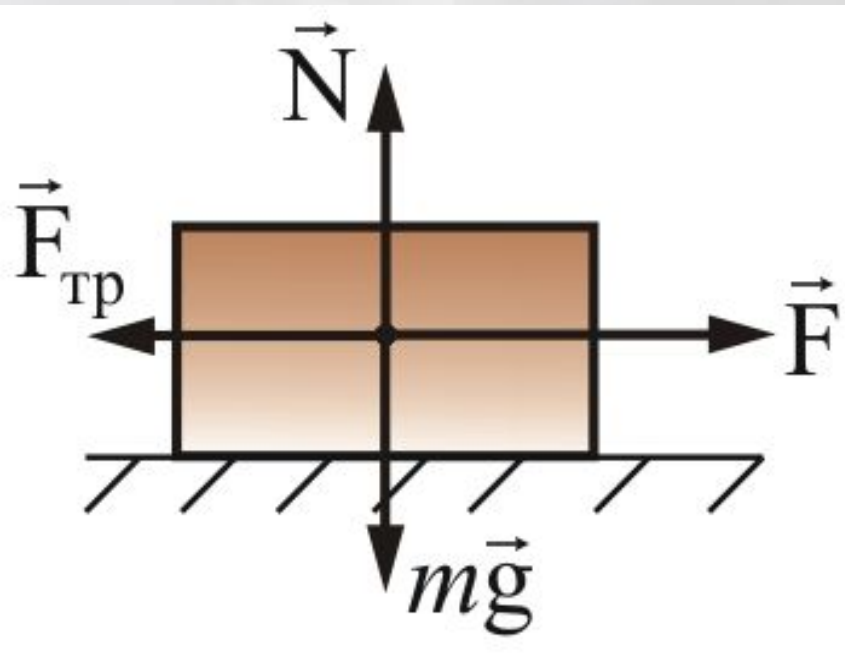


Рисунок 4.5

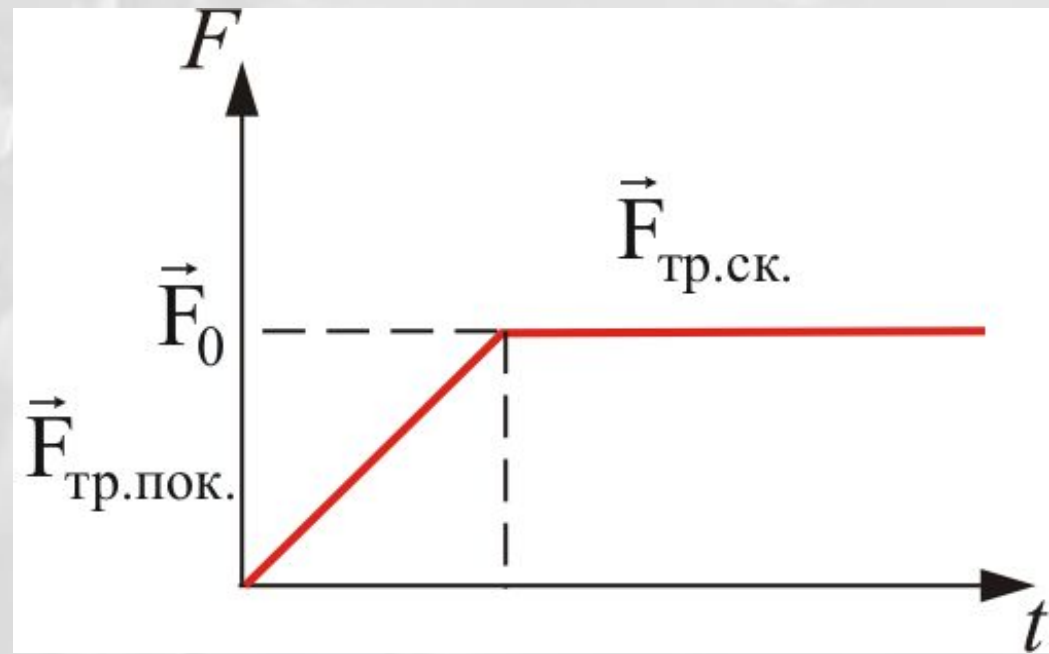
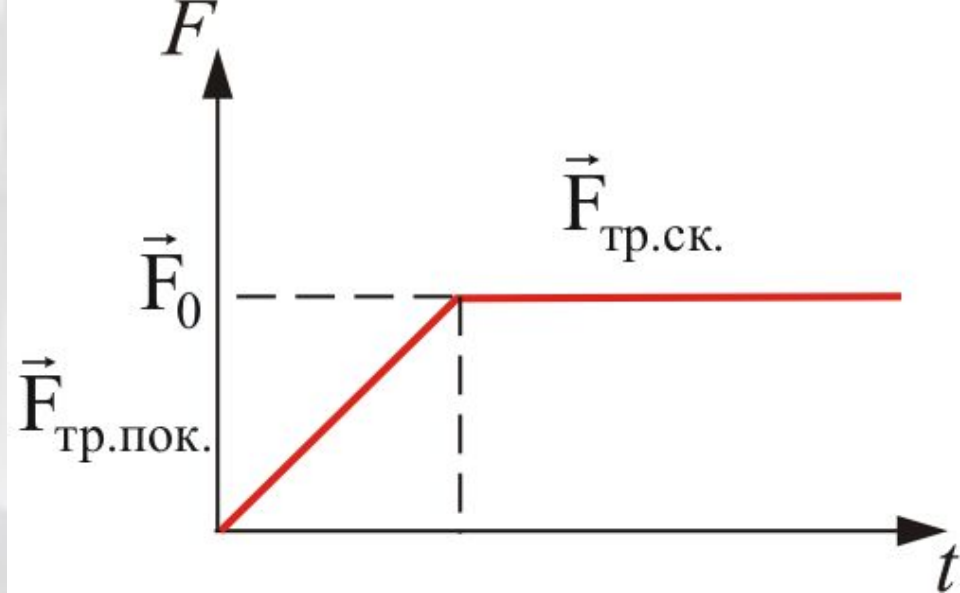
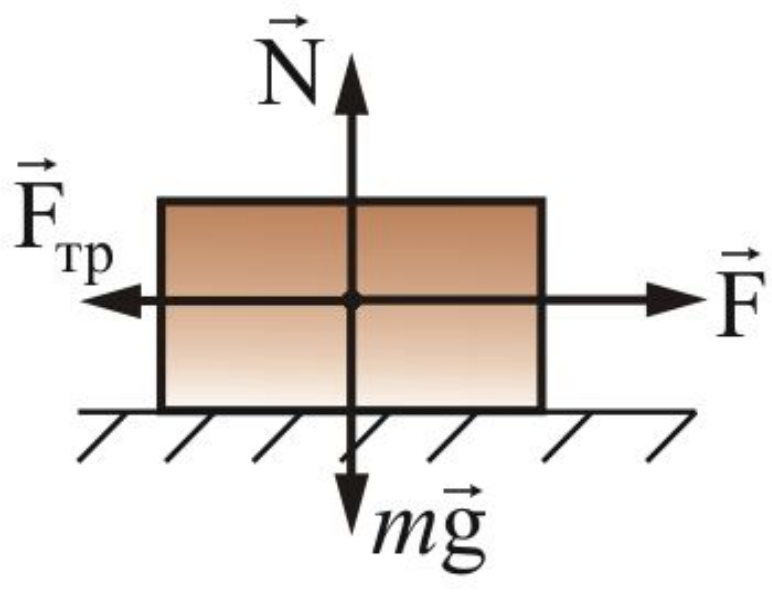


Рисунок 4.6



Подействуем на тело, внешней силой $\vec{F}$ постепенно увеличивая ее модуль. Вначале брусок будет оставаться неподвижным, значит внешняя сила уравновешивается некоторой силой $\vec{F}_{\text{тр.}}$. В этом случае $\vec{F}_{\text{тр.}}$ – и есть **сила трения покоя**.

Когда модуль внешней силы, а следовательно, и модуль силы трения покоя превысит значение F_0 , тело начнет скользить по опоре – **трение покоя $F_{\text{тр.пок.}}$ сменится трением скольжения $F_{\text{тр.ск}}$**

Установлено, что **максимальная сила трения покоя** не зависит от площади соприкосновения тел и приблизительно **пропорциональна модулю силы нормального давления N**

$$F_0 = \mu_0 N,$$

μ_0 — коэффициент трения покоя — зависит от природы и состояния трущихся поверхностей.

Аналогично и **для силы трения скольжения**:

$$F_{\text{тр.}} = \mu N \quad (4.4.1)$$

Трение качения возникает между шарообразным телом и поверхностью, по которой оно катится.

Сила трения качения подчиняется тем же законам, что и скольжения, но коэффициент трения μ здесь значительно меньше.

Подробнее рассмотрим силу трения скольжения на наклонной плоскости.

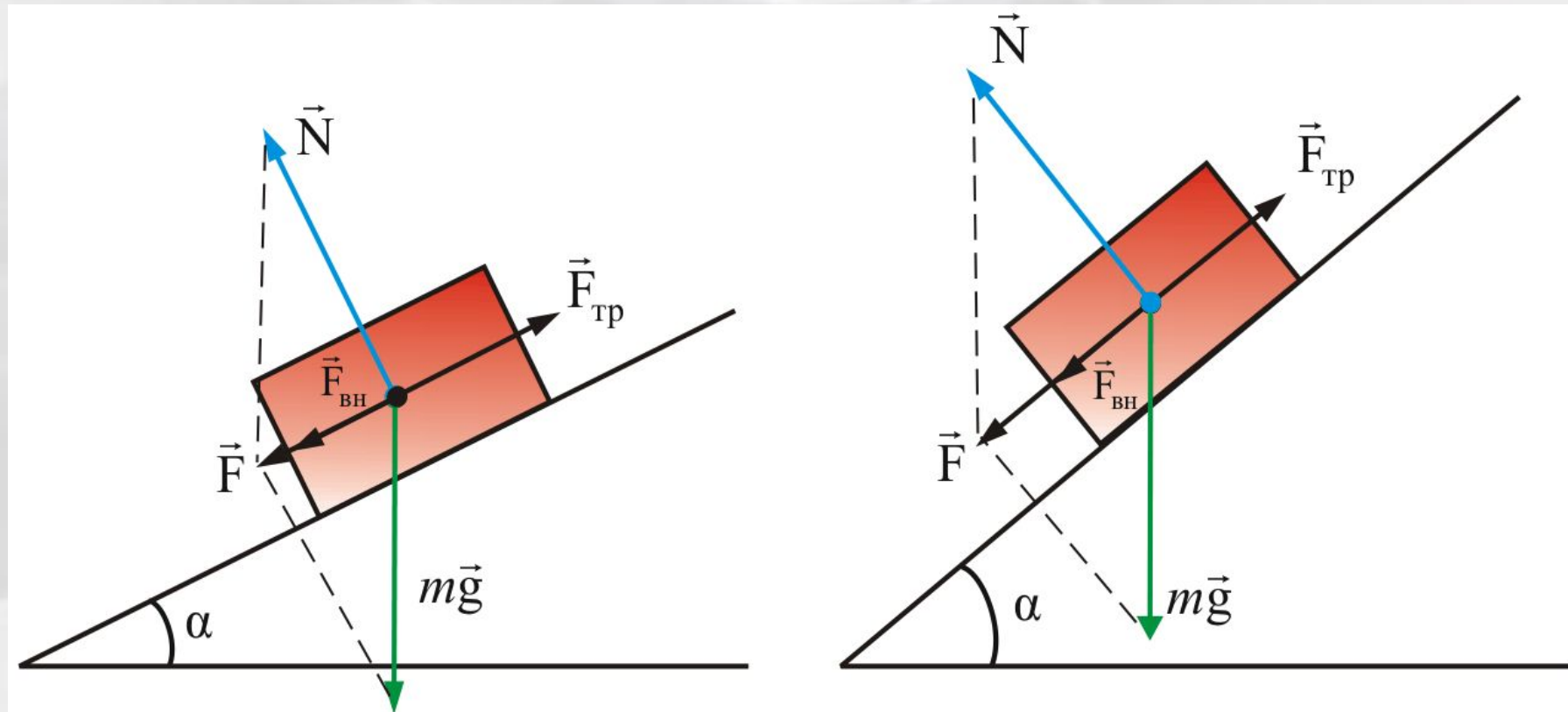


Рисунок 4.7

5. Силы инерции

5.1. Уравнение Ньютона для неинерциальных систем отсчета

Законы инерции выполняются в инерциальной системе отсчета. А как описать движение тела в неинерциальной системе?

Рассмотрим пример: вы стоите в троллейбусе спокойно. Вдруг троллейбус резко трогается, и вы невольно отклонитесь назад. Что произошло? Кто вас толкнул?

С точки зрения наблюдателя на Земле (в инерциальной системе отсчета), в тот момент, когда троллейбус тронулся, вы остались стоять на месте — в соответствии с первым законом Ньютона.

С точки зрения сидящего в троллейбусе — вы начали двигаться назад, как если бы кто-нибудь вас толкнул. На самом деле, никто не толкнул, просто ваши ноги, связанные силами трения с троллейбусом «поехали» вперед из-под вас и вам пришлось падать назад.

Можно описать ваше движение в инерционной системе отсчета. Но это не всегда просто, так как обязательно нужно вводить силы, действующие со стороны *связей*.

Они могут быть самыми разными и ведут себя по разному – нет единого подхода к их описанию.

Можно и в неинерциальной системе воспользоваться законами Ньютона, если ввести силы инерции. Они фиктивны. Нет тела или поля под действием которого вы начали двигаться в троллейбусе. Силы инерции вводят специально, чтобы воспользоваться уравнениями Ньютона в неинерциальной системе.

Силы инерции обусловлены не взаимодействием тел, а свойствами самих неинерциальных систем отсчета. На силы инерции законы Ньютона не распространяются.

Найдем количественное выражение для силы инерции при *поступательном* движении неинерциальной системы отсчета.

Введем обозначения:

$\vec{a}'$ — ускорение тела относительно неинерциальной системы;

$\vec{a}^*$ — ускорение неинерциальной системы относительно инерциальной (относительно Земли).

Тогда ускорение тела относительно инерциальной системы:

$$\vec{a} = \vec{a}^* + \vec{a}'.$$

Ускорение в инерциальной системе можно выразить через второй закон Ньютона

$$\frac{\vec{F}}{m} = \vec{a}^* + \vec{a}',$$

где m – масса движущегося тела, или

$$\vec{a}' = \frac{\vec{F}}{m} - \vec{a}^*.$$

Мы можем и $\vec{a}^*$ представить в соответствии с законом Ньютона (формально)

$$\vec{a}' = \frac{\vec{F}}{m} + \frac{\vec{F}_{\text{ин}}}{m},$$

где $\vec{F}_{\text{ин}}$ – сила, направленная в сторону, противоположную ускорению неинерциальной системы.

$$\vec{F}_{\text{ин}} = -m\vec{a}^*$$

тогда получим

$$m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_{\text{ин}}$$

– **уравнение Ньютона для неинерциальной системы отсчета.**

Здесь $\vec{F}_{\text{ин}}$ – фиктивная сила, обусловленная свойствами системы отсчета, необходимая нам для того, чтобы иметь возможность описывать движения тел в неинерциальных системах отсчета с помощью уравнений Ньютона.

Силы инерции неинвариантны относительно перехода из одной системы отсчета в другую. Они не подчиняются закону действия и противодействия. Движения тела под действием сил инерции аналогично движению во внешнем силовом поле. Силы инерции всегда являются внешним по отношению к любому движению системы материальных тел.

5. Сила Кориолиса

При движении тела относительно вращающейся системы отсчета, кроме центростремительной и центробежной сил, появляется еще одна сила, называемая **силой Кориолиса** или **кориолисовой силой инерции** (Г. Кориолис (1792 – 1843) – французский физик).

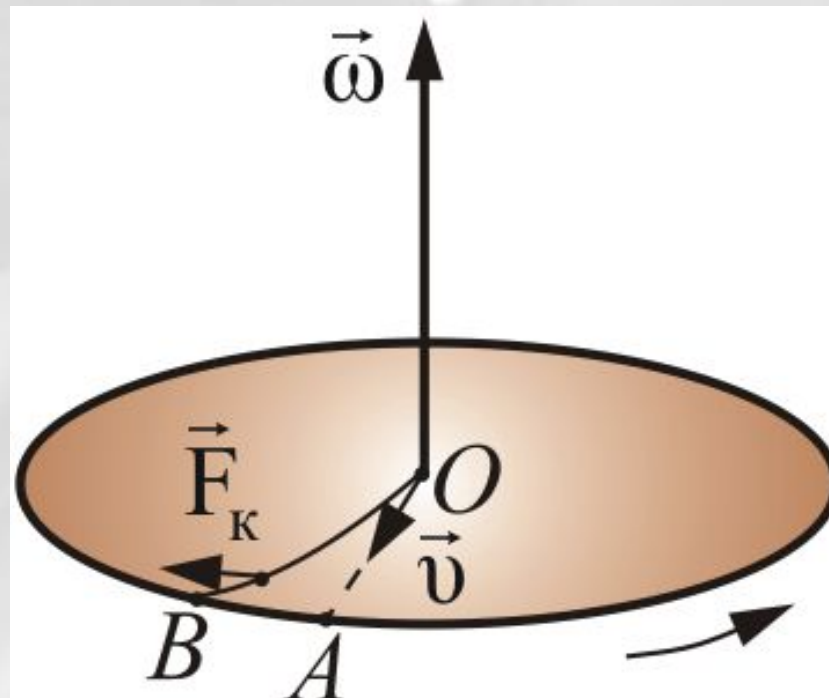
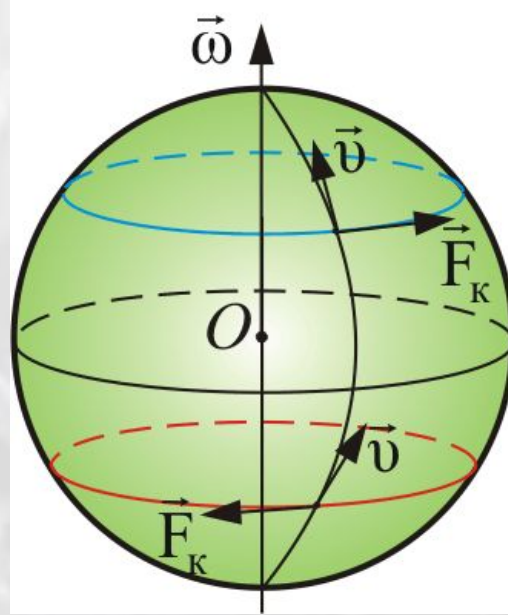


Рисунок
4.10



Сила Кориолиса, действует на тело, *движущееся вдоль меридиана* в северном полушарии вправо и в южном – влево. Это приводит к тому, что у рек подмывается всегда правый берег в северном полушарии и левый – в южном. Эти же причины объясняют неодинаковый износ рельсов железнодорожных путей.

Силы Кориолиса проявляются и при качаниях маятника (**маятник Фуко**). Для простоты предположим, что маятник расположен на полюсе:

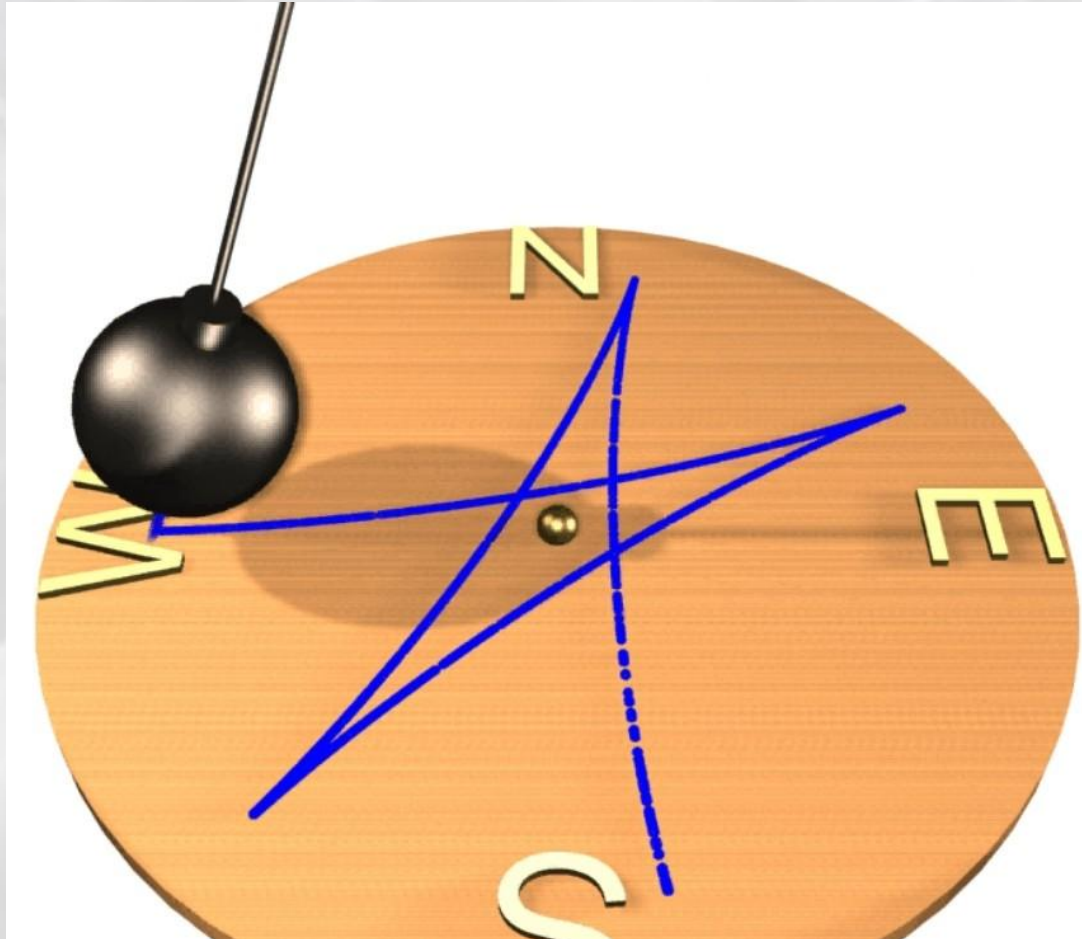


Рисунок
4.12

С учетом всех сил инерции, уравнение Ньютона для неинерциальной системы отсчета примет вид:

$$m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_{\text{ин}} + \vec{F}_{\text{цб}} + \vec{F}_{\text{к}},$$

$\vec{F}_{\text{ин}}$ – сила инерции, обусловленная поступательным движением неинерциальной системы отсчета;

$\vec{F}_{\text{цб}} + \vec{F}_{\text{к}}$ – две силы инерции, обусловленные вращательным движением системы отсчета;

$\vec{a}'$ – ускорение тела относительно неинерциальной системы от

$$\vec{F}_{\text{ин}} = -m\vec{a},$$

$$\vec{F}_{\text{к}} = 2m[\vec{v}, \vec{\omega}],$$

$$\vec{F}_{\text{цб}} = m\vec{a}_n.$$