

*«Учимся не для техникума , а для
жизни" Сенека Люций Анней*

Основные понятия комбинаторики

НАДО Знать:

определение: Комбинаторика,

Факториал, Сочетания, Размещение, Перестановки

Задачи разобрать и записать

Решать будем на следующей неделе!

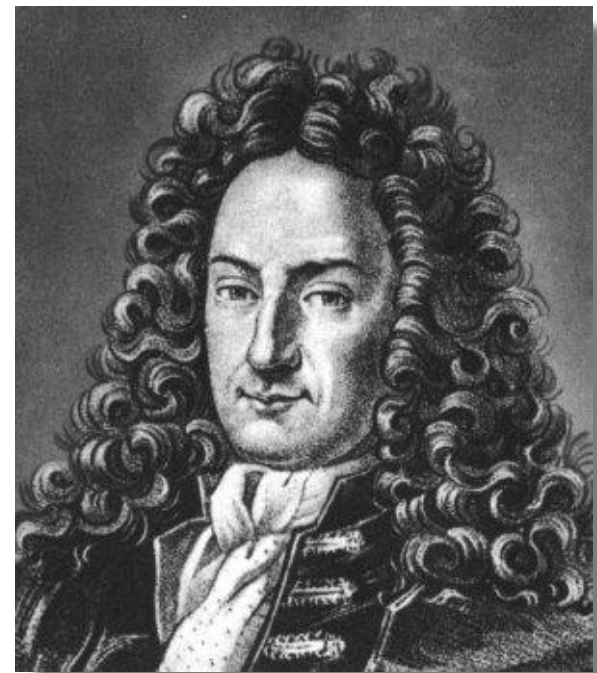


*«Вперед поедешь – голову сложишь,
направо поедешь – коня потеряешь,
налево поедешь – меча лишишься.*

КОМБИНАТОРИКА

- это раздел математики, в котором изучается, сколько различных комбинаций можно составить из заданных объектов.
- происходит от латинского слова «**combinare**», что в переводе на русский означает — «сочетать», «соединять».

Термин «*комбинаторика*» был введён Готфридом Вильгельмом Лейбницем, который в 1666 году опубликовал свой труд «*Рассуждения о комбинаторном искусстве*».



В Древней Греции

подсчитывали число различных комбинаций длинных и коротких слогов в стихотворных размерах, занимались теорией фигурных чисел, изучали фигуры, которые можно составить из частей и т.д.



Со временем появились различные игры (нарды, карты, шашки, шахматы и т. д.)

В каждой из этих игр приходилось рассматривать различные сочетания фигур, и выигрывал тот, кто их лучше изучал, знал выигрышные комбинации и умел избегать проигрышных.



алгебра

геометрия

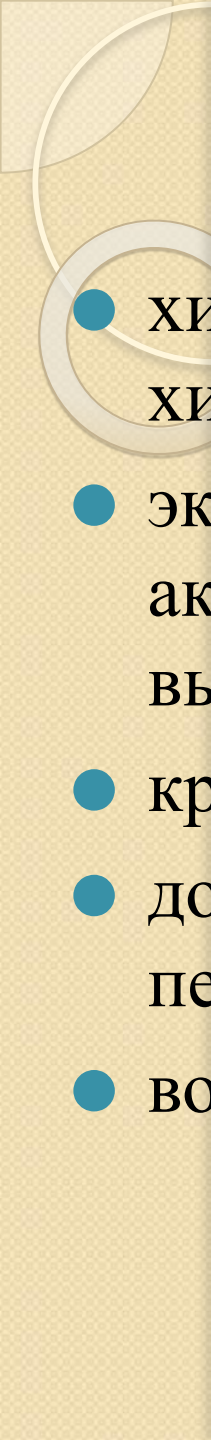
М
а
т
е
м
а
т
и
к
а

теория
вероятностей

комбинаторика

Области применения комбинаторики:

- учебные заведения (составление расписаний)
- сфера общественного питания (составление меню)
- лингвистика (рассмотрение вариантов комбинаций букв)
- спортивные соревнования (расчёт количества игр между участниками)
- агротехника (размещение посевов на нескольких полях)
- география (раскраска карт)
- биология (расшифровка кода ДНК)

- 
- химия (анализ возможных связей между химическими элементами)
 - экономика (анализ вариантов купли-продажи акций) , азартные игры (подсчёт частоты выигрышей)
 - криптография (разработка методов шифрования)
 - доставка почты (рассмотрение вариантов пересылки)
 - военное дело (расположение подразделений)

Задача №1

Сколько двузначных чисел
можно составить из цифр 0,1,2,4
(цифры могут повторяться)?

10,11,12,14,20,21,22,24,40,41,42,44

- всего 12 чисел.

Ответ: 12.



	0	1	2	4
1	10	11	12	14
2	20	21	22	24
4	40	41	42	44

для первой цифры- 4 варианта, для второй - 3 варианта

Всего $4*3=12$ вариантов.

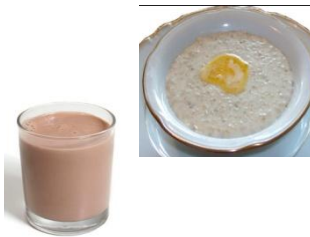
Задача №2

На завтрак в столовой можно выбрать кашу манную, гречневую, овсяную или рисовую, запить можно чаем с лимоном, какао или соком морковным.

Сколько вариантов завтрака есть?

КАША

НАПИТОК



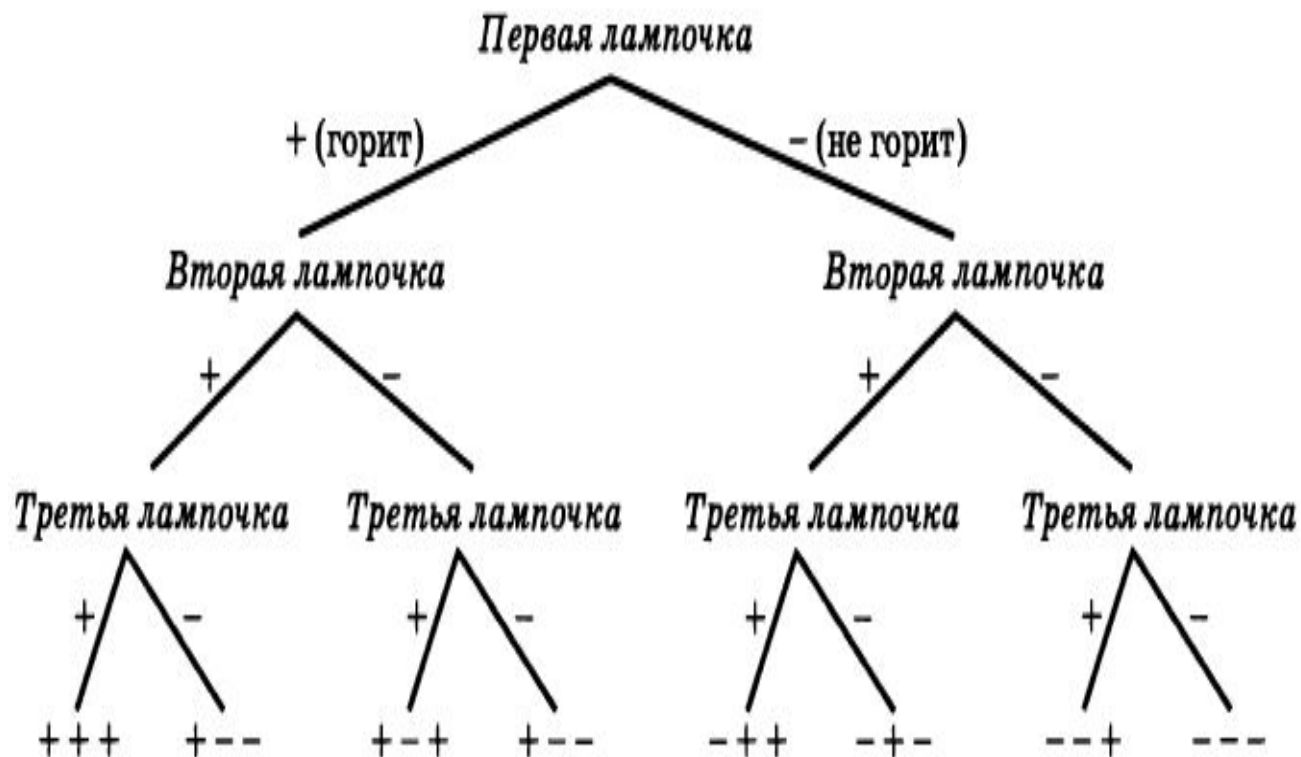
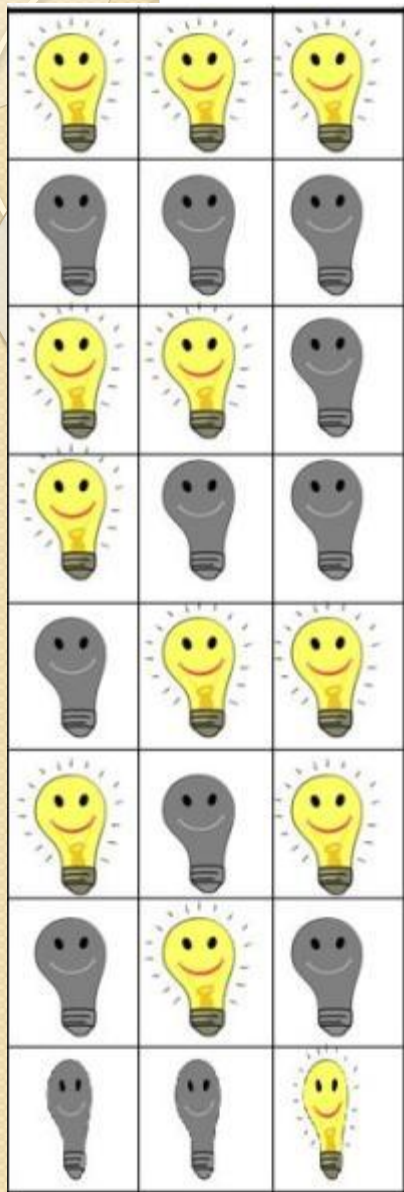
Объект А имеет 3 варианта выбора, а объект В - 4,
вариантов выбора пары объектов А и В $3 \cdot 4 = 12$.

Правило умножения

Для того чтобы найти количество всех возможных вариантов двух событий A и B , необходимо количество вариантов события A умножить на количество вариантов события B .

Задача №3

В коридоре три лампочки.
Сколько имеется различных
способов освещения коридора
(включая случай, когда все
лампочки не горят)?



$2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ вариантов – по правилу умножения.
 Ответ: 8.

Задача №4

Сколько способами можно расставить 3 различных предмета на столе?

123,132,213,231,312,321.- всего 6 вариантов.

Ответ: 6.

Задача №5

Сколько способами можно
расставить 8 участниц
финального забега на восьми
беговых дорожках?

n-факториал-

Произведение первых n натуральных чисел, т.е.

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n = n!$$

например:

$$1! = 1,$$

$$2! = 2 * 1 = 2,$$

$$3! = 3 * 2 * 1 = 6,$$

$$4! = 4 * 3 * 2 * 1 = 24,$$

$$5! = 5 * 4 * 3 * 2 * 1 = 120.$$

Задача №5

Сколькими способами можно расставить 8 участниц финального забега на восьми беговых дорожках?

Участников — 8

$$8*7*6*5*4*3*2*1=40320$$

$$8!= 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 40320$$

Ответ: 40320.

Задача №6

Квартет

Проказница Мартышка
Осёл,
Козёл,
Да косолапый Мишка
Затеяли играть квартет

...

Сколькоими способами
можно рассадить
четырех музыкантов?

$$4! = 4 * 3 * 2 * 1 = 24 \text{ способа.}$$

Ответ: 24 способа.



Задача №7

В семье – шесть человек, а за столом в кухне – шесть стульев. В семье решили каждый вечер, ужиная, рассаживаться на эти шесть стульев по-новому.

Сколько дней члены семьи смогут делать это без повторений?

$$6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$$

Ответ: 720.



Задача №8

Заполни таблицу факториалов от 1 до 8.

n	1	2	3	4	5	6	7	8
n!	1	2	6	24	120	720	5040	40320

Задача №9

Составь и реши задачу по рисунку.



$$3! = 1 * 2 * 3 = 6$$



Комбинаторика

Комбинаторикой называется область математики, в которой изучаются вопросы о том, сколько различных комбинаций, подчиненных тем или иным условиям, можно составить из элементов данного общества.

Комбинаторика



Размещения



Сочетания



Перестановки

Размещения

- Пусть дано множество, состоящее из n -элементов.
- Из этих элементов можно составить упорядоченные наборы из k -элементов ($k < n$). Такие множества называют размещением.

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

-
РАЗМЕЩЕНИ
Я

$$n! = 1 * 2 * 3 * 4 * 5 * \dots * n$$

-
ФАКТОРИАЛ

Задачи

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

- Задача 1
- Из 15 студентов нужно отобрать по одному человеку для участия в городских олимпиадах по математике, физике и английскому. Каждый из учащихся участвует только в одной олимпиаде. Сколькими способами это можно сделать, если каждый может принять участие только в одной олимпиаде?

	Математика	Физика	Английский
1-й способ	4	8	5
2-й способ	7	4	8

Разные группы =
РАЗМЕЩЕНИЯ

$$A_{15}^3 = \frac{15!}{(15-3)!} = \frac{15!}{12!} = \frac{12! \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15}{12!} = \frac{13 \cdot 14 \cdot 15}{1} = 2730$$

Ответ: **2730** способов

Задача 2

- Сколькими способами можно изготовить трехцветный флаг с горизонтальными полосами из материалов 7-ми различных цветов.

	1 цвет	2 цвет	3 цвет
1 способ	Коричневый	Зеленый	Белый
2 способ	Зеленый	Синий	Коричневый

Разные группы =

7

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

$$A_7^3 = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = \frac{4! \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{4!} = 5 \cdot 6 \cdot 7 = 210$$

Ответ: **210** способов

Сочетания

- В размещении учитывается порядок элементов, но в некоторых случаях этот порядок безразличен, а важен только СОСТАВ элементов. Такие множества, составленные из k -элементов в наборе из n -элементов ($k < n$) называются сочетаниями.

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! k!}$$

-
СОЧЕТАНИ
Я

Задачи

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! k!}$$

- Задача 1
- Из 17 студентов надо отобрать 4 человека для участия в олимпиаде по английскому языку. Сколько команд можно сформировать, если каждый имеет равные шансы?

	Английский	Английский	Английский	Английский
1 способ	5	10	11	15
2 способ	6	11	5	10

Одинаковые группы =
СОЧЕТАНИЯ

$$C_{17}^4 = \frac{17!}{(17-4)! \cdot 4!} = \frac{17!}{13! \cdot 4!} = \frac{13! \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 17}{13! \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{7 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 1}{7} = 2380$$

Ответ: **2380** команд

Задача 2

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! k!}$$

- Сколькими способами можно выбрать трёх дежурных из группы в 15 человек?

	Дежурный	Дежурный	Дежурный
1 способ	10	15	7
2 способ	7	15	10

Одинаковые группы =
СОЧЕТАНИЯ

$$C_{15}^3 = \frac{15!}{(15-3)! \cdot 3!} = \frac{15!}{12! \cdot 3!} = \frac{12! \cdot 13 \cdot 14 \cdot 1}{5 \cdot 12! \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{13 \cdot 7 \cdot 5}{5} = 45$$

Ответ: **455** способов

Перестановки

- Если из множества n -элементов взять все эти n -элементы, то такие множества называют перестановками ($k=n$)

$P_n = n!$ -
ПЕРЕСТАНОВКИ

Задачи

$$P_n = n!$$

- Задача 1
- Сколькими способами можно рассадить 7 учеников, если в классе всего 7 одноместных парт?

$$P_7 = 7! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 5040$$

Ответ: **5040** способов

$$P_n = n!$$

Задача 2

- Сколько пятизначных чисел можно составить из цифр 3, 5, 7, 8, 9, если каждая цифра рассматривается один раз?

Из 5-ти элементов выбираем 5 элементов, следовательно, перестановки

$$P_5 = 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$$

Ответ: **120** чисел

ВЫВОД

- ✓ Рассмотрев использование комбинаторики в различных сферах жизнедеятельности, мы узнали о практической значимости комбинаторики как области математики.
- ✓ Комбинаторика помогает развивать математические способности, сообразительность, логическое мышление, укрепляют память.
- ✓ Таким образом, мы не только выяснили, что комбинаторика – это раздел математики, имеющий широкий спектр практической направленности, но и расширили диапазон своих знаний.



Спасибо за урок