

Відношення між сторонами і кутами прямокутного трикутника

Виконання усних вправ

- * Дайте означення синуса, косинуса і тангенса гострого кута прямокутного трикутника.
- * Доведіть основну тригонометричну тотожність.
- * Доведіть формули доповнення.
- * Назвіть значення тригонометричних функцій кутів 30° , 45° , 60° .

Обчисліть

$$\cos 30^\circ - \frac{\operatorname{tg} 60^\circ}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$$

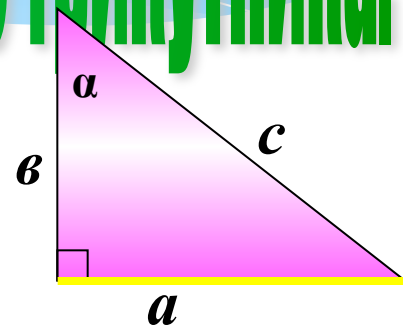
$$\sin 30^\circ + \operatorname{tg} 45^\circ = \frac{1}{2} + 1 = 1\frac{1}{2}$$

$$2\sqrt{3} \cdot (\sin 60^\circ - \operatorname{tg} 30^\circ) =$$

$$= 2\sqrt{3} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3} \right) = 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = 3 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

Знаходження невідомих сторін прямокутного трикутника.

Катет, протилежний до кута α , дорівнює:



добутку гіпотенузи на $\sin \alpha$

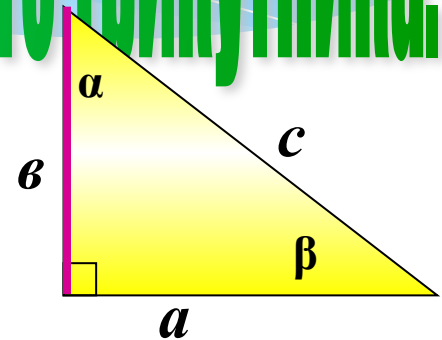
$$a = c \cdot \sin \alpha$$

добутку прилеглого катета на $\operatorname{tg} \alpha$

$$a = b \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

Знаходження невідомих сторін прямокутного трикутника.

Катет, прилеглий до кута α , дорівнює:



добутку гіпотенузи на $\cos \alpha$

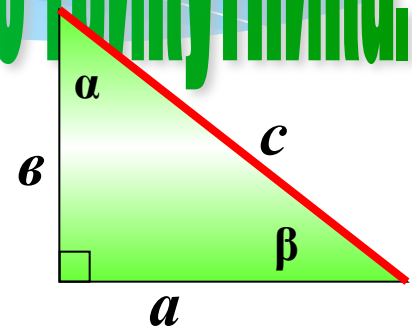
$$a = c \cdot \cos \alpha$$

відношенню протилежного катета до $\operatorname{tg} \alpha$

$$b = \frac{a}{\operatorname{tg} \alpha}$$

Знаходження невідомих сторін прямокутного трикутника.

Гіпотенуза дорівнює:



відношенню протилежного катета до $\sin \alpha$

$$c = \frac{a}{\sin \alpha}$$

відношенню прилеглого катета до $\cos \alpha$

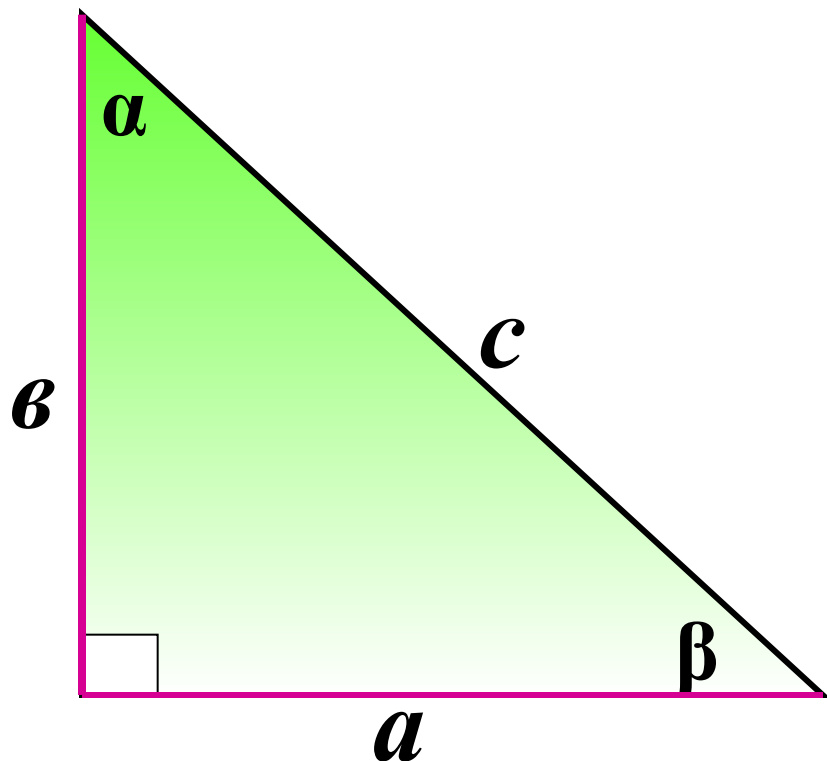
$$c = \frac{b}{\cos \alpha}$$

Знаходження невідомих сторін прямокутного трикутника.

Шукана сторона	Спосіб знаходження	Формула
Протилежний катет	Катет, протилежний до кута α , дорівнює: • добутку гіпотенузи на $\sin \alpha$; • добутку прилеглого катета на $\operatorname{tg} \alpha$	$a = c \cdot \sin \alpha$ $a = b \cdot \operatorname{tg} \alpha$
Прилеглий катет	Катет, прилеглий до кута α , дорівнює: • добутку гіпотенузи на $\cos \alpha$; • відношенню протилежного катета до $\operatorname{tg} \alpha$	$b = c \cdot \cos \alpha$ $b = \frac{a}{\operatorname{tg} \alpha}$
Гіпотенуза	Гіпотенуза дорівнює: • відношенню протилежного катета до $\sin \alpha$ • відношенню прилеглого катета до $\cos \alpha$	$c = \frac{a}{\sin \alpha}$ $c = \frac{b}{\cos \alpha}$

Розв'язування прямокутних трикутників

За двома катетами



$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

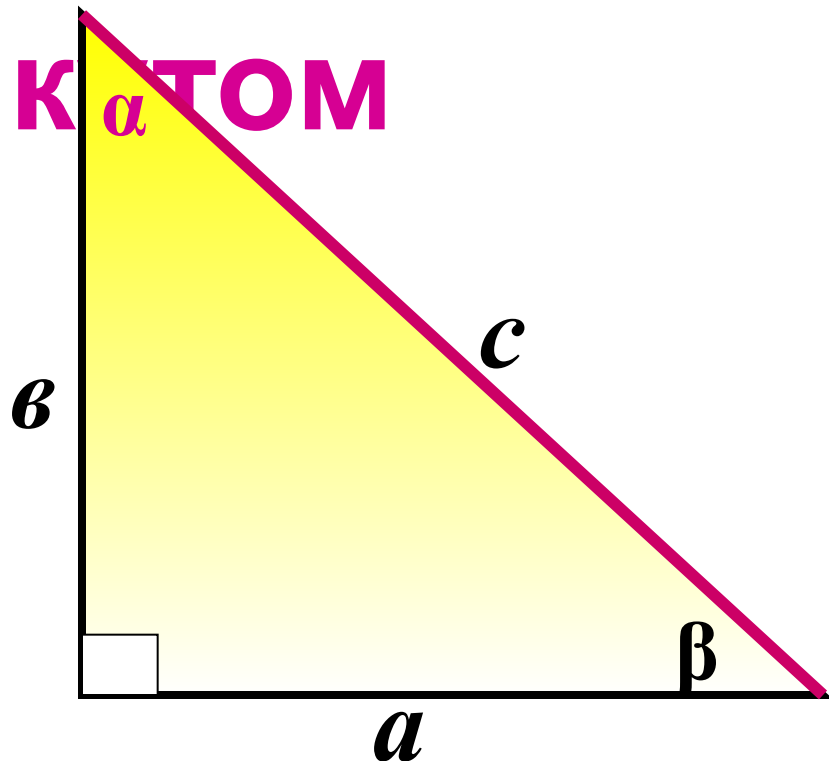
$$\operatorname{tg} \beta = \frac{b}{a}$$

$$\alpha = 90^\circ - \beta$$

Розв'язування прямокутних трикутників

За гіпотенузою і гострим

кутом



$$a = c \sin \alpha$$

$$b = c \cos \alpha$$

$$\beta = 90^\circ - \alpha$$

Розв'язування прямокутних трикутників

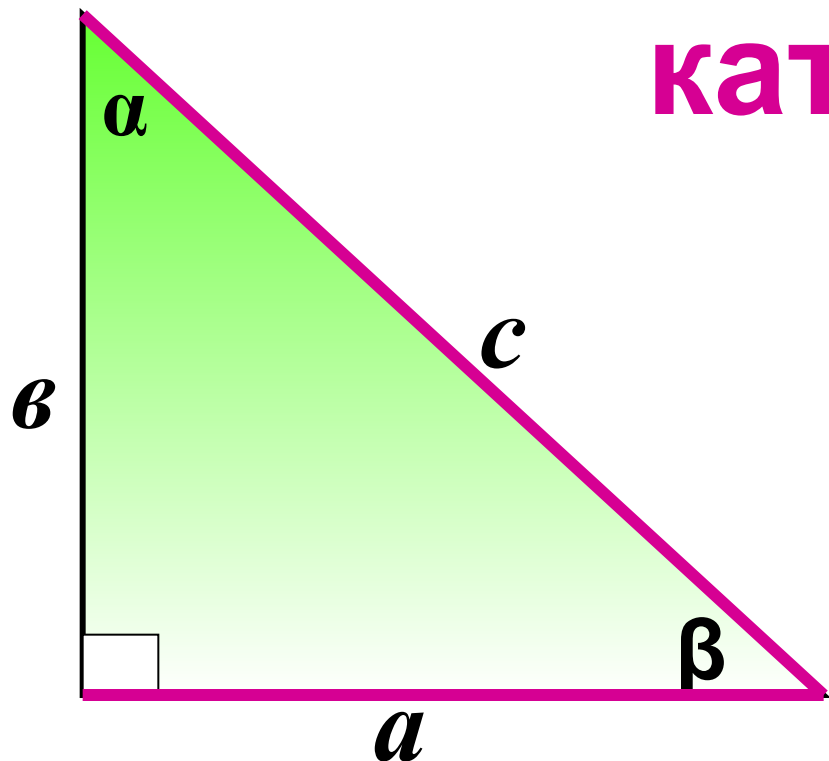
За гіпотенузою і

катетом

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

$$\cos \beta = \frac{a}{c}$$

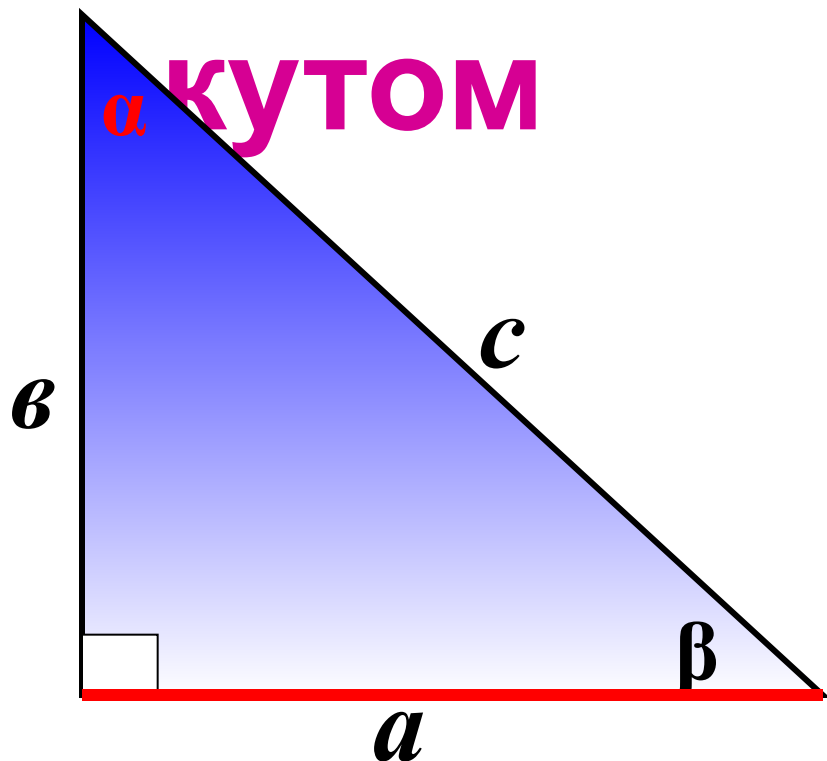
$$\alpha = 90^\circ - \beta$$



Розв'язування прямокутних трикутників

За катетом і гострим

кутом



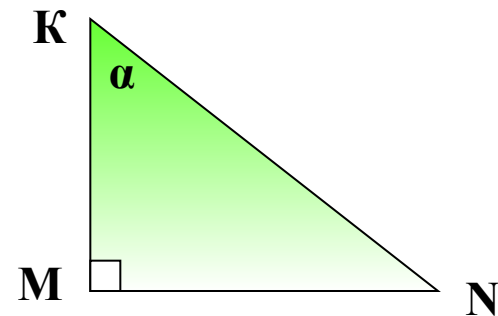
$$c = \frac{a}{\sin \alpha}$$

$$b = c \cdot \cos \alpha$$

$$\beta = 90^\circ - \alpha$$

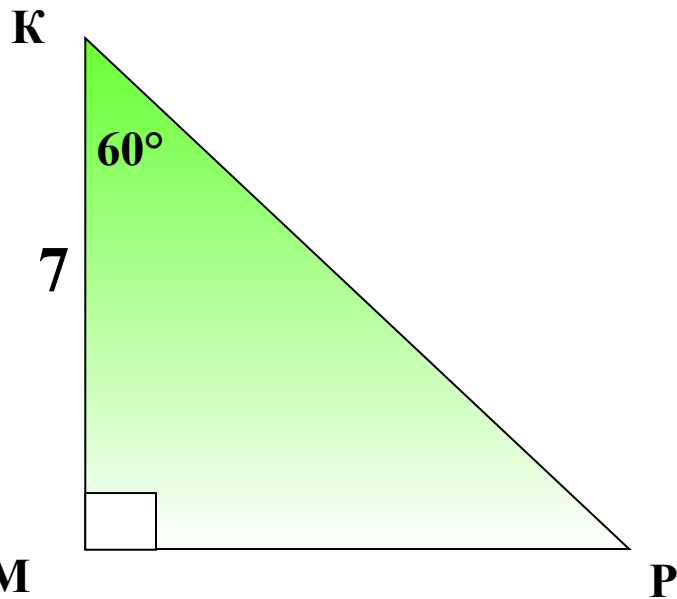
Виконання усних вправ

1. Як знайти гіпотенузу прямокутного трикутника, коли відомі катет і гострий кут?
2. Як знайти гострий кут прямокутного трикутника, коли відомі протилежний цьому куту катет і гіпотенуза?
3. Як знайти гострий кут прямокутного трикутника, коли відомі прилеглий до цього кута катет і гіпотенуза?
4. У прямокутному трикутнику KMN (рис.) відомі катет N і кут K . Виразіть через них другий катет і гіпотенузу трикутника.



Розв'яжіть задачу

У прямокутному трикутнику катет завдовжки 7 см є прилеглим до кута 60° . Знайдіть гіпотенузу трикутника.



Дано:

$\triangle KMP$, $\angle M = 90^\circ$, $KM = 7$ см, $\angle K = 60^\circ$

Знайти: KP

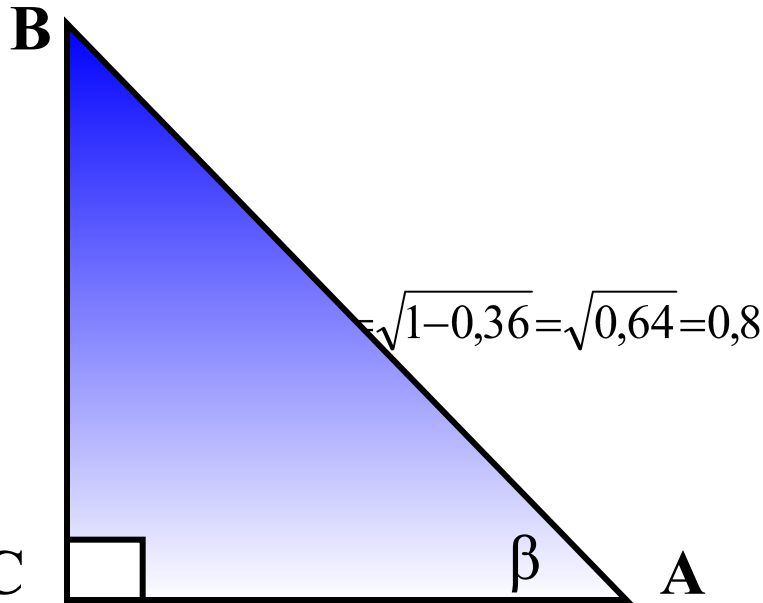
Розв'язування:

$$KP = \frac{KM}{\cos 60^\circ} = 7 : \frac{1}{2} = 7 \cdot 2 = 14 \text{ см}$$

Відповідь: 14 см

Розв'яжіть задачу

У прямокутному трикутнику гіпотенуза дорівнює 20 см, а синус одного з кутів 0,6. Знайдіть катети трикутника.



Дано:

$\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 20$ см, $\sin \beta = 0,6$

Знайти: BC , AC

Розв'язування:

$$BC = AB \cdot 0,6 = 20 \cdot 0,6 = 12 \text{ см}$$

$$AC = AB \cdot 0,8 = 20 \cdot 0,8 = 16 \text{ см},$$

або за теоремою Піфагора

$$\text{Відповідь: } 12 \text{ см, } 16 \text{ см} \quad \hat{A}\tilde{N} = \sqrt{\hat{A}\hat{A}^2 - \hat{A}\tilde{N}^2} = \sqrt{400 - 144} = \sqrt{256} = 16 \text{ см}$$

Робота з підручником

Розв'язати

№ 721, 722, 734

Підручника “Геометрія, 8”

А.П. Єршова,

В.В. Головобородько,

О.Ф. Крижанівський,

С.В. Єршов



**Користуючись рисунком,
визначте,
які з даних тверджень
правильні:**

а) $KN = \frac{MN}{\sin \alpha}$

б) $MK = KN \sin \alpha$;

в) $KN = MN \operatorname{tg} \alpha$;

ã) $MN = \frac{KM}{\operatorname{ctg} \alpha}$

