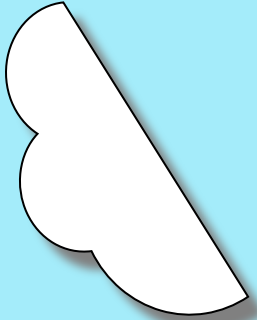


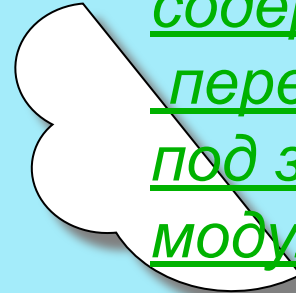
УРАВНЕНИЯ
И НЕРАВЕНСТВА,
СОДЕРЖАЩИЕ
ПЕРЕМЕННУЮ
ПОД ЗНАКОМ
МОДУЛЯ

- СОДЕРЖАНИЕ

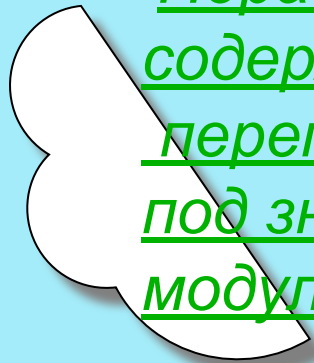
Понятие модуля



Уравнения,
содержащие
переменную
под знаком
модуля

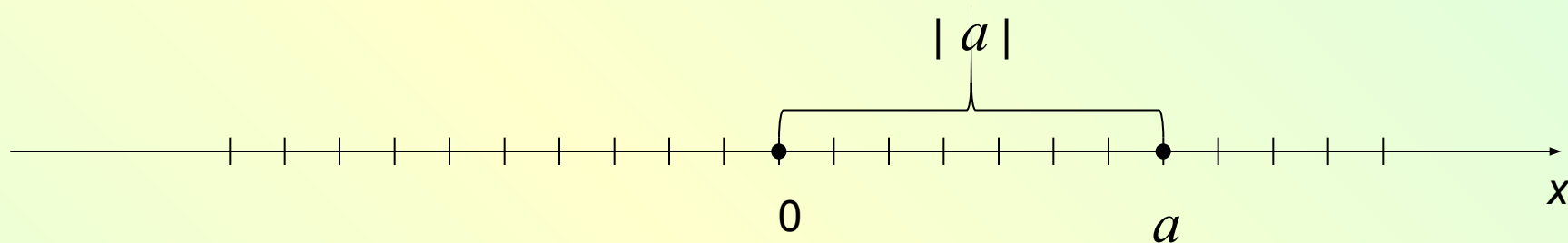


Неравенства,
содержащие
переменную
под знаком
модуля

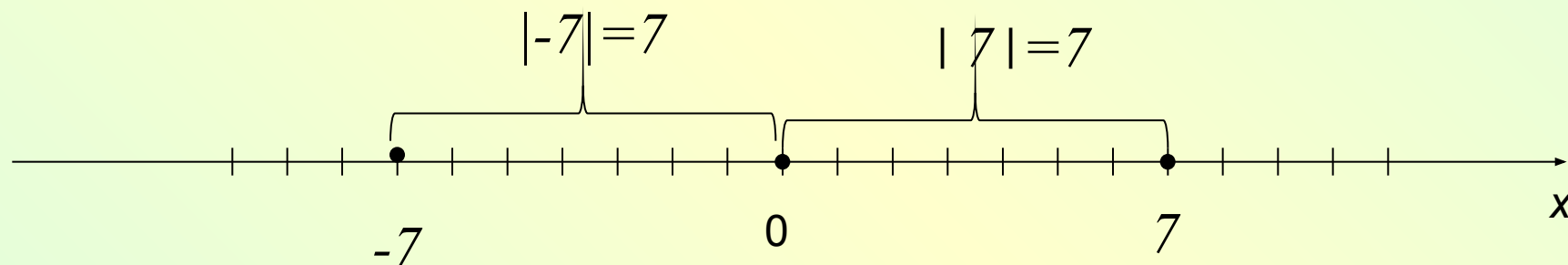


Понятие модуля

Модулем числа a называется расстояние от начала отсчета до точки с координатой a



Например:



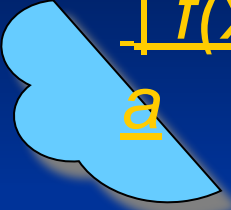
Таким образом:

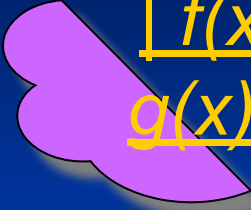
$$|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0, \\ -a, & \text{если } a < 0 \end{cases}$$

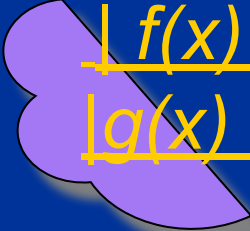


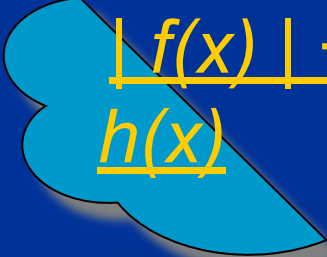
Уравнения.

содержащие переменную под знаком модуля


$$\frac{|f(x)|}{\underline{a}} =$$


$$\frac{|f(x)|}{\underline{g(x)}} =$$


$$\frac{|f(x)|}{\underline{|g(x)|}} =$$


$$\frac{|f(x)| + |g(x)|}{\underline{h(x)}} =$$

Уравнение вида $|f(x)| = a$

- Если $a < 0$, то уравнение решений не имеет
- Если $a = 0$, то $f(x) = 0$
- Если $a > 0$, то $f(x) = a$ или $f(x) = -a$
- **Пример:**

Решить уравнение: $|2x - 5| = 13$

Решение: $2x - 5 = 13$ или $2x - 5 = -13$

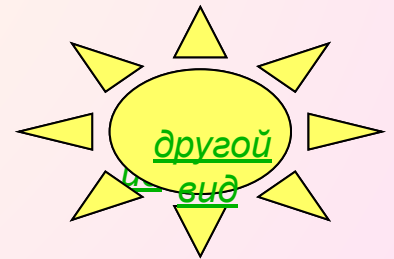
$$2x = 13 + 5 \qquad 2x = -13 + 5$$

$$2x = 18 \qquad 2x = -8$$

$$x = 9 \qquad x = -4$$

Ответ: $x = 9$, $x = -4$

Задачи для самостоятельного решения





Уравнение вида $|f(x)| = a$

Решите уравнение

• 1) $|2x - 3| = 7$

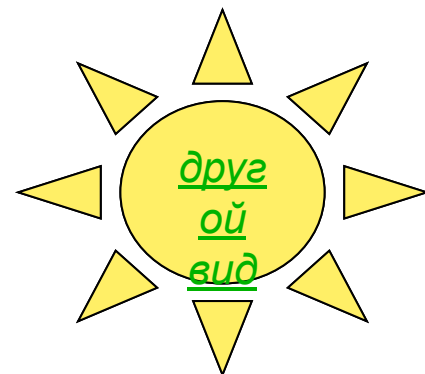
Ответ

• 2) $|x^2 - x - 5| = 1$

Ответ

• 3) $||x| - 2| = 2$

Ответ



- Ответ: $x = 5$, $x = -2$
- Показать решение



- Ответ: $x = -2, x = 3$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

- Показать решение



- Ответ: $x = 4$, $x = -4$, $x = 0$
- Показать решение



- РЕШЕНИЕ:

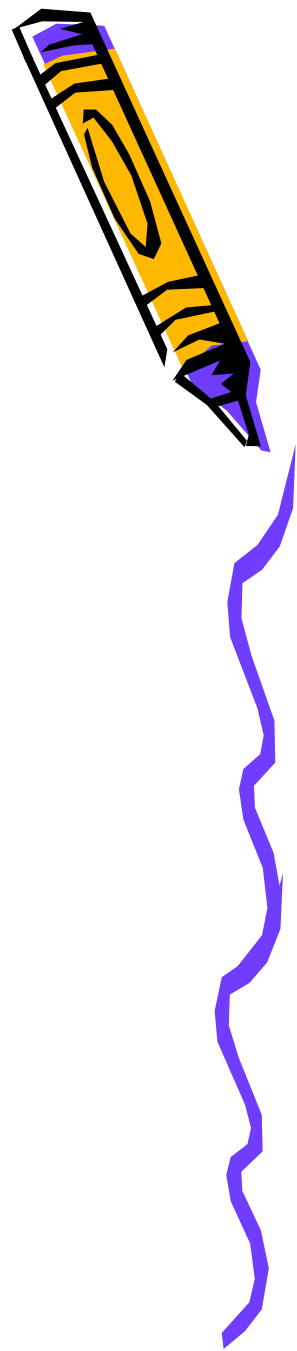
- $|2x - 3| = 7$

- $2x - 3 = 7$ или $2x - 3 = -7$

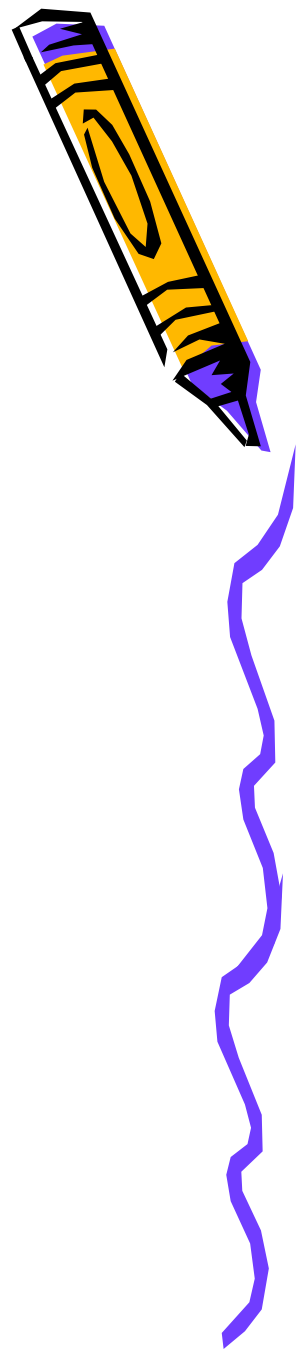
- $2x = 7 + 3$ или $2x = -7 + 3$

- $2x = 10$ или $2x = -4$

- $x = 5$ или $x = -2$



[Назад](#)



• РЕШЕНИЕ:

• $|x^2 - x - 5| = 1$

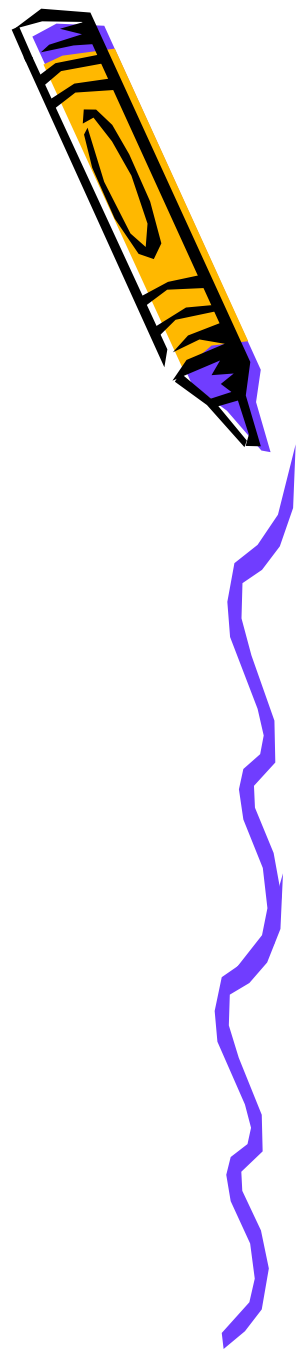
• $x^2 - x - 5 = 1$ или $x^2 - x - 5 = -1$

• $x^2 - x - 6 = 0$ $x^2 - x - 4 = 0$

• $D = 25$ $D = 17$

• $x_1 = -2, x_2 = 3$ $x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}$





- РЕШЕНИЕ:

- $| |x| - 2 | = 2$

- $|x| - 2 = 2$

- $|x| = 2 + 2$

- $|x| = 4$

- $x = 4$ или $x = -4$

или $|x| - 2 = -2$

$$|x| = -2 + 2$$

$$|x| = 0$$

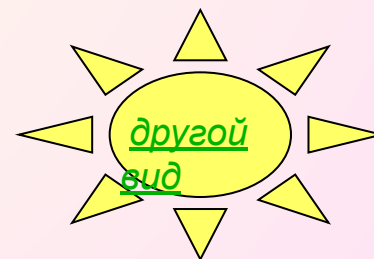
$$x = 0$$



Уравнение вида $|f(x)| = g(x)$

- 1) определить условие, при котором уравнение имеет решение:
 $g(x) \geq 0$
- 2) $f(x) = g(x)$ или $f(x) = -g(x)$
- 3) Решить уравнения и выбрать корни, удовлетворяющие условию $g(x) \geq 0$
- Пример: Решить уравнение: $|x + 2| = 2(3 - x)$
- Определим при каких значениях x уравнение имеет решение
 $2(3 - x) \geq 0 \Rightarrow x \leq 3$
- Распишем данное уравнение на два:
 $x + 2 = 2(3 - x)$ или $x + 2 = -2(3 - x)$
 $x = 4/3$ $x = 8$ не удовлетворяет условию $x \leq 3$
- Ответ: $x = 4/3$

Задачи для
самостоятельного решения



другой вид

- Уравнение вида $|f(x)| = g(x)$

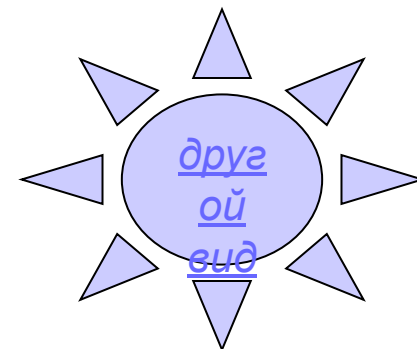
- **Решите уравнения**

- 1) $|5x + 2| = 3 - 3x$

Ответ:

- 2) $|x^2 - 2x| = 3 - 2x$

Ответ



- Ответ: $x = 1/8$, $x = -2,5$
- Показать решение



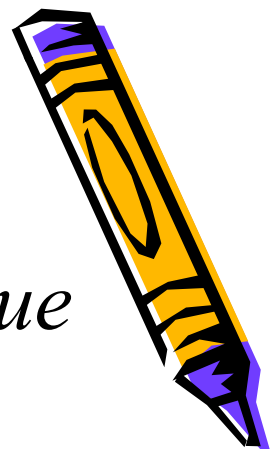
- Ответ: $x = -\sqrt{3}$, $x = 1$
- Показать решение



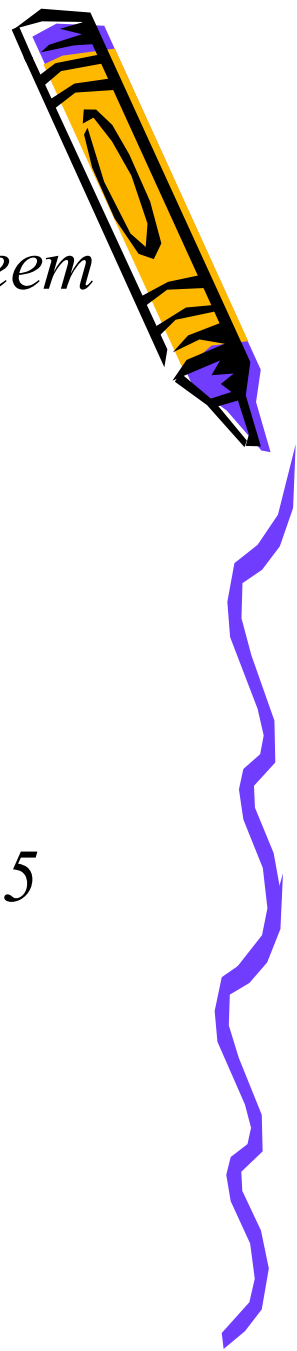
назад

РЕШЕНИЕ:

- $|5x + 2| = 3 - 3x$
- *Определим при каких значениях x уравнение имеет решение: $3 - 3x \geq 0 \Rightarrow x \leq 1$*
- *Распишем данное уравнение на два:*
- $5x + 2 = 3 - 3x$ или $5x + 2 = -(3 - 3x)$
- $5x + 3x = 3 - 2$ $5x - 3x = -3 - 2$
- $8x = 1$ $2x = -5$
- $x = 1/8$ $x = -2,5$
- *Оба корня удовлетворяют условию $x \leq 1$*



РЕШЕНИЕ:



- $|x^2 - 2x| = 3 - 2x$
- *Определим при каких значениях x уравнение имеет решение: $3 - 2x \geq 0 \Rightarrow x \leq 1,5$*
- *Распишем данное уравнение на два:*
 - $x^2 - 2x = 3 - 2x$ или $x^2 - 2x = -(3 - 2x)$
 - $x^2 = 3$ $x^2 - 4x + 3 = 0$
 - $x = \pm\sqrt{3}$ $x_1 = 1 \quad x_2 = 3$

Корни $\sqrt{3}$ и 3 не удовлетворяют условию $x \leq 1,5$

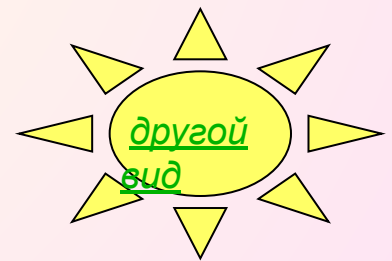
Ответ: $x = -\sqrt{3} \quad x = 1$

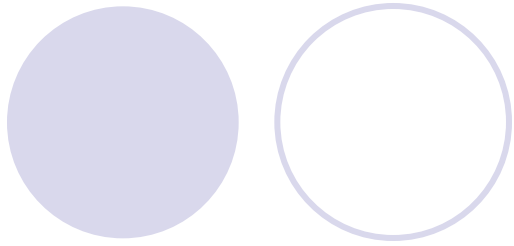


Уравнение вида $|f(x)| = |g(x)|$

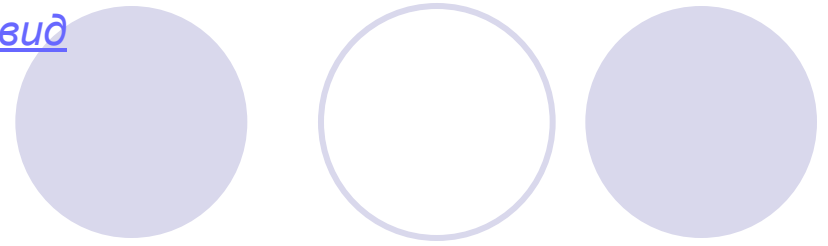
- 1 способ: $f(x) = g(x)$ или $f(x) = -g(x)$
- 2 способ: возвести обе части уравнения в квадрат
- Пример Решить уравнение: $|x + 2| = |2x - 6|$
- 1 способ: $x + 2 = 2x - 6$ или $x + 2 = -(2x - 6)$
- $x = 8$ $3x = 4$
- $x = 4/3$
- 2 способ: $(|x + 2|)^2 = (|2x - 6|)^2$ Воспользуемся свойством $|a|^2 = a^2$
- $(x + 2)^2 = (2x - 6)^2$
- $3x^2 - 28x + 32 = 0 \Rightarrow x = 8, x = 4/3$

Задачи для
самостоятельного решения





другой вид



- Уравнение вида $|f(x)| = |g(x)|$

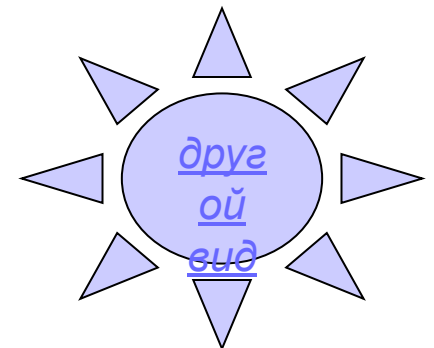
- *Решите уравнения*

- 1) $|x^2 + x - 2| = |x + 2|$

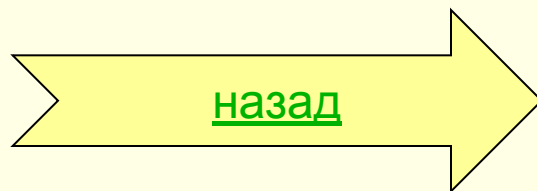
Ответ:

- 2) $|3 + x| = |x|$

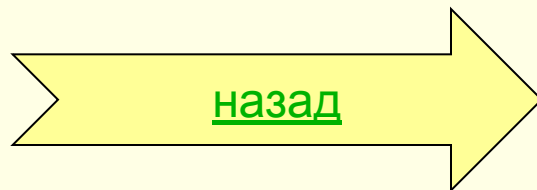
Ответ



- *Ответ: $x = -2$, $x = 0$, $x = 2$*
- *Показать решение*



- *Ответ: $x = -1,5$*
- *Показать решение*



-2)

$$\bullet \ x^2 + x - 2 = x + 2 \quad \text{или} \quad x^2 + x - 2 = -(x + 2)$$

$$x^2 + 2x = 0$$

$$x(x + 2) = 0$$

$$x = 0 \quad x = -2$$

• Ответ: $x = -2, x = 0, x = 2$



- РЕШЕНИЕ

- $|3 + x| = |x|$

- $3 + x = x$ *или*

$$3 + x = -x$$

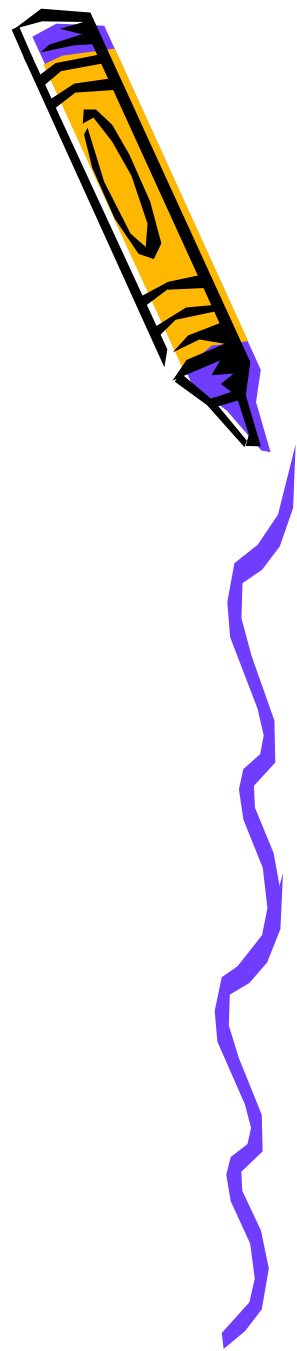
- $3 = 0$

$$2x = -3$$

- *решений нет*

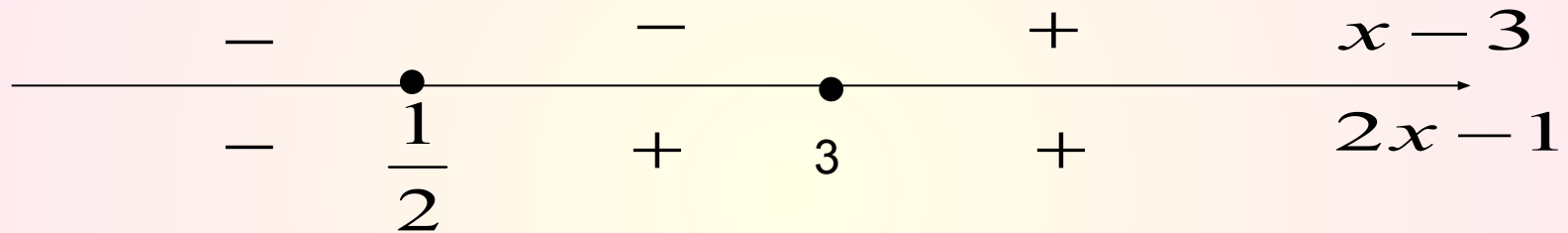
$$x = -1,5$$

- *Ответ: $x = -1,5$*



Уравнение вида $|f(x)| + |g(x)| = h(x)$

- При решении уравнений данного вида используется правило раскрытия модуля.
- Пример:** Решить уравнение: $|x-3| + |2x-1| = 8$
- Найдем нули функций, стоящих под знаком модуля: $x=3$, $x=\frac{1}{2}$
- Отметим эти точки на числовой прямой и определим знаки функций на получившихся промежутках



Рассмотрим решение уравнения на каждом промежутке

$$x < \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \leq x \leq 3$$

$$x > 3$$

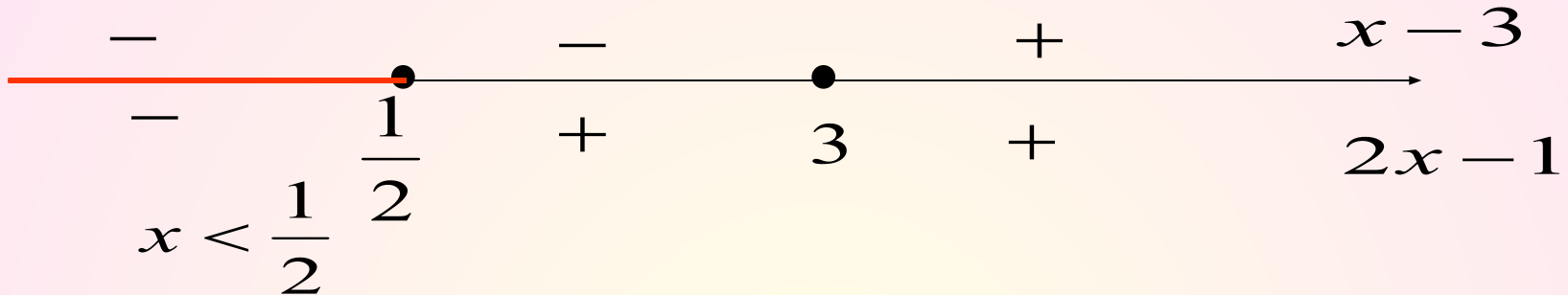
Задачи для
самостоятельного решения

Ответ:



Уравнение вида $|f(x)| + |g(x)| = h(x)$

- **Пример:** Решить уравнение: $|x-3| + |2x-1| = 8$

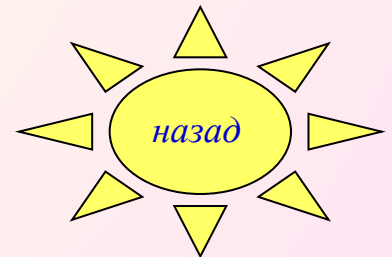


Раскроем модули с учетом знака функций на этом промежутке

$$-(x-3) - (2x-1) = 8$$

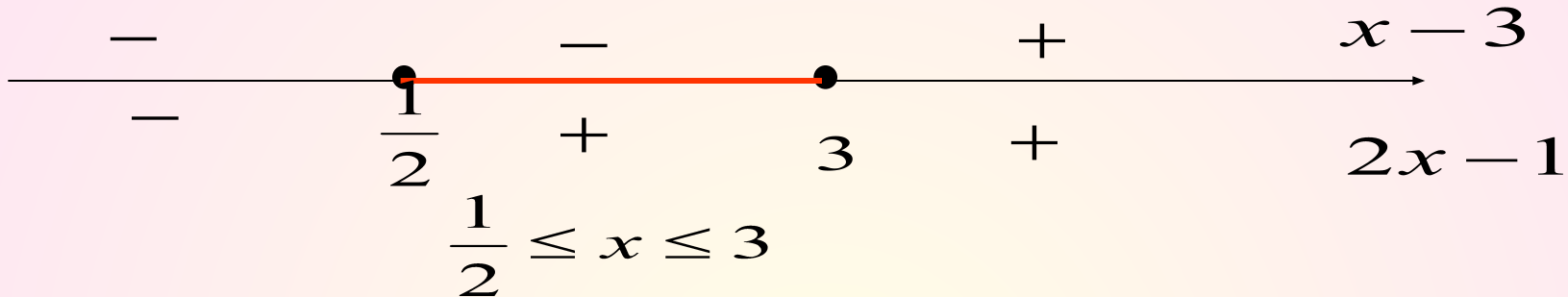
$$-3x + 4 = 8$$

$$x = -\frac{4}{3} \text{ удовлетворяет условию } x < \frac{1}{2}$$



Уравнение вида $|f(x)| + |g(x)| = h(x)$

Пример: Решить уравнение: $|x-3| + |2x-1| = 8$

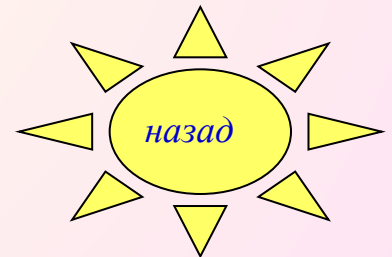


Раскроем модули с учетом знака функций на этом промежутке

$$-(x-3) + (2x-1) = 8$$

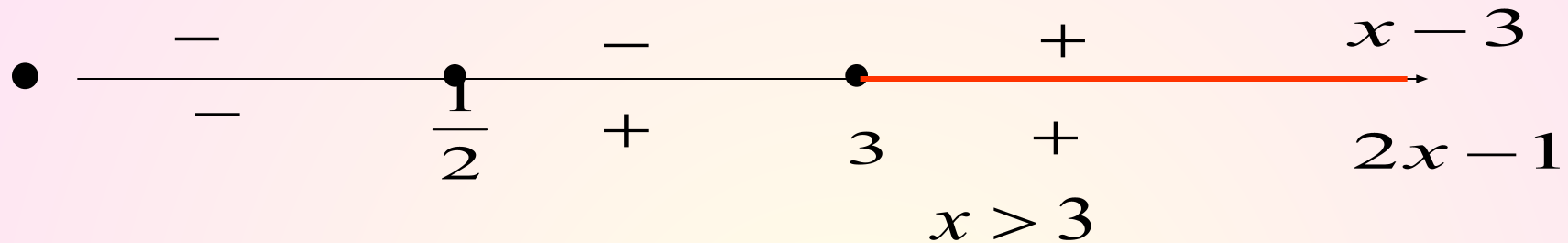
$$x + 2 = 8$$

$x=6$ не удовлетворяет условию $\frac{1}{2} \leq x \leq 3$



Уравнение вида $|f(x)| + |g(x)| = h(x)$

Пример: Решить уравнение: $|x-3| + |2x-1| = 8$

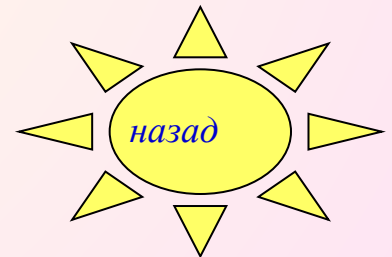


- Раскроем модули с учетом знака функций на этом промежутке

$$(x-3) + (2x-1) = 8$$

$$3x - 4 = 8$$

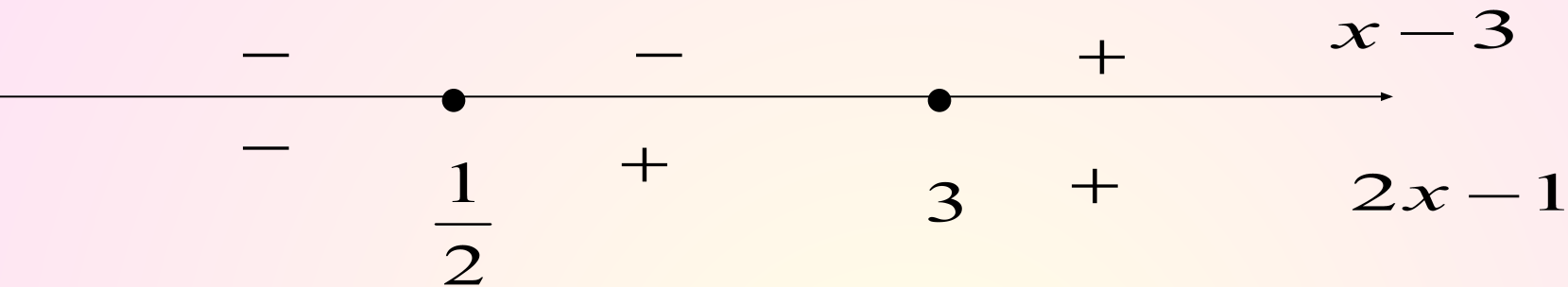
$x=4$ удовлетворяет условию $x > 3$



Уравнение вида $|f(x)| + |g(x)| = h(x)$

Объединим все ответы

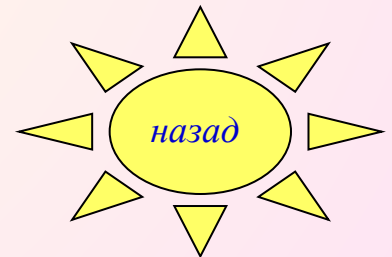
•



$x < \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \leq x \leq 3$	$x > 3$
$x = -\frac{4}{3}$	решений нет	$x = 4$

Ответ: $x = -\frac{4}{3}$ $x = 4$

Задачи для
самостоятельного решения



Раскрытие модуля

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0, \\ -a, & \text{если } a < 0 \end{cases}$$

• *Решить уравнение:* $|2x - 4| = x + 6$

Раскроем модуль.

Если $2x - 4 \geq 0$, т. е. $x \geq 2$,

то $2x - 4 = x + 6$

$x = 10$ — удовлетворяет условию $x \geq 2$

Если $2x - 4 < 0$, т. е. $x < 2$,

то $-(2x - 4) = x + 6$

$x = -2/3$ — удовлетворяет условию $x < 2$

Ответ: $x = -2/3$, $x = 10$

Второй способ
оформления



Раскрытие модуля $|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0, \\ -a, & \text{если } a < 0 \end{cases}$

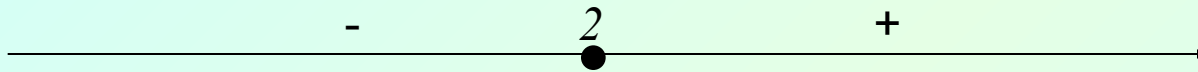
- *Решить уравнение:* $|2x - 4| = x + 6$

Раскроем модуль.

Найдем нули функции, стоящей внутри знака модуля

$$2x - 4 = 0 \Rightarrow x = 2$$

Отметим точку с координатой 2 на прямой.



Определим знаки функции на получившихся промежутках

Рассмотрим неравенство отдельно на каждом промежутке:

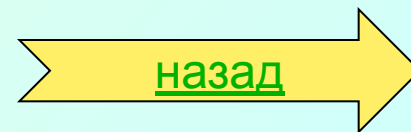
Если $x < 2$, то $2x - 4 < 0 \Rightarrow -(2x - 4) = x + 6$

$$x = -2/3 \text{ — удовлетворяет условию } x < 2$$

Если $x \geq 2$, то $2x - 4 \geq 0 \Rightarrow 2x - 4 = x + 6$

$$x = 10 \text{ — удовлетворяет условию } x \geq 2$$

Ответ: $x = -2/3, x = 10$



Уравнение вида $|f(x)| + |g(x)| = h(x)$

• *Решите уравнения*

$$2|x - 3| + |x + 1| = 2x - 1$$

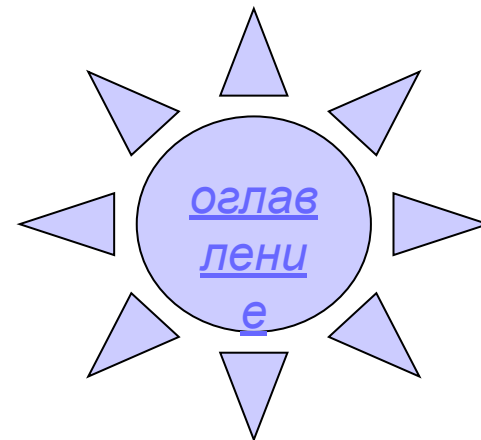
Отве
т:

$$|3 - x| - 3|x + 5| = 2x$$

Отве
т:

$$|x - 2| + |x| = 2 - 2x$$

Отве
т:



• *Ответ:* $x = 2\frac{2}{3}$ $x = 4$

• *Показать решение*



- *Ответ:* $x = -2$

- *Показать решение*



- *Ответ:* $x \in (-\infty; 0]$

- *Показать решение*

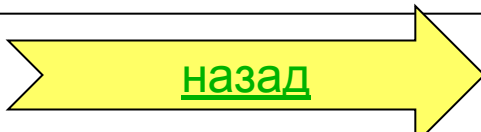
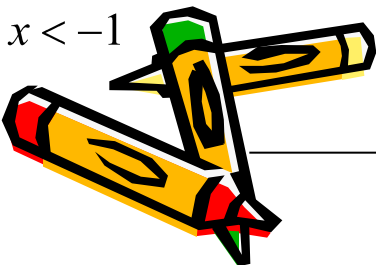
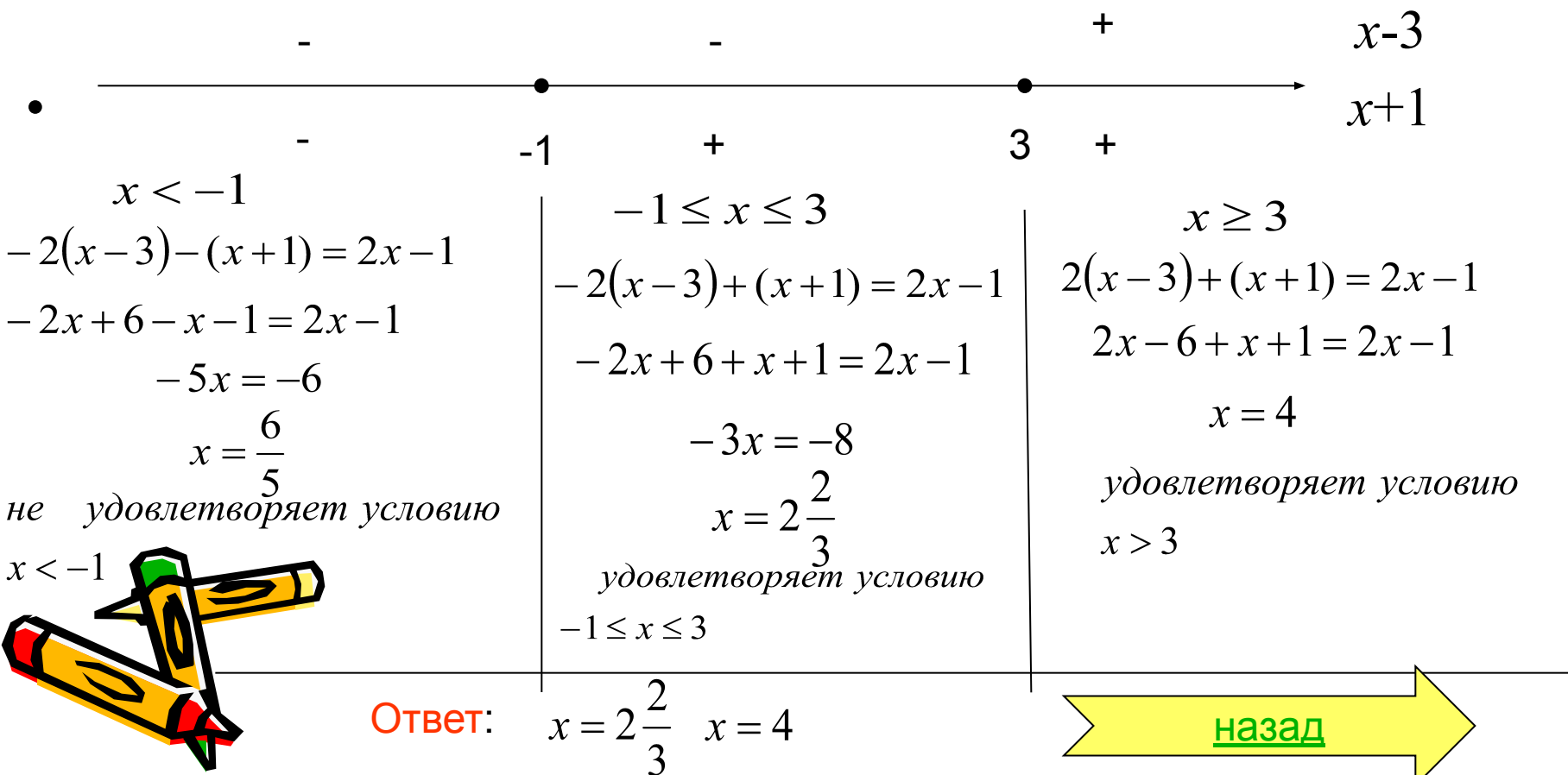


Уравнение вида $|f(x)| + |g(x)| = h(x)$



- Задача 1. Решить уравнение $2|x-3| + |x+1| = 2x-1$

Найдем нули функций $(x-3)$ и $(x+1)$, отметим эти точки на числовой прямой и определим знаки этих функций на получившихся промежутках

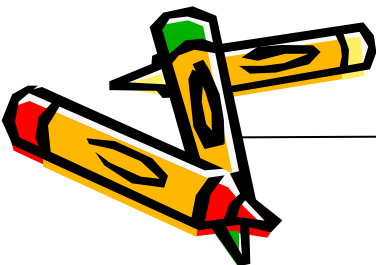
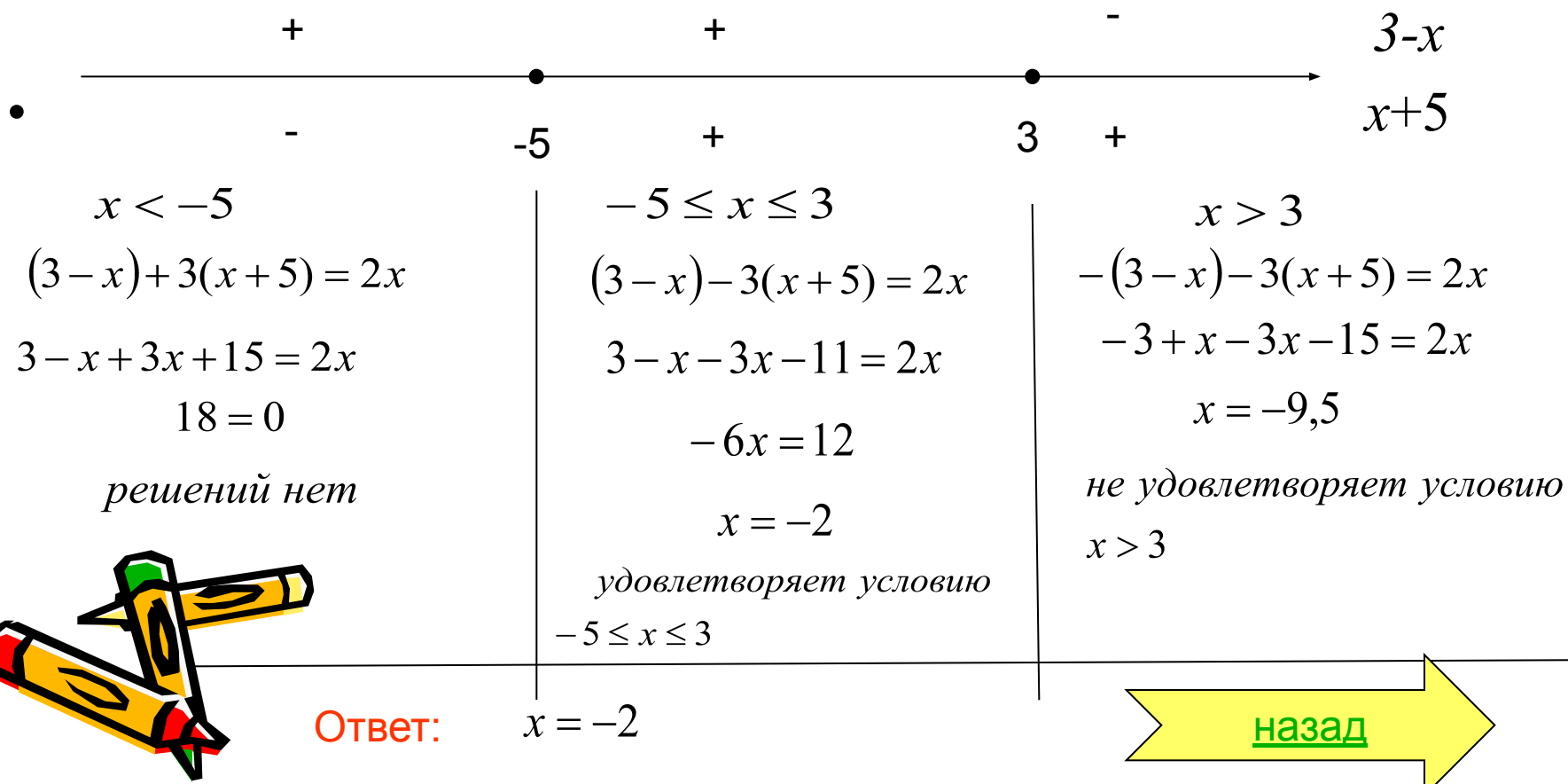


Уравнение вида $|f(x)| + |g(x)| = h(x)$



- Задача 1. Решить уравнение $|3-x| - 3|x+5| = 2x$

Найдем нули функций $(3-x)$ и $(x+5)$, отметим эти точки на числовой прямой и определим знаки этих функций на получившихся промежутках

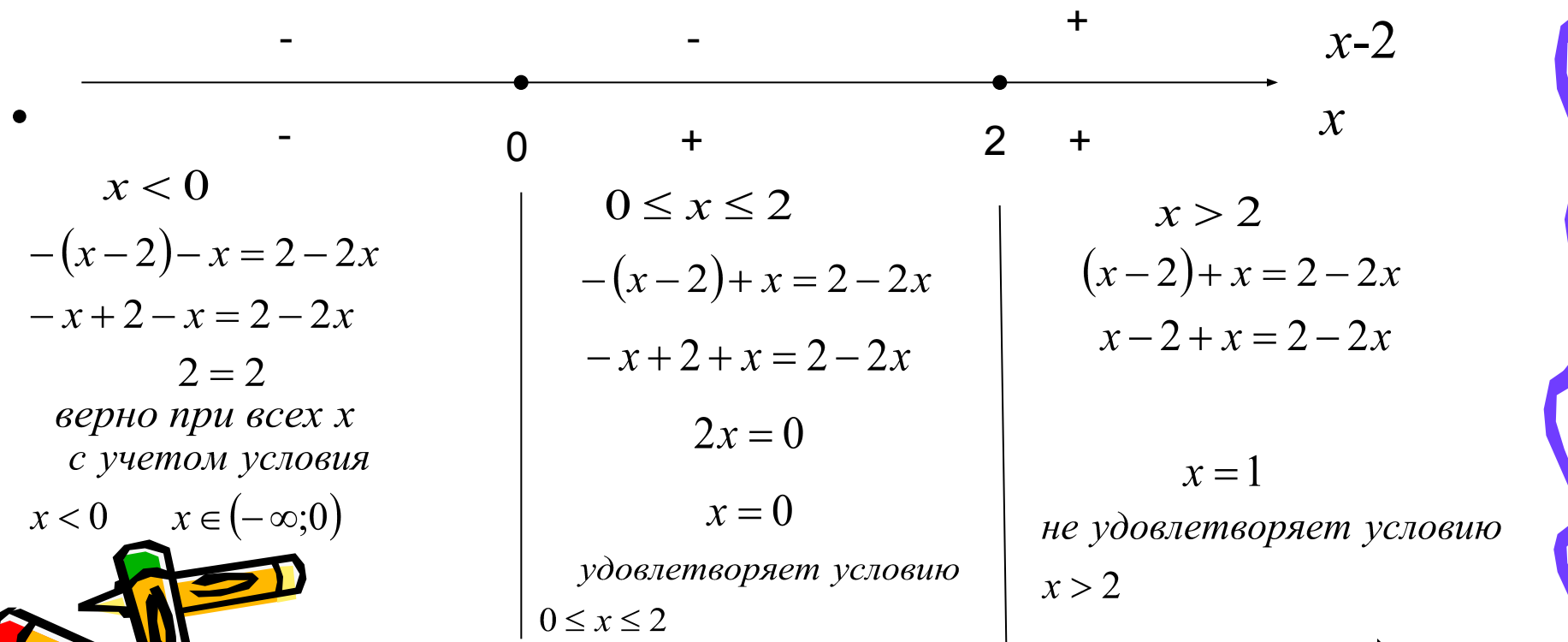


Уравнение вида $|f(x)| + |g(x)| = h(x)$

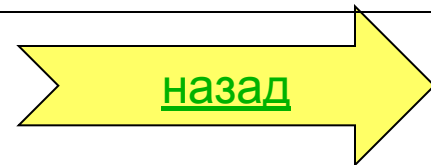


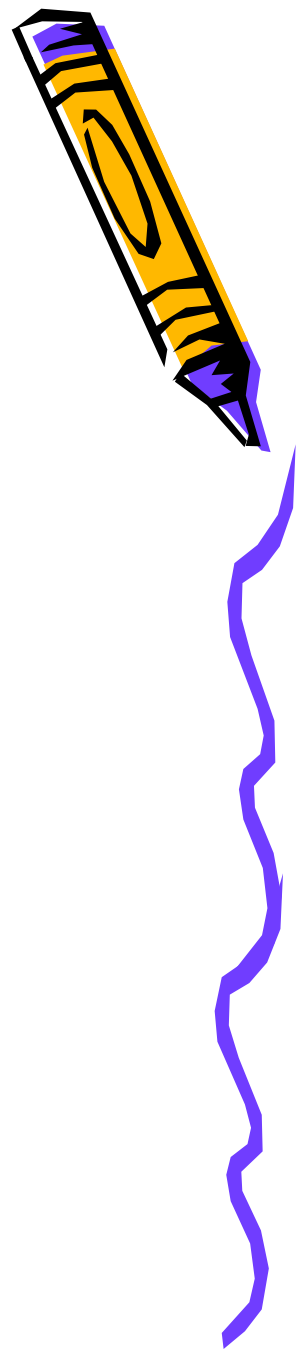
- Задача 1. Решить уравнение $|x-2| + |x| = 2-2x$

Найдем нули функций $(x-3)$ и $(x+1)$, отметим эти точки на числовой прямой и определим знаки этих функций на получившихся промежутках



Ответ: $x \in (-\infty; 0]$



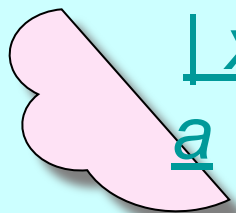


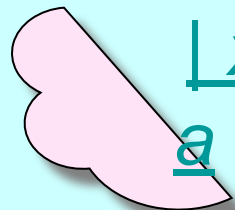
Самостоятельная работа

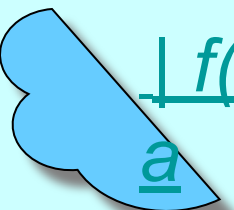


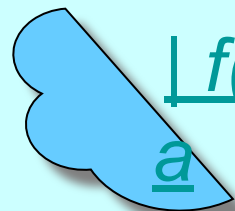
Неравенства

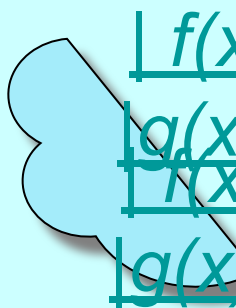
содержащие переменную под знаком модуля

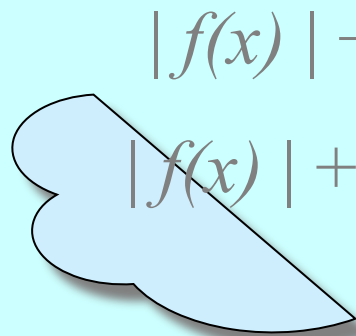

$$|x| < \underline{a}$$


$$|x| > \underline{a}$$


$$|f(x)| < \underline{a}$$


$$|f(x)| > \underline{a}$$


$$\begin{aligned} |f(x)| &< \\ |g(x)| &> \\ |h(x)| &> \\ |g(x)| & \end{aligned}$$

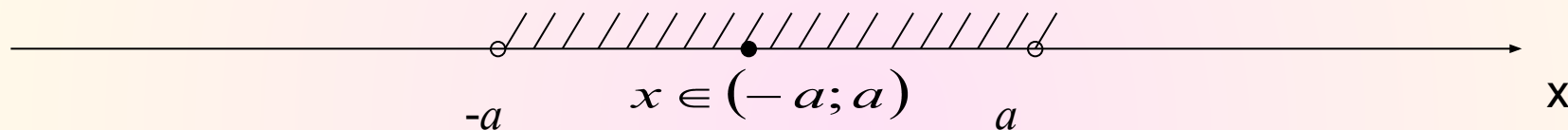

$$\begin{aligned} |f(x)| + |g(x)| &< h(x) \\ |f(x)| + |g(x)| &> h(x) \end{aligned}$$

Неравенства вида $|x| < a$

- Опираясь на понятие модуля:

$|x| < a$ - это значит: расстояние от начала координат до точек, удовлетворяющих данному условию должно быть меньше a .

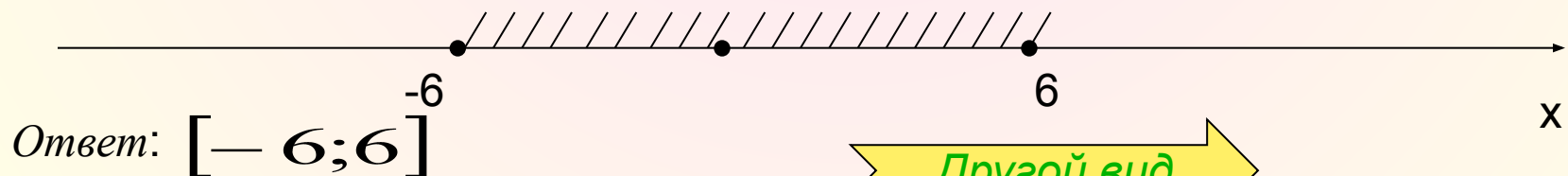
На координатной прямой эти точки будут находиться правее нуля до точки с координатой (a) и левее нуля до точки с координатой $(-a)$



Пример: Решите неравенство $|x| \leq 6$

Решение: Отметим на координатной прямой точки с координатами -6 и 6 .

Решением будет множество точек, находящихся на отрезке $[-6; 6]$



Ответ: $[-6; 6]$

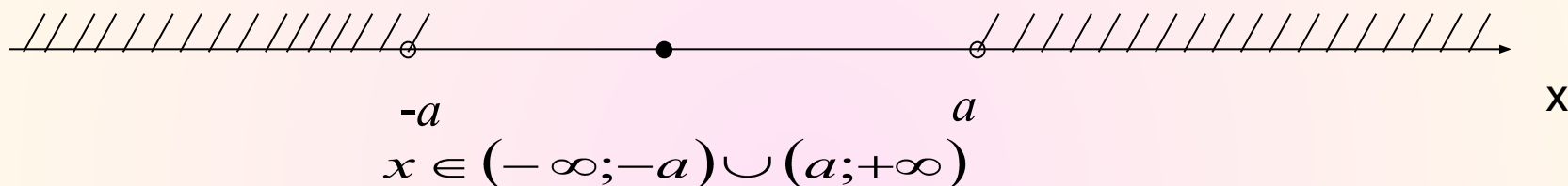
Другой вид

Неравенства вида $|x| > a$

Опираясь на понятие модуля:

$|x| > a$ - это значит: расстояние от начала координат до точек, удовлетворяющих данному условию должно быть больше a .

На координатной прямой эти точки будут находиться правее с координатой (a) и левее точки с координатой $(-a)$



Пример: Решите неравенство: $|x| > 9$

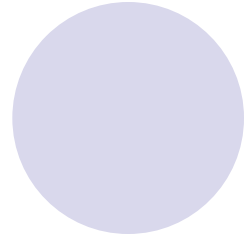
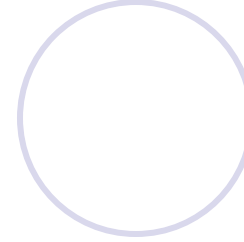
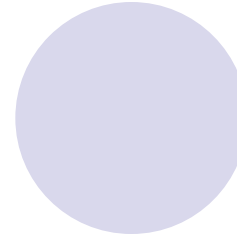
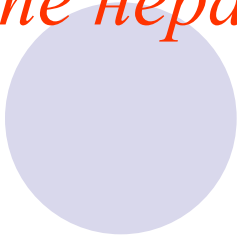
Решение: Отметим на координатной прямой точки с координатами -9 и 9 . Решением неравенства будет являться множество точек, координаты которых меньше -9 или больше 9



Ответ : $x \in (-\infty; -9) \cup (9; +\infty)$

Задачи для самостоятельного решения

Решите неравенства



$$|x| \leq 8$$

$$\text{Ответ: } -8 \leq x \leq 8$$

$$|x| - 3 \leq 8$$

$$\text{Ответ: } -11 \leq x \leq 11$$

$$|x| + 2 \geq 16$$

$$\text{Ответ: } x \leq -14 \text{ или } x \geq 14$$

$$13 - 2|x| \leq 5$$

$$\text{Ответ: } x \leq -4 \text{ или } x \geq 4$$

$$x^2 - 16 < 0$$

$$\text{Ответ: } -4 < x < 4$$

[Показать
решение](#)

$$75 - 3x^2 \leq 0 \quad \text{Ответ: } x \leq -5 \text{ или } x \geq 5$$

[Показать
решение](#)



Решение неравенства

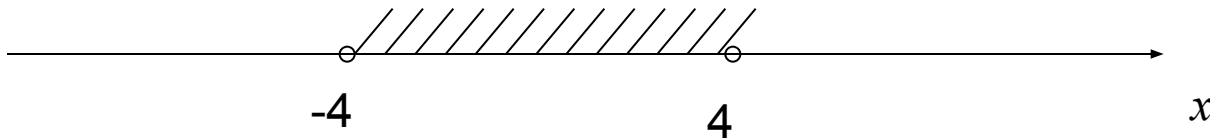


$$x^2 - 16 < 0$$

$$x^2 < 16$$

Извлекаем корень из обеих частей уравнения,
не забывая свойства: $\sqrt{x^2} = |x|$

$$|x| < 4$$



Ответ: $-4 < x < 4$



Решение неравенства



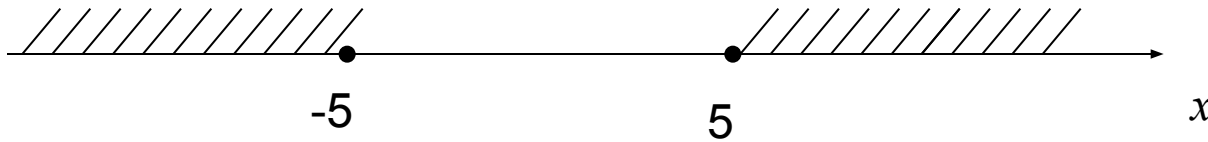
$$75 - 3x^2 \leq 0$$

$$-3x^2 \leq -75$$

$$x^2 \geq 25$$

Извлекаем корень из обеих частей уравнения,
не забывая свойства: $\sqrt{x^2} = |x|$

$$|x| \geq 5$$



Ответ: $x \leq -5$ или $x \geq 5$

Другой вид



Неравенства вида $|f(x)| < a$

- Аналогично неравенству вида $|x| < a$, решением данного неравенства будет являться множество точек, удовлетворяющих условию $-a < f(x) < a$

Пример 1: Решите неравенство: $|2x - 3| \leq 11$

Решение: Это неравенство равносильно двойному неравенству

$$-11 \leq 2x - 3 \leq 11$$

$$-11 + 3 \leq 2x \leq 11 + 3$$

$$-8 \leq 2x \leq 14$$

$$-4 \leq x \leq 7$$

$$\text{Ответ : } x \in [-4; 7]$$

Другой вид

Неравенства вида $|f(x)| > a$

- Аналогично неравенству вида $|x| > a$, решением данного неравенства будет являться множество точек, удовлетворяющих условиям $f(x) < -a$ или $f(x) > a$

Пример 1: Решите неравенство: $|x + 6| \geq 4$

Решение: Это неравенство равносильно неравенствам:

$$x + 6 \leq -4 \quad \text{или} \quad x + 6 \geq 4$$

$$x \leq -4 - 6 \qquad x \geq 4 - 6$$

$$x \leq -10 \qquad x \geq -2$$

$$\text{Ответ : } x \in (-\infty; -10] \cup [-2; +\infty)$$

Задачи для
самостоятельного
решения

Решите неравенства



$$|2 - x| \leq 3$$

Отве

т:

$$|x + 3| - 1 \leq 5$$

Отве

т:

$$|2x - 4| + 2 \geq 12$$

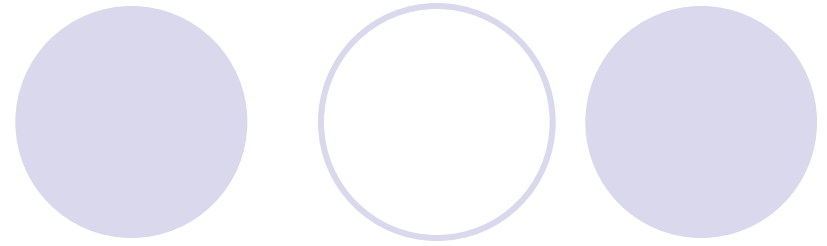
Отве

т:

$$13 - 2|4 - 3x| \leq 5$$

Отве

т:



ДРУГОЙ ВИД

Ответ

$$|2 - x| \leq 3$$

$$\text{Ответ : } -1 \leq x \leq 5$$

[Показать
решение](#)

[назад](#)

Ответ

$$|x + 3| - 1 \leq 5$$

Ответ : $-9 \leq x \leq 3$

[Показать
решение](#)

[назад](#)

Ответ

$$|2x - 4| + 2 \geq 12$$

Ответ : $x \leq -3$ или $x \geq 7$

Показать
решение

назад

Ответ

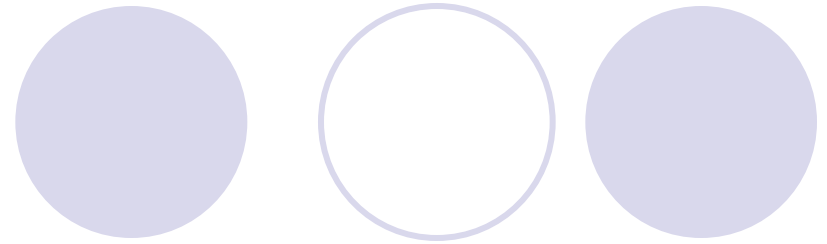
$$13 - 2|4 - 3x| \leq 5$$

$$\text{Ответ : } x \leq 0 \text{ или } x \geq \frac{8}{3}$$

[Показать
решение](#)

[назад](#)

Решение неравенства



$$|2 - x| \leq 3$$

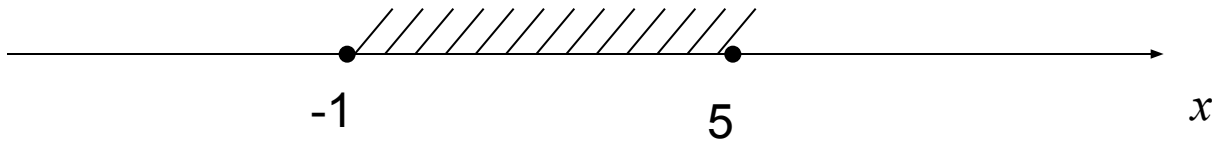
$$-3 \leq 2 - x \leq 3$$

$$-3 - 2 \leq -x \leq 3 - 2$$

$$-5 \leq -x \leq 1$$

$$5 \geq x \geq -1$$

$$-1 \leq x \leq 5$$



Ответ : $-1 \leq x \leq 5$



Решение неравенства



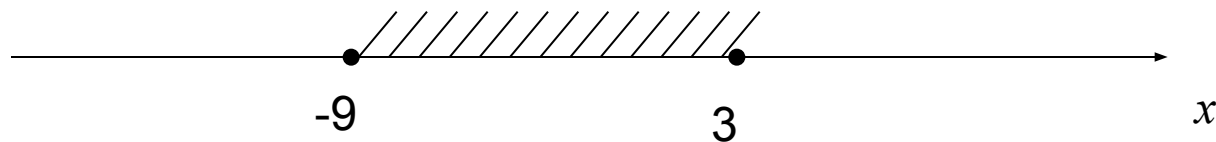
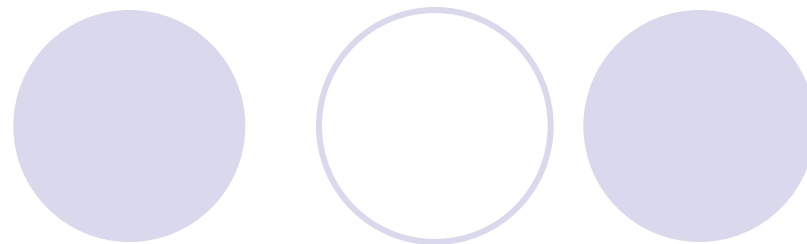
$$|x + 3| - 1 \leq 5$$

$$|x + 3| \leq 6$$

$$-6 \leq x + 3 \leq 6$$

$$-6 - 3 \leq x \leq 6 - 3$$

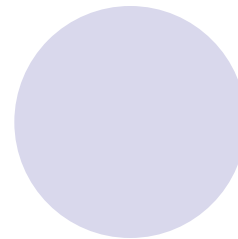
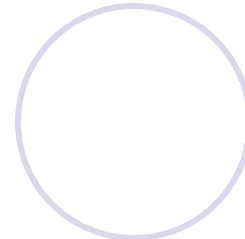
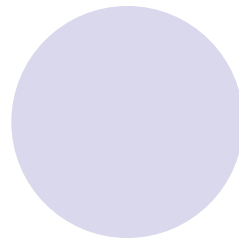
$$-9 \leq x \leq 3$$



Ответ : $-9 \leq x \leq 3$



Решение неравенства



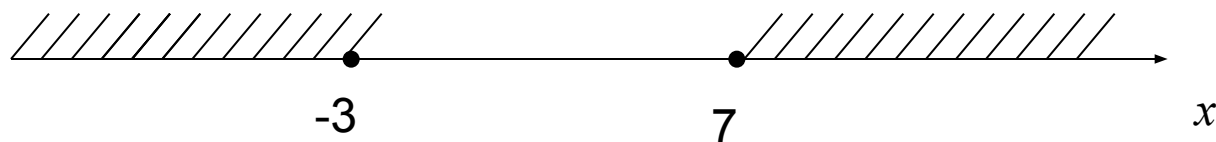
$$|2x - 4| + 2 \geq 12$$

$$|2x - 4| \geq 10$$

$$2x - 4 \leq -10 \text{ или } 2x - 4 \geq 10$$

$$2x \leq -6 \text{ или } 2x \geq 14$$

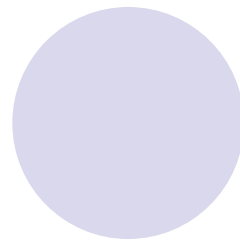
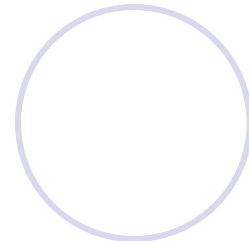
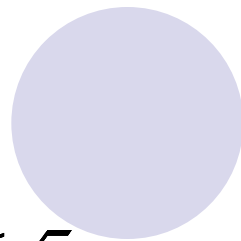
$$x \leq -3 \text{ или } x \geq 7$$



Ответ : $x \leq -3$ или $x \geq 7$



Решение неравенства



$$13 - 2|4 - 3x| \leq 5$$

$$-2|4 - 3x| \leq 5 - 13$$

$$-2|4 - 3x| \leq -8$$

$$|4 - 3x| \geq 4$$

$$4 - 3x \leq -4 \text{ или } 4 - 3x \geq 4$$

$$-3x \leq -8 \text{ или } -3x \geq 0$$

$$x \geq \frac{8}{3} \text{ или } x \leq 0$$



$$\text{Ответ : } x \leq 0 \text{ или } x \geq \frac{8}{3}$$



Неравенства вида

$$|f(x)| < |g(x)|$$

• Неравенства вида $|f(x)| < |g(x)|$ или $|f(x)| > |g(x)|$ можно решать двумя способами:

1. возведением обеих частей в квадрат
2. раскрывая модули по определению

Пример: Решить неравенство: $|3x - 2| < |x + 1|$

1 способ: Т. к. обе части неравенства неотрицательны, то их можно возвести в квадрат $|3x - 2|^2 < |x + 1|^2$

Используя известное свойство, получим: $(3x - 2)^2 < (x + 1)^2$

Перенесем все слагаемые в левую часть и разложим на множители по формуле разность квадратов:

$$((3x - 2) - (x + 1))((3x - 2) + (x + 1)) < 0$$

$$(2x - 3)(4x - 1) < 0$$

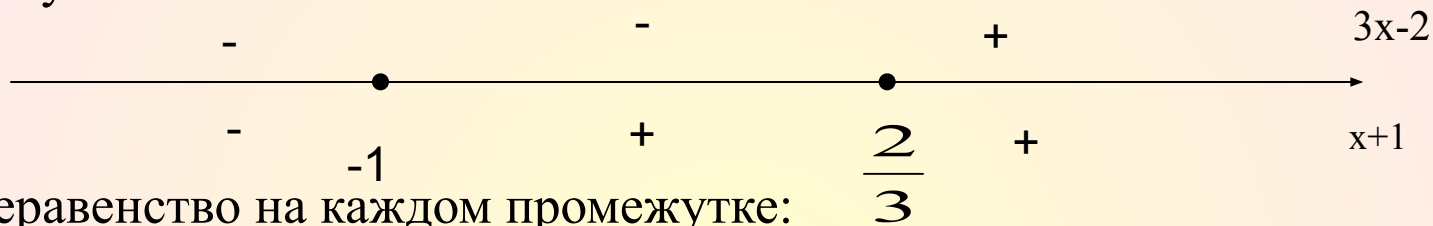
Решая методом интервалов, получим: $x \in \left(\frac{1}{4}; \frac{3}{2} \right)$



Неравенства вида $|f(x)| < |g(x)|$

Пример: Решить неравенство: $|3x - 2| < |x + 1|$

2 способ: Найдем нули функции, стоящей внутри знака модуля, отметим эти числа на числовой прямой и определим знаки этих функций на получившихся промежутках:



Решим неравенство на каждом промежутке:

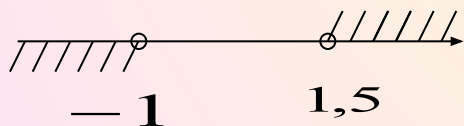
$$x < -1$$

$$-(3x - 2) < -(x + 1)$$

$$-2x < -3$$

$$x > 1,5$$

с учетом данного условия:



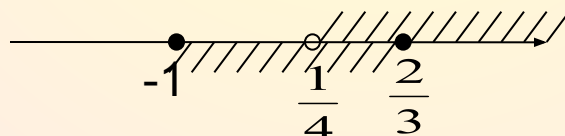
Решений нет

$$-1 \leq x \leq \frac{2}{3}$$

$$-(3x - 2) < (x + 1)$$

$$-4x < -1$$

$$x > \frac{1}{4}$$



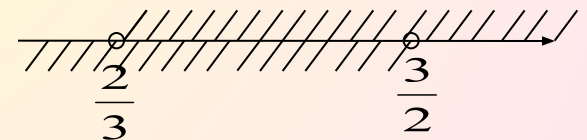
$$x \in \left(\frac{1}{4}; \frac{2}{3} \right]$$

$$x > \frac{2}{3}$$

$$(3x - 2) < (x + 1)$$

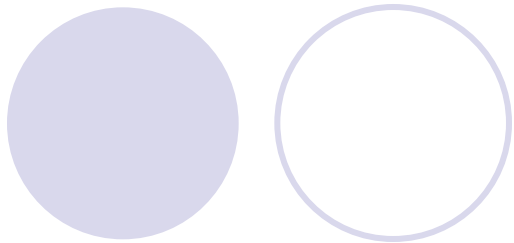
$$2x < 3$$

$$x < 1,5$$



$$x \in \left(\frac{2}{3}; \frac{3}{2} \right)$$

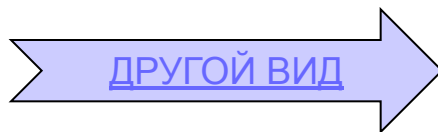
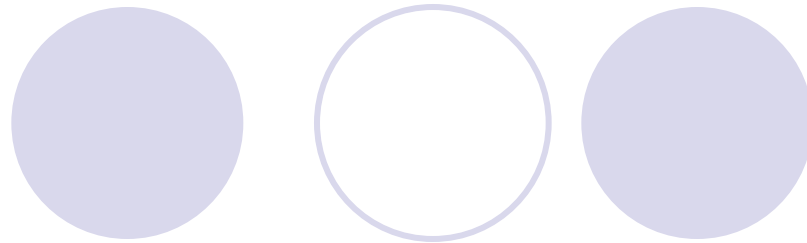
Объединяем второе и третье решение $x \in \left(\frac{1}{4}; \frac{3}{2} \right)$



Решите неравенство

$$|2 - x| \leq |2x + 1|$$

Отве
т:

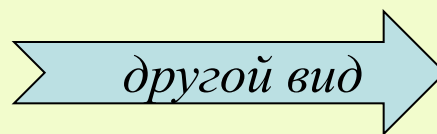


Ответ

$$|2 - x| \leq |2x + 1|$$

$$\text{Ответ: } x \in (-\infty; -3] \cup \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$$

[Показать
решение](#)



Решение неравенства

$$|2 - x| \leq |2x + 1|$$

Возведем обе части в квадрат

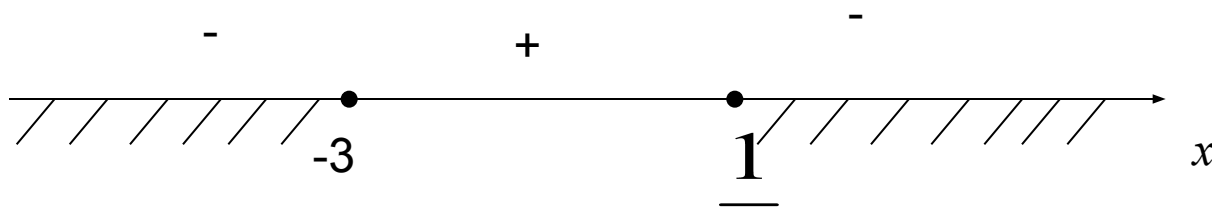
$$(2 - x)^2 \leq (2x + 1)^2$$

Перенесем все в левую часть
и разложим по формуле разность квадратов

$$(2 - x - 2x - 1)(2 - x + 2x + 1) \leq 0$$

$$(-3x + 1)(x + 3) \leq 0$$

Решаем неравенство методом интервалов



$$\text{Ответ : } x \in (-\infty; -3] \cup \left[\frac{1}{3}; +\infty \right)$$



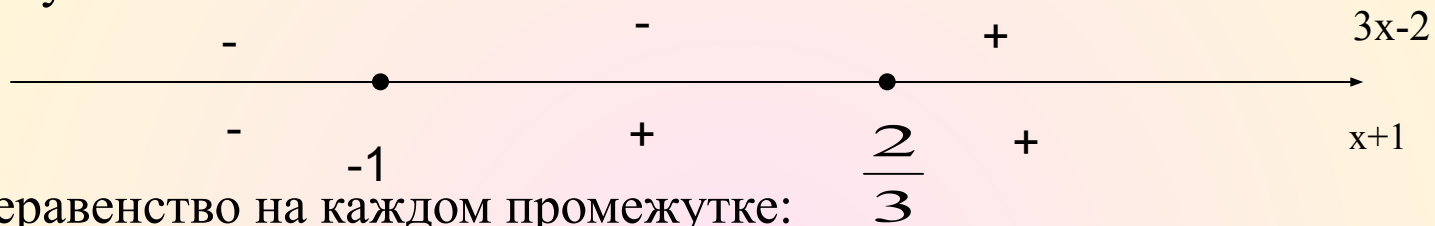
Неравенства вида $|f(x)| + |g(x)| < h(x)$

- Неравенства данного вида решаются методом раскрытия модулей, как и уравнения такого типа .
- Рассмотрим решение данного вида неравенств на примере:

Неравенства вида $|f(x)| + |g(x)| < h(x)$

Пример: Решить неравенство: $|3x - 2| - |x + 1| < 2x$

2 способ: Найдем нули функции, стоящей внутри знака модуля, отметим эти числа на числовой прямой и определим знаки этих функций на получившихся промежутках:



Решим неравенство на каждом промежутке:

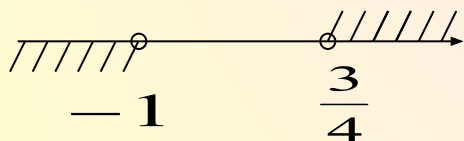
$$x < -1$$

$$-(3x - 2) + (x + 1) < 2x$$

$$-4x < -3$$

$$x > \frac{3}{4}$$

с учетом данного условия:



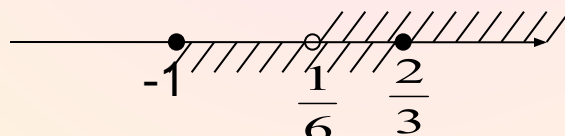
Решений нет

$$-1 \leq x \leq \frac{2}{3}$$

$$-(3x - 2) - (x + 1) < 2x$$

$$-6x < -1$$

$$x > \frac{1}{6}$$



$$x \in \left(\frac{1}{6}; \frac{2}{3} \right]$$

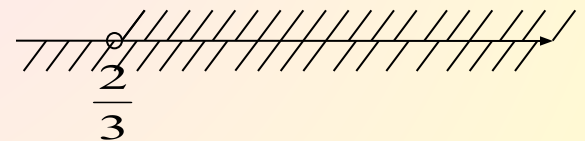
Объединяем второе и третье решение

$$x > \frac{2}{3}$$

$$(3x - 2) - (x + 1) < 2x$$

$$0x < 3$$

Неравенство верно при всех x



$$x \in \left(\frac{2}{3}; +\infty \right)$$

$$x \in \left(\frac{1}{4}; +\infty \right)$$