Полный факторный эксперимент 2^2

Nº опыта	<i>X</i> ₀	<i>X</i> ₁	<i>X</i> ₂	<i>X</i> ₁ <i>X</i> ₂	Y
1	+1	+1	+1	+1	<i>y</i> ₁
2	+1	-1	+1	-1	<i>y</i> ₂
3	+1	-1	-1	+1	<i>y</i> ₃
4	+1	+1	-1	-1	<i>y</i> ₄

$$y = b_0 x_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{12} x_1 x_2.$$

Полный факторный эксперимент 2³

Nō					I	ı			
ОПЫТ	<i>X</i> ₀	X_1	<i>X</i> ₂	<i>X</i> ₃	X_1X_2	X_1X_3	X_2X	$X_1X_2X_3$	У
1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	<i>y</i> ₁
2	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	<i>y</i> ₂
3	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	<i>y</i> ₃
4	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	<i>y</i> ₄
5	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	<i>y</i> ₅
6	+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	<i>y</i> ₆
7	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	<i>y</i> ₇
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	<i>y</i> ₈

Число возможных взаимодействий

$$C_k^m = \frac{k!}{m!(k-m)!},$$

где k – число факторов, m – число элементов во взаимодействии.

Для плана 2⁴ число парных взаимодействий равно шести

$$C_4^2 = \frac{4!}{2!2!} = 6.$$

Дробный факторный эксперимент

Полный факторный эксперимент 2^2

$$y = b_0 x_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{12} x_1 x_2.$$

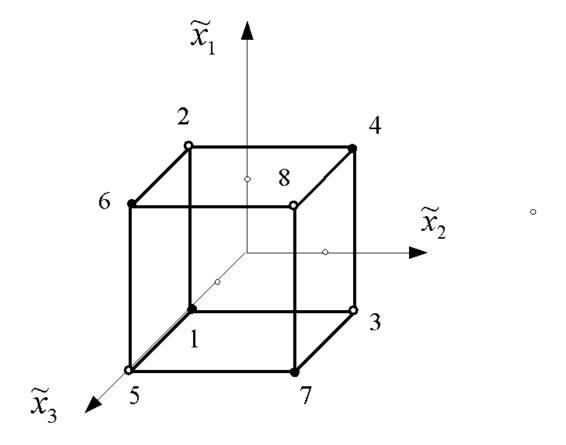
$$b_{12} \to 0 \qquad x_3 = x_1 \times x_2$$

Νō				(x_3)	
опыто	X_0	X_1	<i>X</i> ₂	X_1	У
В	-			X_2	
1	+	_	1	+	<i>y</i> ₅
2	+	+	_	_	<i>y</i> ₂
3	+	_	+	_	<i>y</i> ₃
4	+	+	+	+	<i>y</i> ₈

Дробный факторный эксперимент

$$x_3 = -x_1 \times x_2$$

№ опытов	<i>X</i> ₀	<i>X</i> ₁	<i>X</i> ₂	(x_3) $-x_1x_2$	У
1	+	-	_	_	<i>y</i> ₁
2	+	+	_	+	<i>y</i> ₆
3	+	_	+	+	<i>Y</i> ₇
4	+	+	+	_	<i>y</i> ₄



Условные обозначения дробных реплик и количество опытов

Количество факторов	Дробная реплика	Условное обозначен ие	Количество опытов для ДФЭ	Количество опытов для ПФЭ
3	1/2-реплика от 2 ³	2 ³⁻¹	4	8
4	1/2-реплика от 2 ⁴	2 ⁴⁻¹	8	16
5	1/4-реплика от 2 ⁵	2 ⁵⁻²	8	32
6	1/8-реплика от 2 ⁶	2 ⁶⁻³	8	64
7	1/16-реплика от 2 ⁷	2 ⁷⁻⁴	8	128
5	1/2-реплика от 2 ⁵	2 ⁵⁻¹	16	32
6	1/4-реплика от 2 ⁶	2 ⁶⁻²	16	64
7	1/8-реплика от 2 ⁷	2 ⁷⁻³	16	128
8	1/16-реплика от 2 ⁸	28-4	16	256
9	1/32-реплика от 2 ⁹	2 ⁹⁻⁵	16	512
10	1/64-реплика от 2 ¹⁰	2 ¹⁰⁻⁶	16	1024
11	$1/128$ -реплика от 2^{11}	2 ¹¹⁻⁷	16	2048
12	1/256-реплика от 2 ¹²	2 ¹²⁻⁸	16	4096
13	1/512-реплика от 2 ¹³	2 ¹³⁻⁹	16	8192

Выбор полуреплик

Две полуреплики 2^{3-1} ($I.x_3 = x_1x_2$ II. $x_3 = -x_1x_2$)

$$+1 = x_1 x_2 x_3, -1 = x_1 x_2 x_3.$$

$$1 = x_1 x_2 x_3,$$

$$x_1 \Rightarrow x_1^2 x_2 x_3 = x_2 x_3, \quad x_2 \Rightarrow x_1 x_2^2 x_3 = x_1 x_3, \quad x_3 \Rightarrow x_1 x_2 x_3^2 = x_1 x_2.$$

$$b_1 \rightarrow \beta_1 + \beta_{23}$$
,

$$b_2 \to \beta_2 + \beta_{13},$$

$$b_3 \rightarrow \beta_3 + \beta_{12}$$
.

Полуреплики

$$1.x_4 = x_1 x_2,$$

$$3.x_4 = x_2 x_3,$$

$$1.x_4 = x_1x_2$$
, $3.x_4 = x_2x_3$, $5.x_4 = x_1x_3$, $7.x_4 = x_1x_2x_3$,

$$2.x_4 = -x_1x_2$$

$$2.x_4 = -x_1x_2$$
, $4.x_4 = -x_2x_3$, $6.x_4 = -x_1x_3$, $8.x_4 = -x_1x_2x_3$.

$$8.x_4 = -x_1 x_2 x_3.$$

Планирование опытов при изучении процесса хлорирования титановых шлаков

Основно й уровень	16,6	750	3,5	2	5,65	1,0	8,3	1	6,65	5,7	4,7	7	7	8	1:1
Интерва л варьиро	5,2	50	1,5	1	1,35	0,5	1,7	1	1,35	1,3	1,3	3	3	2	1:0,5
Верия ий уровень	21,8	800	5	3	7,0	1,5	10,0	2	8,0	7,0	6,0	10	10	10	1:0,5
Нижний уровень	11,4	700	2	1	4,3	0,5	6,6	0	5,3	4,4	3,4	4	4	6	1:2

План дробного факторного эксперимента (пример)

опыта	Кодовые обозначения переменных																		
Nº or	X 0	X ₁	X ₂	X 3	X ₄	X ₅	X 6	X 7	X 8	X 9	X ₁₀	X ₁₁	X ₁₂	X 13	X ₁₄	X 15	y_1	y_2	\overline{y}
1	+	_	_	-	_	+	+	+	+	+	+	-	ı	_	ı	+	39,2	48,5	43,85
2	+	+	_	_	_	_	_	_	+	+	+	+	+	+	_	_	48,0	47,5	47,75
3	+	_	+	_	_	_	+	+	_	_	+	+	+	_	+	_	44,7	48,5	46,6
4	+	+	+	-	_	+	ı	_	_	_	+	_	_	+	+	+	47,2	43,7	45,45
5	+	_	_	+	_	+	_	+	_	+	_	+	_	+	+	_	41,7	33,4	37,55
6	+	+	_	+	_	_	+	_	_	+	_	_	+	_	+	+	40,5	48,2	44,35
7	+	_	+	+	_	_	ı	+	+	_	_	_	+	+	1	+	48,2	49,2	48,7
8	+	+	+	+	_	+	+	_	+	-	_	+	-	_	1	-	49,4	49,5	49,45
9	+	_	_	_	+	+	+	_	+	_	_	_	+	+	+	_	98,5	95,0	96,75
10	+	_	+	-	+	_	+	_	_	+	_	+	_	+	1	+	115,0	92,5	103,75
11	+	+	+	_	+	+	I	+	_	+	_	_	+	_	1	_	110,0	102,5	106,75
12	+	_	_	+	+	+	1	_	_	_	+	+	+	_	-	+	50,4	47,0	48,7
13	+	+	_	+	+	_	+	+	_	-	+	_	-	+	ı	-	151,0	151,1	151,05
14	+	_	+	+	+	_	ı	_	+	+	+	_	_	-	+	_	93,5	103,7	98,6
15	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	127,0	123,5	125,25
16	+	+	_	_	+	_	_	+	+	_	_	+	_	_	+	+	85,0	103,0	94,0
b_{i}	75,25	8,69	3,75	1,20	28,79	-5,09	8,38	7,40	1,29	1,66	1,65	-5,12	-3,71	7,78	-0,68	-4,99			75,25

$$k=15$$
, $N_{\Pi\Phi\Theta}=2^{15}=32728$, $N_{\Pi\Phi\Theta}=2^{15-11}=16$, $N_{\Pi\Phi\Theta}=N_{\Pi\Phi\Theta}/2048$ (!)