Уравнения Максвелла

- Вихревое электрическое поле. Первое уравнение Максвелла
- Ток смещения.
- Уравнения Максвелла в интегральной форме
- Уравнения Максвелла в дифференциальной форме
- Материальные уравнения
- Электромагнитные волны

Вихревое электрическое поле. Первое уравнение Максвелла

Основные утверждения, которые поучили при изучении электрических и магнитных поле:

- Электростатическое поле создается *неподвижными зарядами*. *Силовые линии электростатического поля начинаются и заканчиваются на зарядах (или в бесконечности).* Математически запись этого утверждения – теорема Остроградского-Гаусса для электростатических полей:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho \cdot dV$$

- *Магнитные заряды отсутствуют*, *линии индукции магнитного поля замкнуты*. Математическая запись этого утверждения – теорема Гаусса для магнитного поля:

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

Вихревое электрическое поле. Первое уравнение Максвелла

- *Электростатическое поле потенциально, в нем нет замкнутых линий.*

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

- *Вихревое магнитное поле создается токами, линии индукции замкнутые*

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

- Этих уравнениях нет явления электромагнитной индукции Фарадея.

Шотландский физик Джеймс Клерк Максвелл в 1860г. Объединил все теоретические и экспериментальные данные он разработал теорию единого электромагнитного поля.

Для учета электрических, магнитных свойств среды и способности

Вихревое электрическое поле. Первое уравнение Максвелла

- *Электростатическое поле потенциально, в нем нет замкнутых линий.*

$$\oint_L \vec{E} \cdot \vec{dl} = 0$$

- *Вихревое магнитное поле создается токами, линии индукции замкнутые*

$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_i \cdot \vec{dl} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t}$$

- Этих уравнениях нет явления электромагнитной индукции Фарадея.

Шотландский физик Джеймс Клерк Максвелл в 1860г. Объединил все теоретические и экспериментальные данные он разработал теорию единого электромагнитного поля.

Для учета электрических, магнитных свойств среды и способности среды проводить ток, используется три параметра:

ε – относительная диэлектрическая проницаемость среды

μ - относительная магнитная проницаемость среды

γ - удельная электрическая проводимость

Вихревое электрическое поле. Первое уравнение Максвелла

$$\varepsilon_i = -\oint_L \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

- Объединяя все положения, получим, что *изменяющееся магнитное поле приводит к появлению вихревого электрического поля:*

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

это первое уравнение Максвелла.

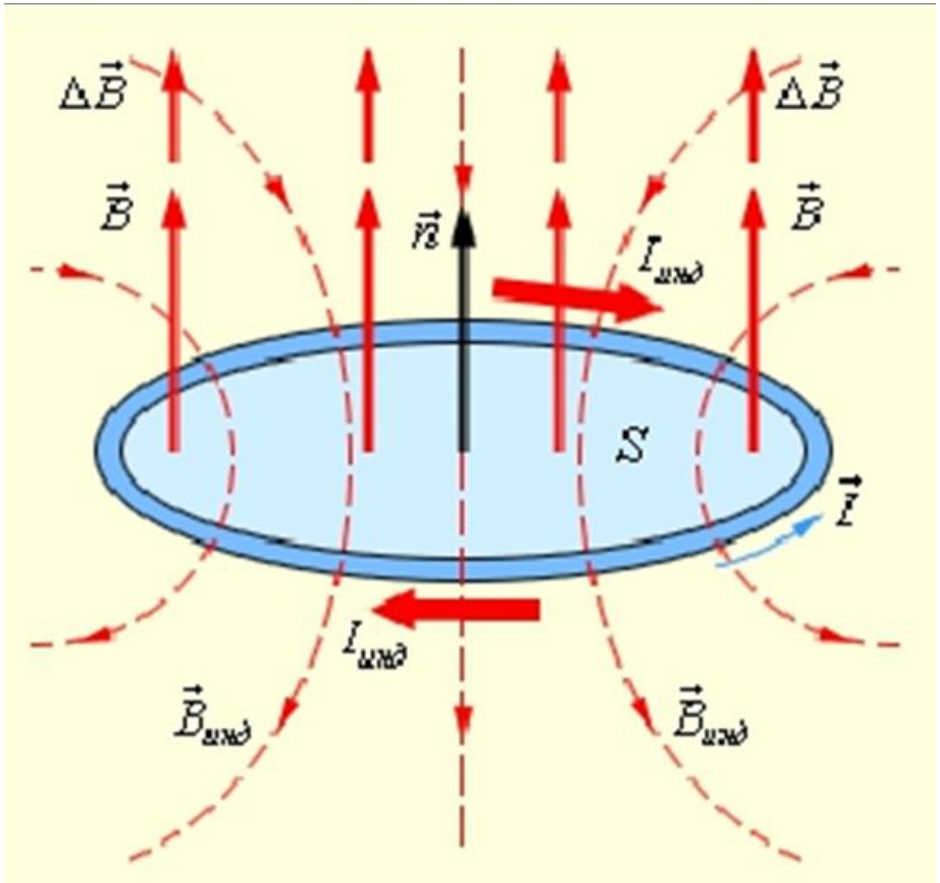
- Если в контуре есть источники ЭДС, то уравнение примет вид:

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} + \sum_{k=1}^{N} \varepsilon_k$$

- Циркуляция как вихревого, так и электростатического поля.

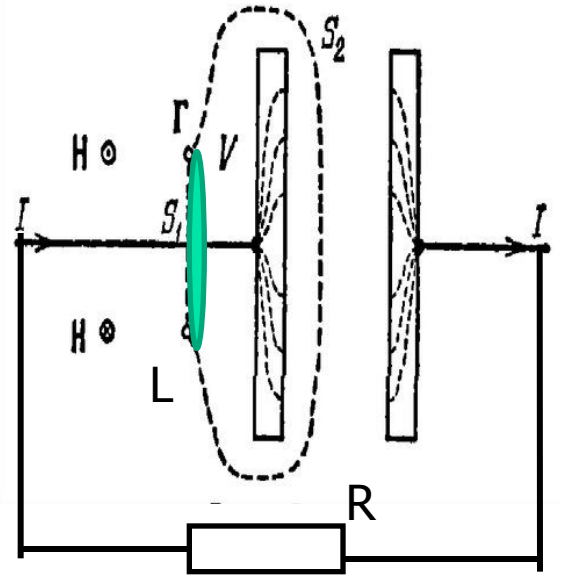
- *Первое уравнение Максвелла показывает, что источником электрического поля могут быть не только электрические заряды, но и изменяющееся во времени магнитное поле*

Вихревое электрическое поле
Первое уравнение Максвелла



Ток смещения
Второе уравнения Максвелла

- Теперь надо откорректировать четвертое уравнение (со звездочкой), так как нарушена симметрия между электрическим и магнитным полем.
- Мы установили , что изменение магнитного поля, влечет появление вихревого электрического поля. Можно ожидать, что меняющееся со временем электрическое поле создаст магнитное поле.
- Согласно теореме о циркуляции вектора индукции магнитного поля (или напряженности магнитного поля) – закон полного тока:



$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

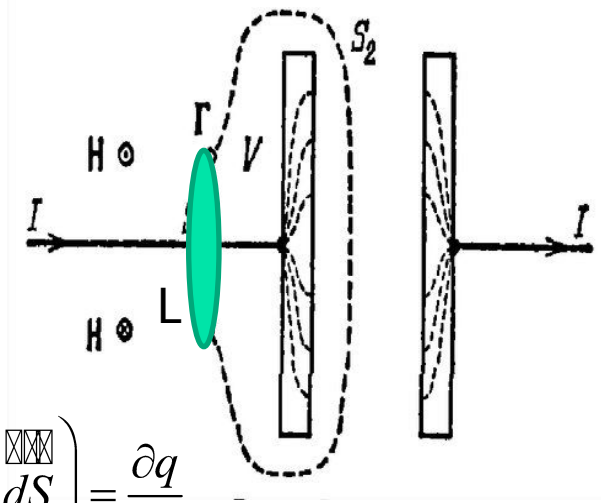
$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (I_{макро} + I_{микро})$$

В первом уравнении плотность макротоков, а во втором макро- и микротоки.

- Применим эту теорему к случаю, когда предварительно заряженный конденсатор, разряжается через внешнее сопротивление. На контур L можно натянуть любую поверхность $S_1 S_2$

Ток смещения
Второе уравнения Максвелла

- Через поверхность S_1 течет ток, а через поверхность S_2 не течет. Получается, что циркуляция зависит от выбора поверхности. Поверхность S_2 пронизывается только электрическим полем, по теореме Гаусса поток вектора индукции через замкнутую поверхность S_2 равен:



$$\Phi_{D\,\text{своб}} = \oint_{S_2} \vec{D} \cdot d\vec{S} = q$$

Продифференцируем это равенство по времени: $\frac{\partial}{\partial t}\left(\oint_{S_2} \vec{D} \cdot d\vec{S} \right) = \frac{\partial q}{\partial t}$

Если поверхность S_2 неподвижная и не деформируется, то изменение потока связано с изменением индукции магнитного поля $\vec{B}$, запишем:

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \frac{\partial q}{\partial t} \rightarrow (1)$$ - теорема Гаусса

$$\oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = -\frac{\partial q}{\partial t} \rightarrow (2)$$ - уравнение непрерывности

Сложим эти два уравнения:

$$\oint_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S} = 0 \rightarrow (3)$$

Ток смещения
Второе уравнение Максвелла

$$\oint_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S} = 0 \rightarrow (3)$$

Это уравнение аналогично уравнению непрерывности для постоянного тока. Откуда видно, что кроме плотности тока проводимости, имеется еще одно слагаемое - $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ - размерность этого слагаемого, соответствует плотности тока.

Максвелл ввел понятие *тока смещения* - $\vec{j}_{см} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ - *плотность тока смещения в данной точке пространства равна скорости изменения вектора электрического смещения в этой точке.*

Током смещения сквозь замкнутую поверхность называется физическая величина численно равная потоку вектора плотности тока смещения сквозь эту поверхность:

$I_{см} = \oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = \oint_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$, тогда для полного тока : $\vec{j}_{полн} = \vec{j}_{пров} + \left(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right)$

Из уравнения *линии полного тока являются непрерывными, в отличии от тока проводимости. Токи проводимости замыкаются токами смещения*.

Ток смещение
Второе уравнение Максвелла

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \oint_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S}$$

Это уравнение справедливо всегда.

- Ток смещения, как и ток проводимости способен создавать магнитное поле.

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}_{ем} \Rightarrow \vec{j} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}_e}{\partial t}$$

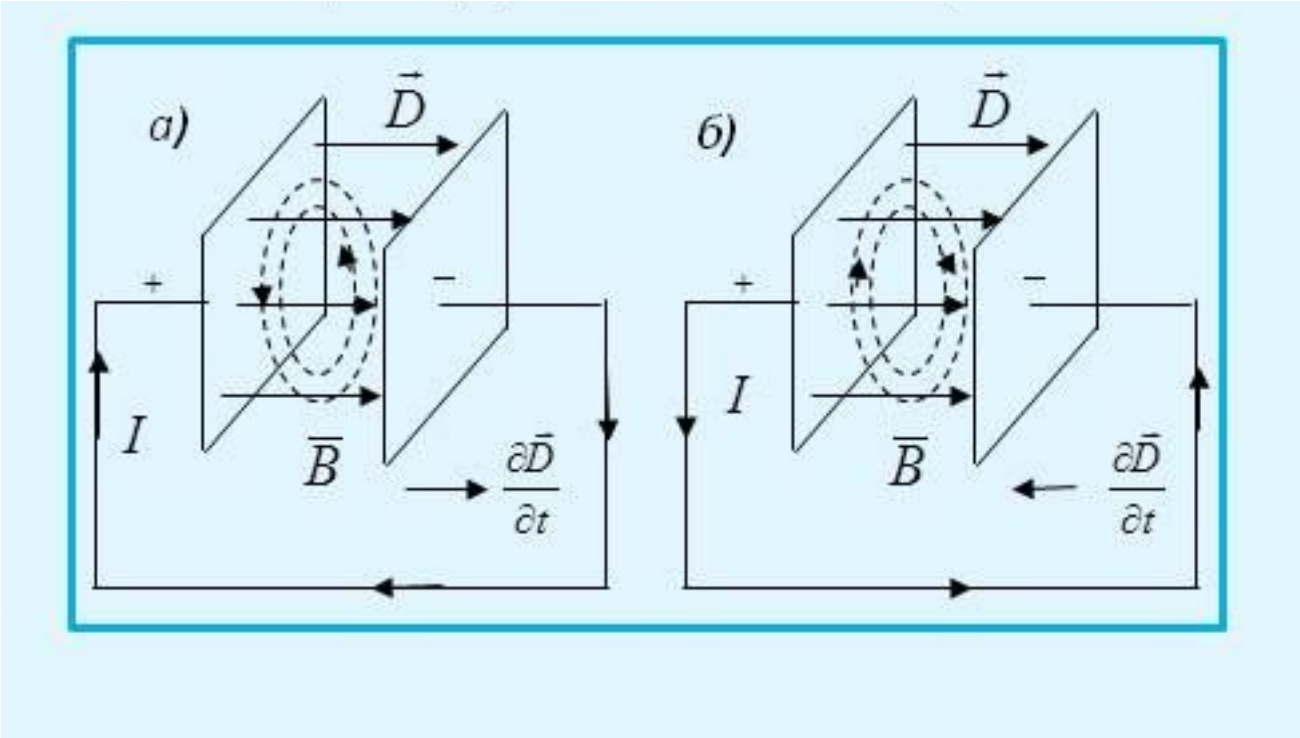
- Первое слагаемое – ток смещения в вакууме, второе – ток связанный с поляризацией, обусловлен движением связанных зарядов.
- Принципиально новое утверждение Максвелла, что часть тока смещения которая не связана с движением зарядов, а обусловлена только изменением электрического поля, также возбуждает магнитное поле, даже в вакууме.

$$\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

- *Второе уравнение Максвелла показывает, что магнитные поля могут возбуждаться либо движущимися электрическими зарядами (электрическими токами), либо переменным электрическим полем.*

Введение понятия тока смещения завершило создание блестящей теории электромагнитного поля.

Ток смещения
Второе уравнения Максвелла



При зарядке конденсатора (рис. а) ток течет от правой обкладки к левой, поле в конденсаторе усиливается $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} > 0$, и направление векторов $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ и $\vec{j}_{смещ}$ совпадают.

Уравнения Максвелла в интегральной форме

$$1) \rightarrow \oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{j}_{пров} \cdot d\vec{S} + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

- Закон полного тока

$$2) \rightarrow \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

- Закон электромагнитной индукции

$$3) \rightarrow \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_V \rho \cdot dV = q_{своб}$$

- Теорема Гаусса

$$4) \rightarrow \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

- Теорема Гаусса

Материальные уравнения:

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}$$

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

- Для полей в веществе надо добавить *материальные уравнения*, которые характеризуют электрические и магнитные свойства среды

- $\vec{E} = \vec{E}_{эл} + \vec{E}_{стор}$

Уравнения Максвелла в интегральной форме

- Уравнения Максвелла силовыми и энергетическими соотношениями:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\left[\vec{\upsilon} \times \vec{B}\right]$$

- сила Лоренца, действующая на частицу в электрическом и магнитном поле

$$w = \frac{1}{2}\left(\vec{D} \cdot \vec{E} + \vec{B} \cdot \vec{H}\right)$$

- плотность энергии электромагнитного поля

- И граничными условиями:

$$E_{\tau 1} = E_{\tau 2} \leftrightarrow D_{n1} = D_{n2}$$

$$H_{\tau 1} = H_{\tau 2} \leftrightarrow B_{n1} = B_{n2}$$

Уравнения Максвелла для стационарных полей

- Если же поля *стационарны* $\left(\vec{E} = const\right)$ и $\left(\vec{B} = const\right)$, то уравнения Максвелла распадаются на две группы независимых уравнений:

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = 0 \qquad \oint \vec{D} d\vec{S} = 0$$

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \vec{I} \qquad \oint \vec{B} d\vec{S} = 0$$

- В этом случае электрическое и магнитное поля независимы друг от друга, что позволяет изучить сначала постоянное электрическое поле, а затем независимо от него и постоянное магнитное поле.

Уравнения Максвелла в дифференциальной форме

Для перехода от интегральной к дифференциальной форме, вспомним некоторые понятия из векторного анализа:

- Оператор «дивергенция» – под дивергенцией векторного поля A (x,y,z) понимается скалярное поле вида:

$$div\,A = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$div\,A = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\oint_s A \cdot dS}{\Delta V} \rightarrow \oint_S A_n dS = \int_V div\,A \cdot dV$$

- связь дивергенции векторного поля с потоком этого поля

$$\oint_S D_{\text{свод}} dS = q = \int_V \rho dV = \int_V div\,D \cdot dV$$

$$div\,D = \rho \leftrightarrow div\,E = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

div – расхождение (лат), описывает конфигурацию силовых линий типа «ежа», расходящихся из точки (где имеется электрический заряд, источник поля)

Уравнения Максвелла в дифференциальной форме

- Оператор «ротор» – под ротором векторного поля

$$\vec{rot}\,\vec{A} = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right)\vec{i} + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right)\vec{j} + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right)\vec{k}$$

$$\vec{rot}\,\vec{A} = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\oint_L \vec{A}\cdot d\vec{l}}{\Delta S} \rightarrow \oint_L A_l \cdot dl = \int_S \left(\vec{rot}\,\vec{A}\right)_n dS$$

Теорема Стокса: циркуляция вектора по замкнутому контуру равна потоку ротора вектора

$$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}_n}{\partial t}\cdot dS = \int_S \vec{rot}\,\vec{E}\cdot dS$$

$$\vec{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

rot – вращение – кольцеобразные силовые линии вокруг источника (тока или полей меняющихся во времени)

Уравнение Максвелла в дифференциальной форме

- *Электростатическое поле потенциально, в нем нет замкнутых линий.*

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j}_{np} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S} = \int_S rot\, \vec{H} \cdot d\vec{S}$$

- *Вихревое магнитное поле создается токами, линии индукции замкнутые*

$$rot\, \vec{H} = \left(\vec{j}_{np} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right)$$

- Этих уравнениях нет явления электромагнитной индукции Фарадея.

Шотландский физик Джеймс Клерк Максвелл в 1860г. Объединил все теоретические и экспериментальные данные он разработал теорию единого электромагнитного поля.

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_i I_i = \mu_0 \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

Для учета электрических, магнитных свойств среды и способности среды проводить ток, используется три параметра:

$$rot\, \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{j} + \vec{j}_{см} \right)$$

ε – относительная диэлектрическая проницаемость среды

μ - относительная магнитная проницаемость среды

γ - удельная электрическая проводимость

Уравнения Максвелла в дифференциальной форме

- Уравнения Максвелла можно представить в дифференциальной форме:

$$\nabla \times \vec{E} = -\partial \vec{B} / \partial t \qquad \nabla \cdot \vec{D} = \rho$$

$$rot\, E = -\partial B / \partial t \qquad div\, D = \rho$$

- Эти уравнения говорят о том, что электрическое поле может возникнуть по двум причинам. Во-первых, его источником являются электрические заряды, как сторонние, так и связанные. Во-вторых, поле образуется всегда, когда меняется во времени магнитное поле.

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \partial \vec{D} / \partial t \qquad \nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$rot\, H = j + \partial D / \partial t \qquad div\, B = 0$$

- Эти уравнения говорят о том, что магнитное поле может возбуждаться либо движущимися электрическими зарядами (электрическими токами), либо переменными электрическими полями, либо тем и другим одновременно.

Уравнения Максвелла в дифференциальной форме

- *Электростатическое поле потенциально, в нем нет замкнутых линий.*

$$\nabla \times \vec{E} = -\partial \vec{B} / \partial t \qquad \nabla \cdot \vec{B} = 0$$

- *Вихревое магнитное поле создается токами, линии индукции замкнутые*

$$\nabla \times \vec{H} = \partial \vec{D} / \partial t \qquad \nabla \cdot \vec{D} = 0$$

- Этих уравнениях нет явления электромагнитной индукции Фарадея.

Шотландский физик Джеймс Клерк Максвелл в 1860г. Объединил все теоретические и экспериментальные данные он разработал теорию единого электромагнитного поля. $rot \neq 0$

Для учета электрических, магнитных свойств среды и способности среды проводить ток, используется три параметра:

ε – относительная диэлектрическая проницаемость среды

μ - относительная магнитная проницаемость среды

γ - удельная электрическая проводимость

Электромагнитные волны

К юбилею Максвелла один из научных журналов написал:

- «И сказал Бог:

$$div\,\vec{D} = \rho$$

$$div\,\vec{B} = 0$$

$$rot\,\vec{E} = -\partial\vec{B} / \partial t$$

$$rot\,\vec{B} = \mu_0\left(\vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right)$$

и стал «СВЕТ»

- Свет – электромагнитная волна.
- ЭМВ обладают широким диапазоном частот (и длин волн) -

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

где с- скорость ЭМВ в вакууме.

Электромагнитные волны

Запишем уравнения Максвелла для среды, где нет свободных зарядов и током проводимости, с учетом, что :

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E} \quad \text{и} \quad \vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}$$

$$1)\ \nabla \cdot \vec{E} = 0$$

$$2)\ \nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{B} = \varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Умножим обе части этих уравнений векторно слева на оператор набла:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\nabla \times \vec{B}\right) = -\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{B} = \varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0 \frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times \vec{E}) = -\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$

Левая часть этих уравнений двойное векторное произведение, которое можно преобразовать, используя правило:

$$\vec{a} \times \vec{b} \times \vec{c} = \vec{b}\left(\vec{a} \cdot \vec{c}\right) - \vec{c}\left(\vec{a} \cdot \vec{b}\right)$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \nabla\left(\nabla \cdot \vec{E}\right) - \vec{E}\left(\nabla \cdot \nabla\right) = -\Delta \vec{E}$$

$$\Delta = \nabla \cdot \nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

- *Электростатические поля потенциальны, в нем нет замкнутых линий.*
- *Вихревое магнитное поле создается токами, линии индукции замкнутые*
- Этих уравнениях нет явления электромагнитной индукции Фарадея.

Шотландский физик Джеймс Клерк Максвелл в 1860г. Объединил все теоретические и экспериментальные данные он разработал теорию единого электромагнитного поля.

Для учета электрических, магнитных свойств среды и способности среды проводить ток, используется три параметра:

ε — относительная диэлектрическая проницаемость среды

μ - относительная магнитная проницаемость среды

Электромагнитные волны

- Получим уравнения:

$$\Delta \vec{E} = \frac{1}{\upsilon^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \leftrightarrow \Delta \vec{B} = \frac{1}{\upsilon^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$

Волновое уравнение ЭМВ произвольного направления

$$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

- фазовая скорость

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \frac{м}{с}$$

- Электродинамическая постоянная, совпадает со скоростью ЭМВ в вакууме

- Уравнение вида: $\Delta f = \frac{1}{\upsilon^2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$ называется волновым уравнением

$f = f(x, y, z)$ - *уравнение волны или волновая функция*

Электромагнитные волны

- *Электростатическое поле потенциально, в нем нет замкнутых линий.*

- *Вихревое магнитное поле создается токами, линии индукции замкнутые*

- Этих уравнениях нет явления электромагнитной индукции Фарадея.

Шотландский физик Джеймс Клерк Максвелл в 1860г. Объединил все теоретические и экспериментальные данные он разработал тео электромагнитного поля.

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}$$

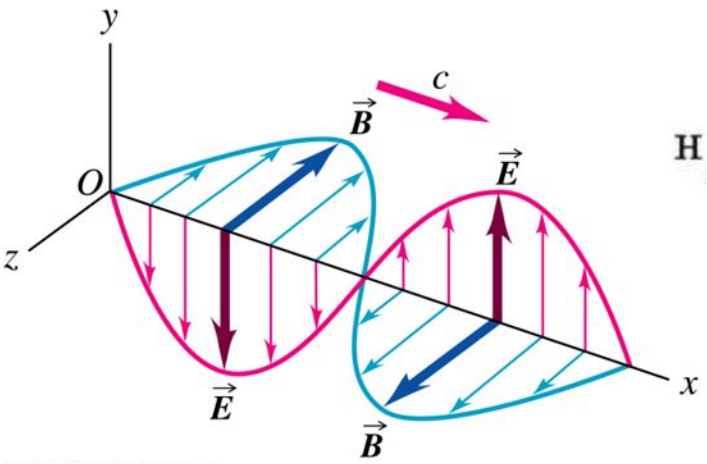
Для учета электрических, среды проводимость $\gamma = \varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0$ используется

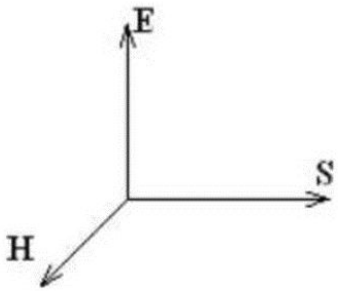
ε – относительная диэлектрическа

μ - относительная магнитная про

γ - удельная электрическая пров

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0 \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2}$$





Электромагнитные волны

- Простейшее решение этих уравнений:

$$E_y = E_m \cos(\omega t - kx + \alpha) = E_m \cos(\omega(t - \frac{x}{\upsilon}) + \alpha)$$

$$H_z = H_m \cos(\omega t - kx + \alpha)$$

- Волны такого вида называются *плоскими монохроматическими или гармоническими.*
- $E_m (H_m)$ - амплитуда волны,
- $\Phi = (\omega t - kx + \alpha)$ - фаза волны, α - начальная фаза,
- x — координата поверхности постоянной фазы, Ф=const в момент t,
- υ - фазовая скорость волны,
- $\omega = 2\pi\nu = 2\pi / T$ - циклическая частота колебаний в волне,
- $\nu = 1/T$ - частота , Гц,
- T - период колебаний,
- $k = \omega / \upsilon$ - волновое число или постоянная распространения

Электромагнитные волны

Обычно под волной понимают распространение колебаний в пространстве. В общем случае *волна* – это распространение в пространстве любого возмущения среды или поля (акустические, механические, ЭМВ).

Особенностью волновых процессов является перенос энергии в волне без переноса вещества.

По форме различают : 1) одиночные или импульсные волны, 2) цуг волны или обрывок синусоиды, 3) гармонические или монохроматические волны, представляющие собой бесконечную синусоиду.

В зависимости от направления колебаний в волне различают 1) продольные и 2) поперечные волны. В продольных волнах частицы среды совершают колебания в направлении распространения волны (звук в газе), в поперечных – в направлении перпендикулярном распространению (чисто поперечная ЭМВ).

Волны различают по *типу волновой поверхности*: плоские, сферические, цилиндрические волны.

Волновая поверхность – это геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе. *Волновой фронт* – геометрическое место точек, до которых доходят колебания в момент времени t.

Свойства ЭМВ

- *Электростатическое поле потенциально, в нем нет замкнутых линий.*
- *Вихревое магнитное поле создается токами, линии индукции замкнутые*

$$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{c}{n}$$

- Этих уравнениях нет явления электромагнитной индукции Фарадея. Шотландский физик Джеймс Максвелл в своей теории объединил все теоретические и экспериментальные данные он разработал теорию единого электромагнитного поля.

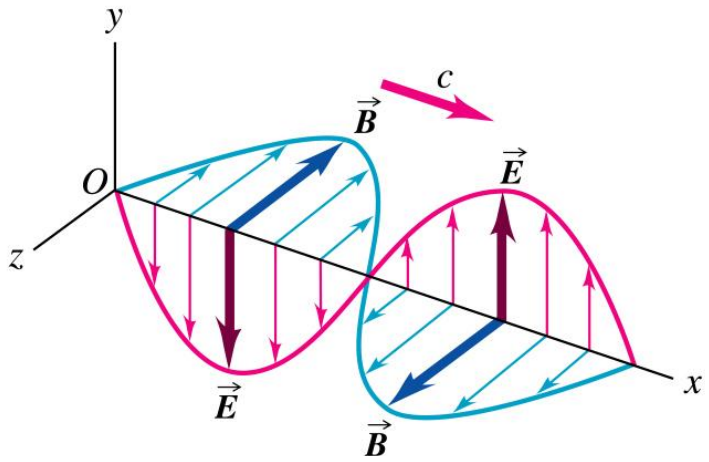
$$n = \frac{c}{\upsilon} = \sqrt{\varepsilon\mu}$$ — это абсолютный показатель преломления среды

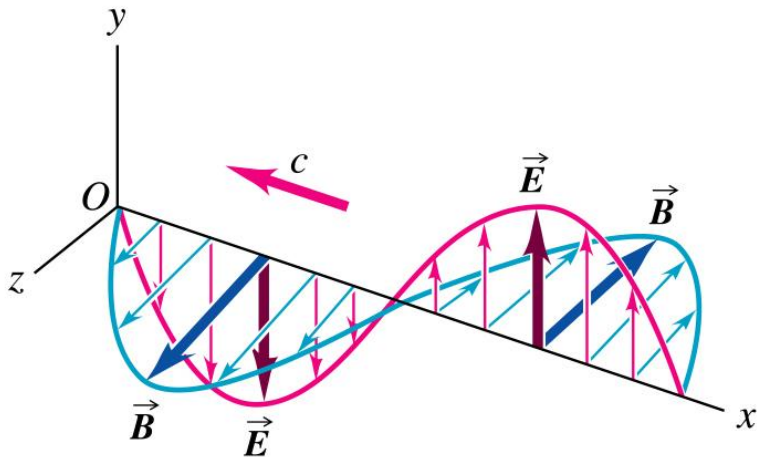
Для учета электрических, магнитных свойств среды и способности среды проводить ток, используется три параметра:

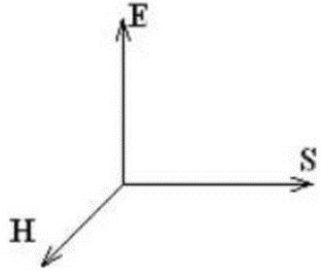
ε — относительная диэлектрическая проницаемость среды

μ - относительная магнитная проницаемость среды

γ - удельная электрическая проводимость





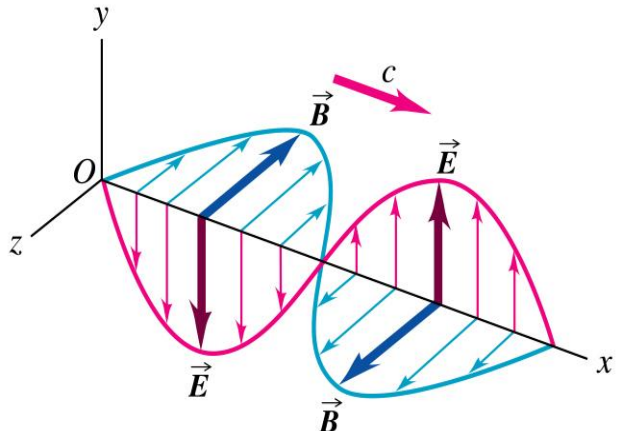


Свойства ЭМВ

- В ЭМВ мгновенные значения векторов $\vec{E}$ и $\vec{B}$ всегда колеблются в одинаковых фазах, причем между мгновенными значениями $\vec{E}$ и $\vec{B}$ в любой точке существует определенная связь, а именно $E = \upsilon B$, или

$$E = \upsilon B \leftarrow \upsilon = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}} \leftarrow B = \mu\mu_0 H$$

$$\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}E = \sqrt{\mu\mu_0}H$$



- Это значит, что E и H (или B) одновременно достигают максимума, одновременно обращаются в нуль , то есть колеблются синфазно.

$$E_m = \upsilon B_m \rightarrow \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}E_m = \sqrt{\mu\mu_0}H_m$$

- ЭМВ обладают *объемной плотностью энергии,* мгновенное значение которой равно:

$$w = w_{эл} + w_{маг} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \mu\mu_0 H^2 = \frac{EH}{\upsilon}$$

Свойства ЭМВ

- *Электростатическое поле потенциально, в нем нет замкнутых линий.* $E = E_m \cos\omega t \leftrightarrow H = H_m \cos\omega t$

$$\left\langle \cos^2 \omega t \right\rangle = \left\langle \sin^2 \omega t \right\rangle = \frac{1}{2} \rightarrow \left\langle E^2 \right\rangle = \frac{E_m^2}{2}, \left\langle H^2 \right\rangle = \frac{H_m^2}{2}$$

- *Вихревое магнитное поле создается токами, линии индукции замкнутые*

$$\langle w \rangle = \varepsilon\varepsilon_0 \left\langle E^2 \right\rangle = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E_m^2}{2} = \frac{\mu\mu_0 H_m^2}{2} = \frac{E_m H_m}{2\upsilon}$$

$$W = w \cdot V$$

- Этих уравнениях нет явления электромагнитной индукции Фарадея.

$$S = w \cdot \upsilon = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 \upsilon = \mu\mu_0 H^2 \upsilon = E \cdot H \left[\frac{Дж}{м^2 \cdot с}\right]$$

Шотландский физик Джеймс Клерк Максвелл в 1860г. Объединил все теоретические и экспериментальные данные он разработал теорию единого электромагнитного поля.

$$\vec{S} = w\vec{\upsilon} = \vec{E} \times \vec{H}$$

Для учета электрических, магнитных свойств среды и способности среды проводить ток, используется три параметра:

ε – относительная диэлектрическая проницаемость среды

μ - относительная магнитная проницаемость среды

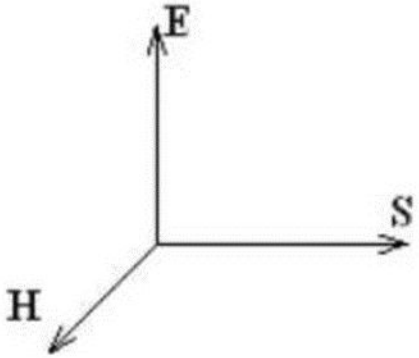
γ - удельная электрическая проводимость

Свойства ЭМВ

- *Интенсивность:*

$$I = \langle S \rangle = \langle w \rangle \upsilon = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E_m^2}{2}\upsilon = \frac{\mu\mu_0 H_m^2}{2}\upsilon$$

$$I = \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}}\langle E^2 \rangle = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}}E_m^2 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}}H_m^2 = \frac{E_m H_m}{2}$$



- ЭМВ с энергией W обладает *импульсом*: $K = \frac{W}{\upsilon}$
- *Плотность импульса волны* (импульс единицы объема волны) равна

$$K_{ед.об.} = \frac{w}{\upsilon} = \frac{S}{\upsilon^2} \rightarrow = \quad _{ед.об.} = \frac{S}{\upsilon^2}$$

Диапазоны электромагнитных волн

Диапазон	Длина волны λ, нм	$E_ф$, эВ
γ - излучение	<0,0012	$>10^6$
Рентгеновское излучение	0,0012...12	100... 10^6
Ультрафиолетовое излучение	12...380	3,2...100
Видимое излучение	380...760	1,6...3,2
Инфракрасное излучение	760...10^6	$1,2 \cdot 10^{-3}$...1,6
Радиоволны	$>10^6$	$<1,2 \cdot 10^{-3}$

Спектр видимого излучения

Спектр	**распределение интенсивности ЭМ волн по длинам или частотам**
Монохроматическая волна	**волна, имеющая постоянную амплитуду и постоянную частоту**

	Цвет	Длина волны λ, нм
Каждый	**Красный**	**620…760**
Охотник	**Оранжевый**	**590…620**
Желает	**Желтый**	**560…590**
Знать	**Зеленый**	**500…590**
Где	**Голубой**	**480…500**
Сидит	**Синий**	**450…480**
Фазан	**Фиолетовый**	**380…450**

Система уравнений Максвелла

В интегральной форме:

$$\oint_L (\mathbf{E}, d\mathbf{l}) = -\int_S \left(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, d\mathbf{S} \right)$$

$$\oint_L (\mathbf{H}, d\mathbf{l}) = \int_S \left(\mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, d\mathbf{S} \right)$$

$$\oint_S (\mathbf{D}, d\mathbf{S}) = \int_V \rho dV$$

$$\oint_S (\mathbf{B}, d\mathbf{S}) = 0$$

В дифференциальной форме:

$$\mathrm{rot}\,\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\mathrm{rot}\,\mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

$$\mathrm{div}\,\mathbf{D} = \rho$$

$$\mathrm{div}\,\mathbf{B} = 0$$

Симметрия уравнений Максвелла

- **Уравнения Максвелла выполняются во всех инерциальных системах отсчета.** Они являются релятивистски инвариантными. Это есть следствие принципа относительности, согласно которому все инерциальные системы отсчета физически эквивалентны друг другу. Факт инвариантности уравнений Максвелла (относительно преобразований Лоренца) подтверждается многочисленными опытными данными.
- Уравнения Максвелла не симметричны относительно электрического и магнитного полей. Это обусловлено тем, что в природе существуют электрические заряды, но нет зарядов магнитных. Вместе с тем в нейтральной однородной непроводящей среде, уравнения Максвелла приобретают симметричный вид

$$\nabla \times \vec{E} = -\partial \vec{B} / \partial t \qquad \nabla \cdot \vec{D} = 0$$

$$\nabla \times \vec{H} = \partial \vec{D} / \partial t \qquad \nabla \cdot \vec{B} = 0$$