

ЭЛЕКТРОСТАТИ КА

раздел физики,
в котором рассматриваются свойства и взаимодействия

НЕПОДВИЖНЫХ

в ИСО **электрически заряженных тел**

Нед ели	Название раздела, темы	Самостоятельная работа обучающихся		Формы контроля
		Вид самостоятельной работы	час.	
1	Электростатика /Электрические заряды. Силовые линии электростатического поля. Принцип суперпозиции электростатических полей.	Конспект по теме Подготовка к лабораторной работе	3	Проверка конспекта
2	Электростатика / Потенциальная энергия взаимодействия системы зарядов	Конспект по теме Решение задач	3,5	Проверка конспекта Проверка решения задач
3	Электростатика /Условия на границе раздела двух диэлектриков	Конспект по теме Решение задач	3	Проверка конспекта Проверка решения задач
4	Электростатика / Уравнение Пуассона для потенциала электростатического поля. Работа электростатического поля	Конспект по теме Решение задач	3	Решение задач
5	Электростатика / Применение теоремы Гаусса для расчета электростатических полей заряженных тел простых симметрий. Теорема Гаусса для вектора поляризованности. Конденсаторы	Конспект по теме Решение задач	3	Проверка решения задач Проверка конспекта
6	Электростатика /Энергия электростатического поля	Решение задач Подготовка к контрольной работе	3	Проверка решения задач Контрольная работа
7	Постоянный электрический / Классическая теория проводимости	Конспект по теме	3	Проверка конспекта
8	Постоянный электрический / Законы Кирхгофа для электрических цепей	Решение задач	3	Проверка решения задач
9	Магнитостатика /Контур с током в магнитном поле. Индукция в тороидальном сердечнике с воздушным зазором	Решение задач	3	Проверка решения задач
10	Магнитостатика /Условия на границе раздела двух магнетиков	Конспект по теме Решение зада	3	Проверка конспекта
11	Магнитостатика / Магнитная восприимчивость и проницаемость.	Решение задач Подготовка к контрольной работе	3	Проверка решения задач Контрольная работа
12	Магнитостатика / Петля Гистерезиса	Конспект по теме Подготовка к лабораторной работе	3,5	Проверка конспекта

План лекции

- | | |
|---|--|
| 1. Электрические заряды.
Закон сохранения электрического заряда. | |
| <u>2.</u> Закон Кулона. | |
| 3. Электростатическое поле. Напряжённость поля. | |
| 4. Примеры вычисления напряжённости поля. | |

1. Электрические заряды. Закон сохранения электрического заряда.

Электрический заряд – q физическая величина, характеризующая свойство тел вступать в электромагнитные взаимодействия.

Единица измерения q = [Кл].

1 Кл = 1 А·с.



положительные отрицательные

Элементарным - называется q протона и электрона, обозначается e , величина равна

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

Электрон имеет отрицательный заряд $-e$, **протон** – положительный заряд $+e$

Надо знать!

- Электрически нейтральные системы содержат равное число зарядов противоположного знака.
- Для электризации тела необходимо создать на нем избыток зарядов того или иного знака.

- Закон сохранения заряда:
алгебраическая сумма зарядов в замкнутой системе сохраняется.

В нормальном состоянии атом нейтрален

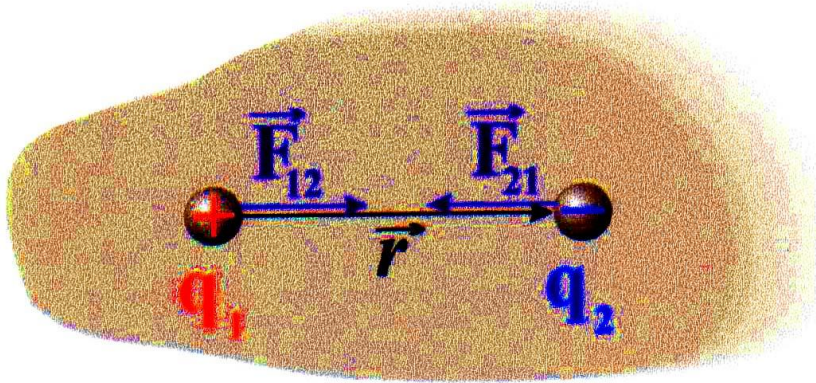
$$q_{+} + q_{-} = 0$$

2. || Закон Кулона.

Закон Кулона, 1785 г.

Два точечных неподвижных тела взаимодействуют с силой, прямо пропорциональной произведению величин зарядов и обратно пропорциональной квадрату расстояния между зарядами. Сила направлена вдоль прямой, соединяющей заряды, причём одноимённые заряды отталкиваются, а разноимённые притягиваются.

В вакууме



$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} = k \frac{q_1 q_2}{r^3} \vec{r}$$

q_1, q_2 - величины взаимодействующих зарядов, r - расстояние между зарядами.

$\vec{r}$ - радиус-вектор.

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$$

Если заряды находятся в однородной и изотропной непроводящей среде

Закон Кулона

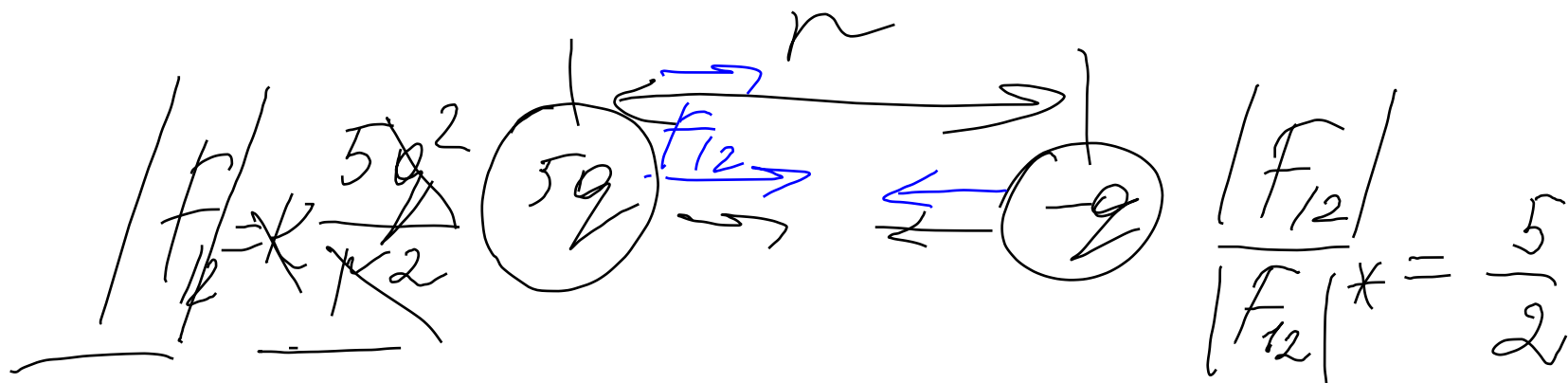


Два точечных заряда q_1 и q_2 взаимодействуют с силой

$$-\vec{F}_{12} = \vec{F}_{21} = k \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^3} \vec{r} \quad \left(k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)$$

ϵ — диэлектрическая проницаемость среды, безразмерная величина, показывающая, во сколько раз сила взаимодействия между зарядами меньше их силы взаимодействия в вакууме $\epsilon = F_0 / F$.

Задача 1. Два маленьких одинаковых металлических шарика заряжены положительным зарядом $5q$ и отрицательным зарядом $-q$ и находятся на некотором расстоянии друг от друга в вакууме. Шарики привели в соприкосновение и развели на прежнее расстояние, поместив их в жидкий диэлектрик с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 2$. Как изменился модуль силы взаимодействия шариков?



Задача 2. Два металлических шарика одинакового радиуса и массы подвешены в одной точке на нитях одинаковой длины так, что их поверхности соприкасаются. Какой заряд Q нужно сообщить шарикам, чтобы сила натяжения нитей стала равной $T=98$ мН? Расстояние от центра шарика до точки подвеса равно $l=10$ см, масса каждого шарика $m=5$ г.

Дано

$$T = 98 \text{ мН}$$

$$l = 10 \text{ см}$$

$$m = 5 \text{ г}$$

$Q = ?$

X:

Решение

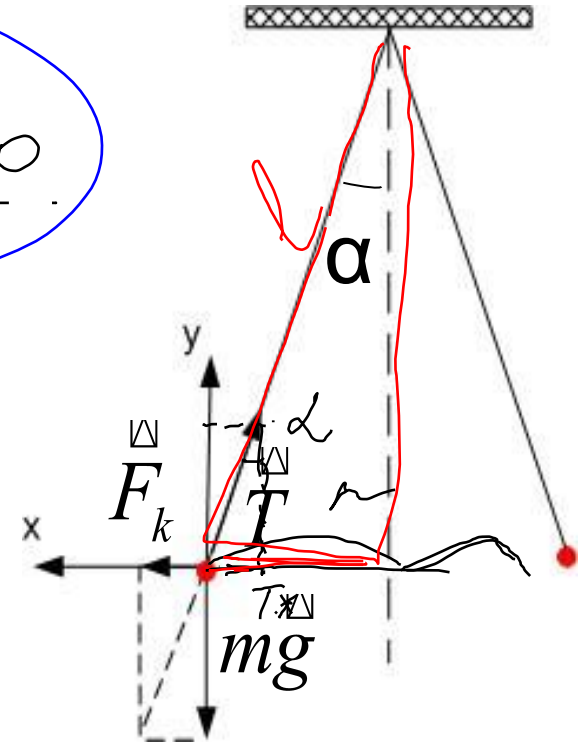
$$\vec{F}_k + \vec{T} + m\vec{g} = 0$$

$$F_k - T \sin \alpha = 0$$

$$k \frac{Q^2}{(4\pi r^2)} - T \sin \alpha = 0$$

$$\sin \alpha = \frac{r}{l} \Rightarrow r = l \sin \alpha$$

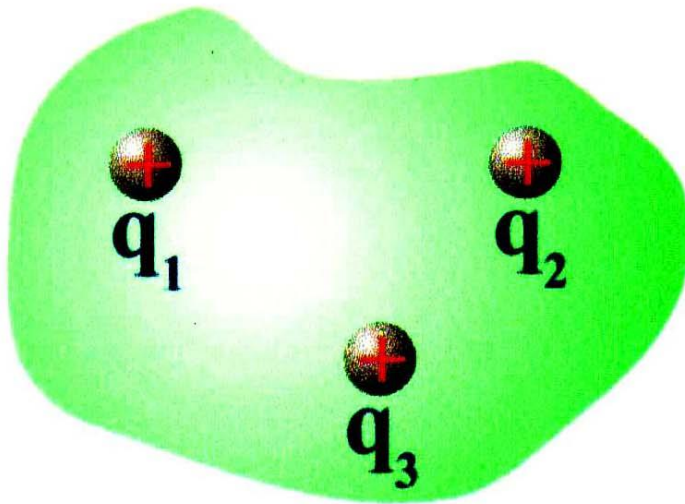
$$X: T \cos \alpha - mg = 0 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{mg}{T}, \sin \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{mg}{T}\right)^2}$$



Ответ: $Q = 1,1 \text{ мкКл}$.

Принцип суперпозиции для кулоновских сил

Пусть имеется система
точечных зарядов



Влияет ли заряд q_3 на взаимодействие зарядов q_1 и q_2 ?

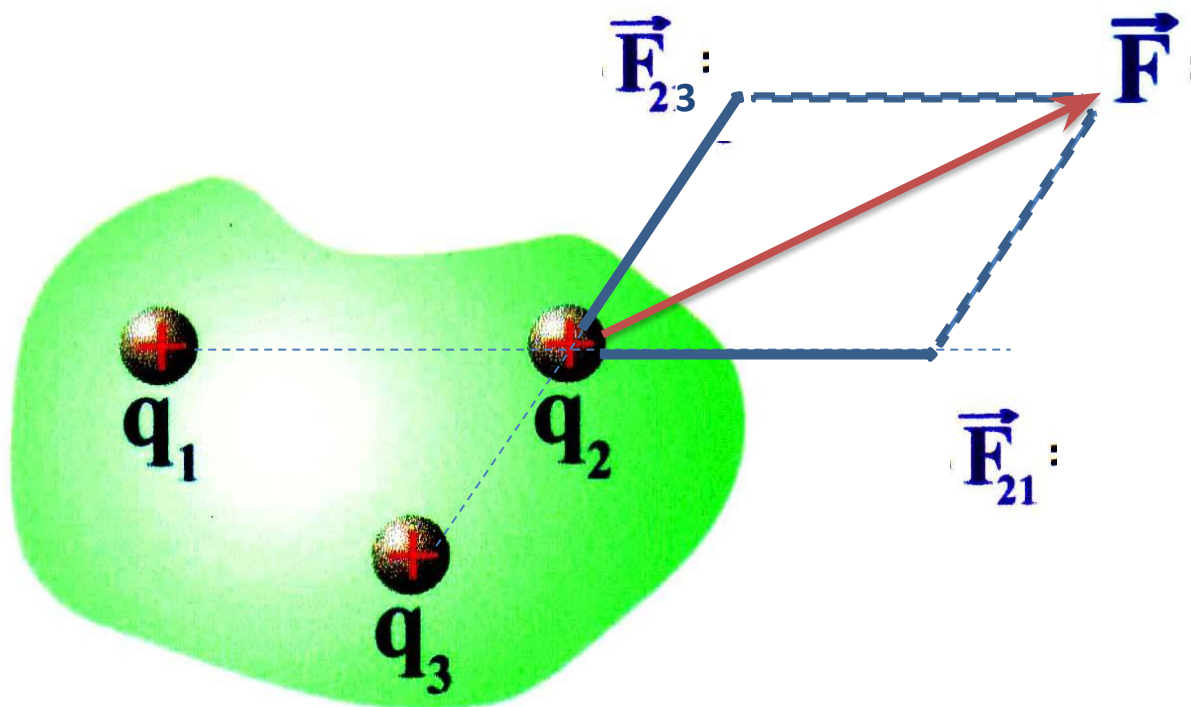
Опыт показывает:

Взаимодействие q_1 и q_2 не зависит от присутствия q_3 .

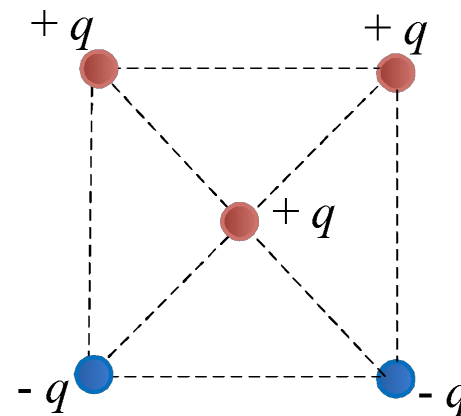
Принцип суперпозиции

Сила, действующая на заряд со стороны системы электрических зарядов $q_1, q_2, q_3, \dots, q_N$, равна векторной сумме сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_N$, действующих со стороны каждого заряда

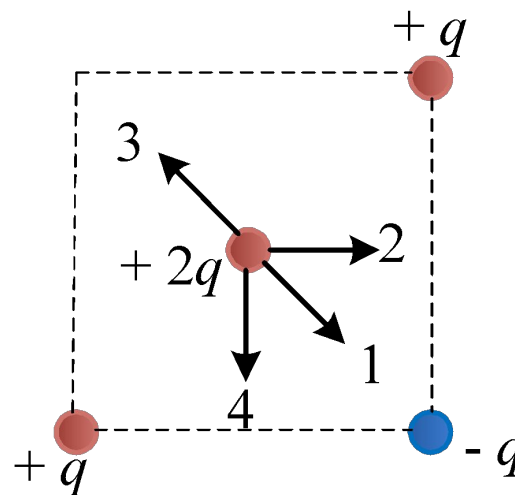
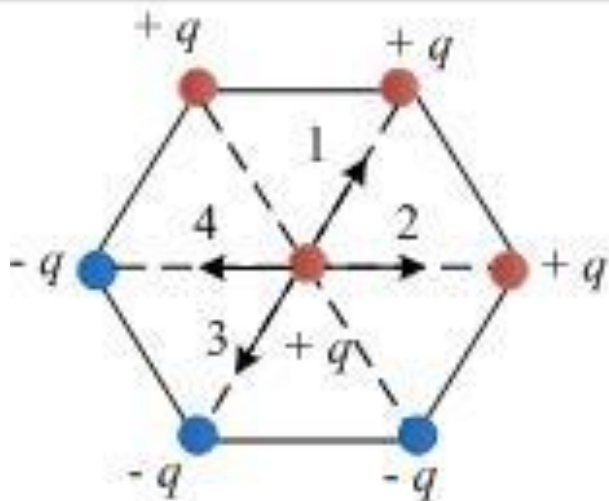
$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_N$$



Задача 3. Заряды расположены в вершинах квадрата со стороной a и в его центре, модули всех зарядов одинаковы и равны q , знаки показаны на рисунке. Сила, приложенная к центральному заряду, равна



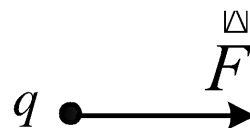
Выбрать номер вектора, который правильно отображает направления действия силы на заряд в центре со стороны зарядов, расположенных в вершинах



Определить знаки q_1 и q_2

q_1 ●

● q_2



3. || Электростатическое поле.

Силовое поле – протяжённый материальный объект, занимающий какую-либо часть пространства, в каждой точке которой на некоторые тела действуют вполне определённые силы.

Различные физические поля отличаются друг от друга по следующим признакам:

- 1) в результате наличия каких тел и в каких условиях то или иное **поле возникает**;
- 2) на какие тела (и в каких условиях) то или иное **поле действует**;
- 3) **каковы силы**, действующие на те или иные тела.

Например, **гравитационное поле**

- 1) **возникает**, если имеются [redacted];
- 2) **действует** на [redacted]
- 3) **сила**, действующая со стороны гравитационного поля на тела, обладающие массой в конечном счёте определяется

[redacted].

Стационарное поле — такое поле, в котором сила зависит только от координат, но не зависит от времени.

Электрический заряд — особое свойство материального объекта, которое проявляется в наличии в окружающем пространстве связанного с этим объектом электромагнитного поля.

Электростатическое поле исследуют с помощью пробного заряда **q**, помещенного в разные точки поля



Сила, действующая на пробный заряд **q₊**, зависит от точки поля

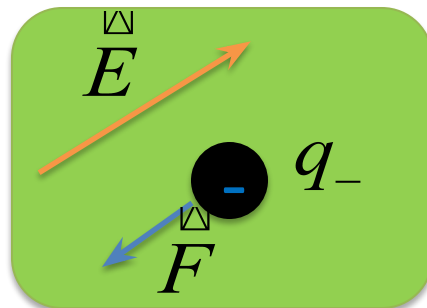
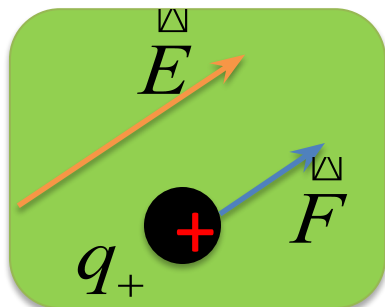
Пробный заряд не искажает исследуемое поле (не вызывает перераспределения зарядов, создающих электрическое поле).

Таким образом, **стационарное электрическое поле**

- 1) возникает, если имеются тела, обладающие [REDACTED];
- 2) действует на тела, обладающие [REDACTED];
- 3) сила, действующая со стороны стационарного электрического поля на тела, обладающие зарядом, в конечном счёте определяется законом

Напряжённость электрического поля — векторная величина, модуль

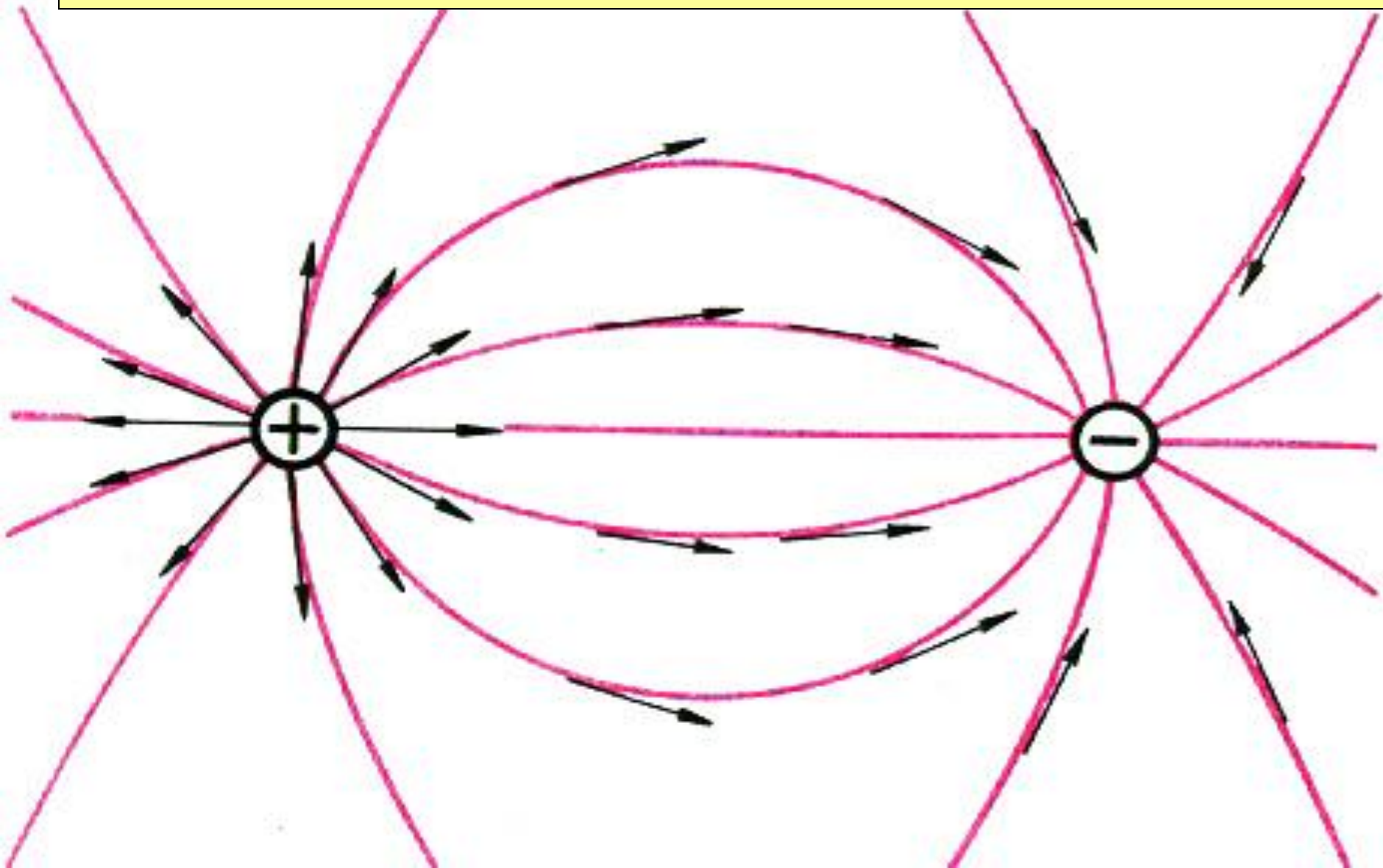
Напряжённость поля – его **СИЛОВАЯ** характеристика.

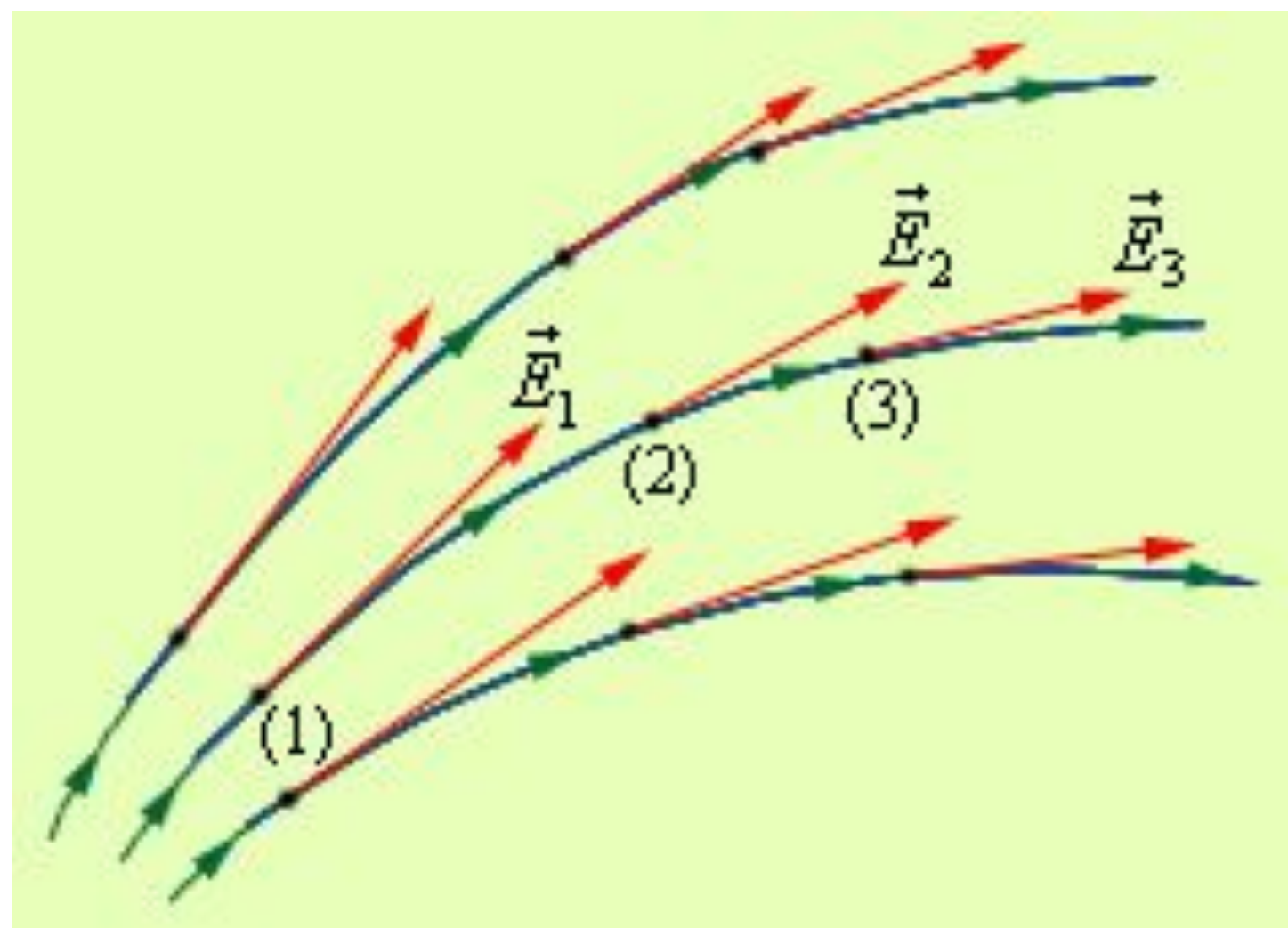


$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_+} \quad \left(\frac{N}{C} \right)$$

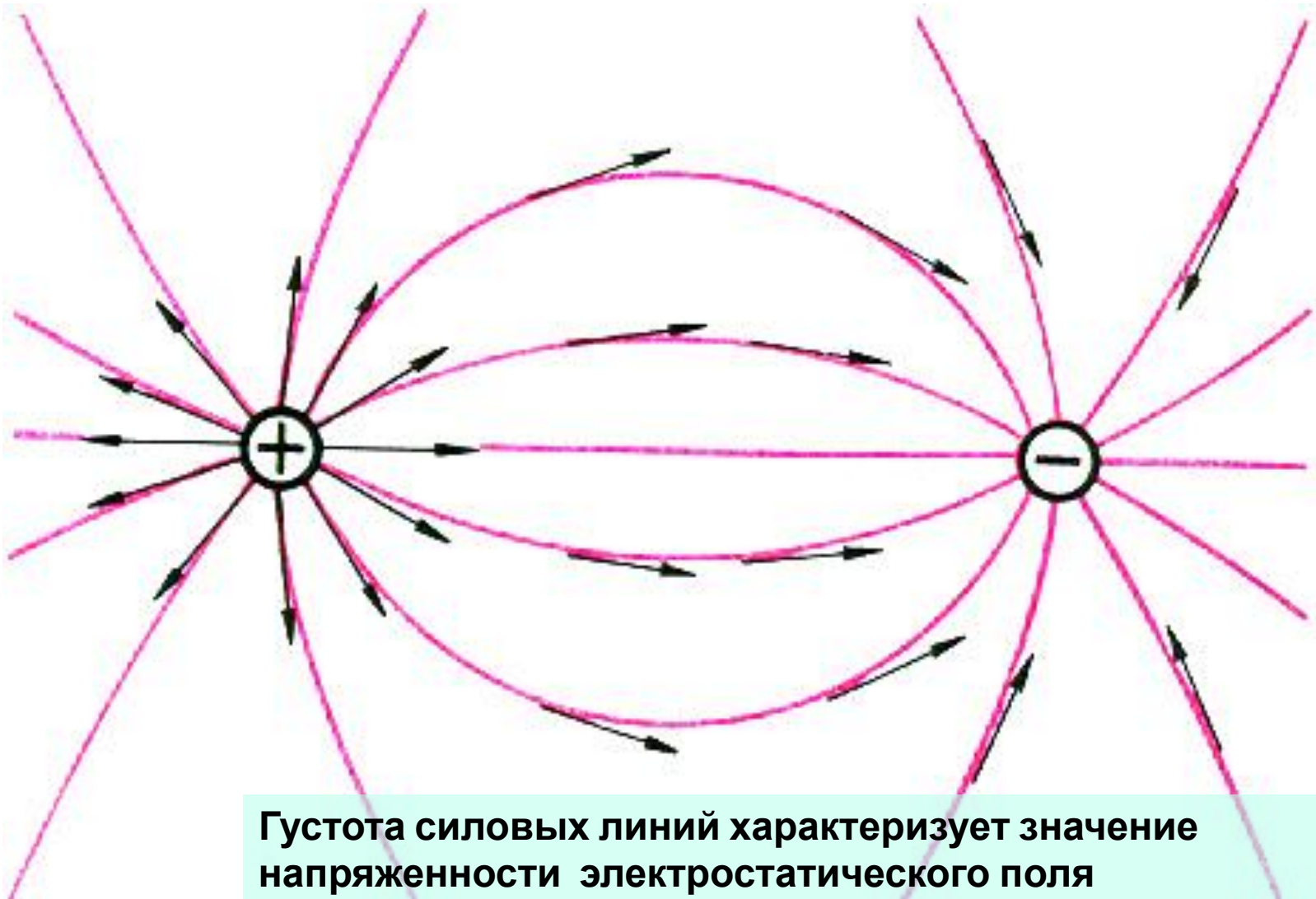
$$1 \text{ H/Kл} = 1 \text{ B/м}$$

Для графического изображения поля используются *силовые линии*. Касательные к силовым линиям совпадают с направлением вектора напряженности в данной точке поля.



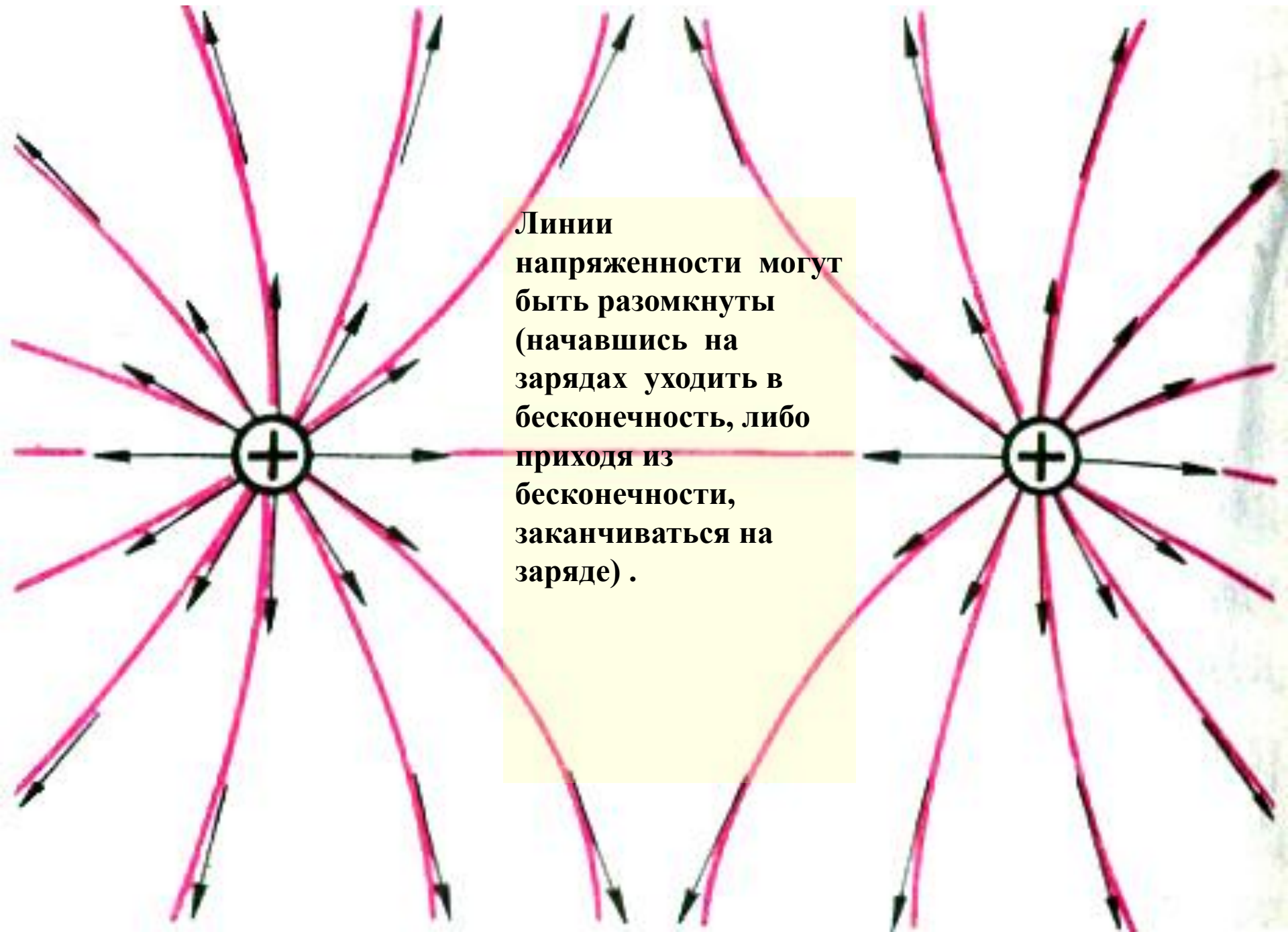


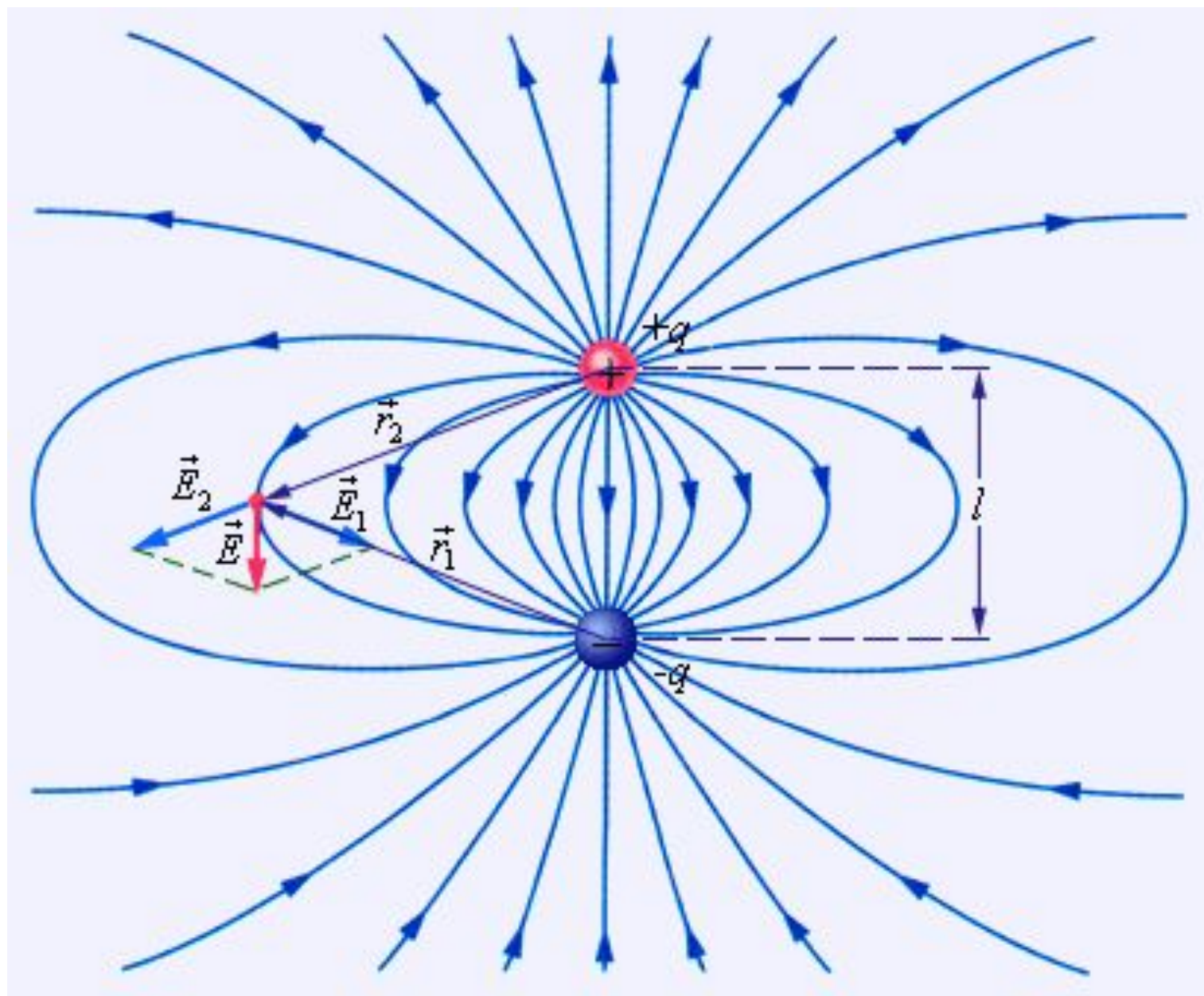
Линии напряженности начинаются на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных.



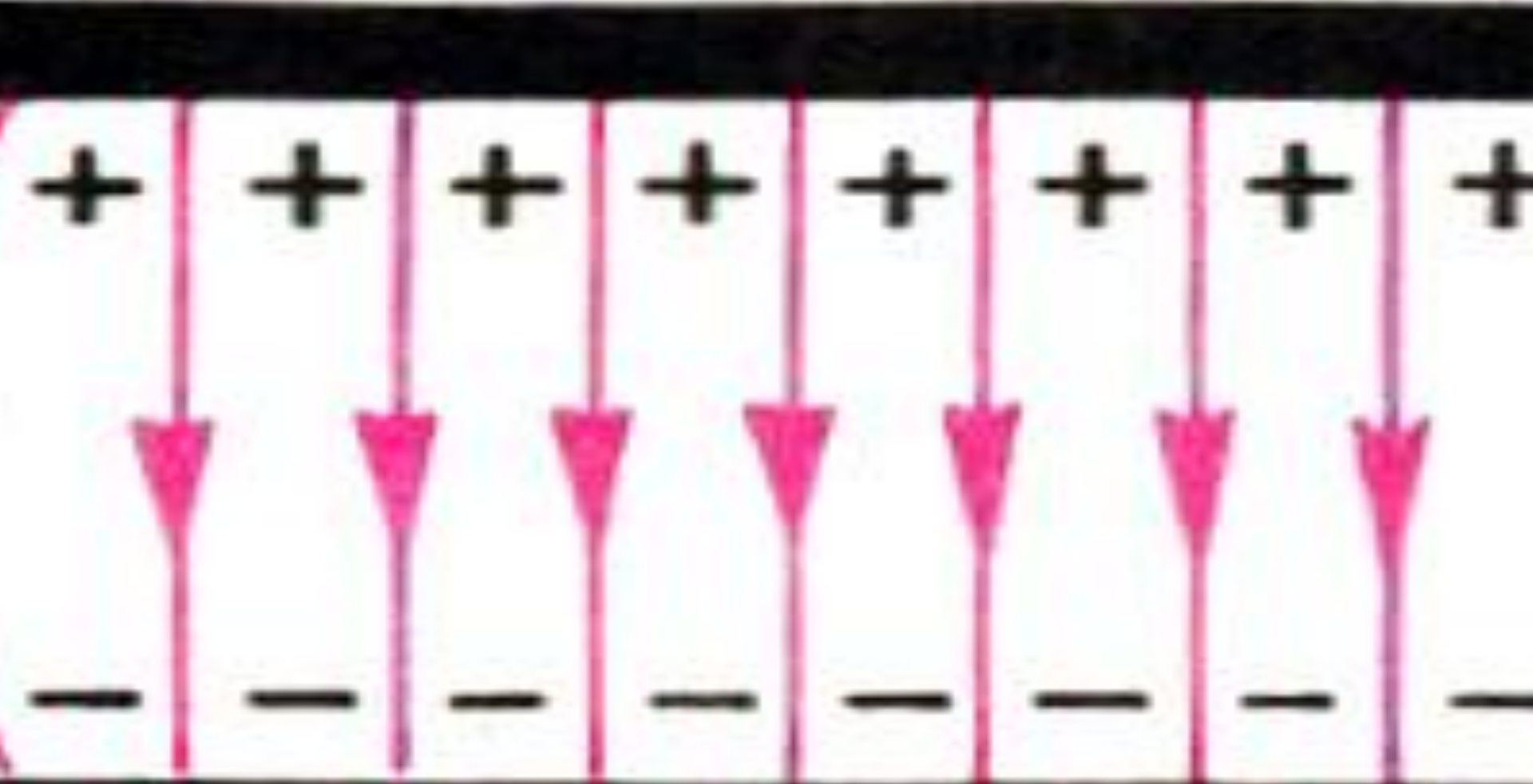
Густота силовых линий характеризует значение напряженности электростатического поля

Линии
напряженности могут
быть разомкнуты
(начавшись на
зарядах уходить в
бесконечность, либо
приходя из
бесконечности,
заканчиваться на
заряде) .





В однородном поле напряженность в каждой точке одинакова по величине и направлению, поэтому оно изображается системой параллельных силовых линий, равномерно распределенных в пространстве.



Поле точечного заряда

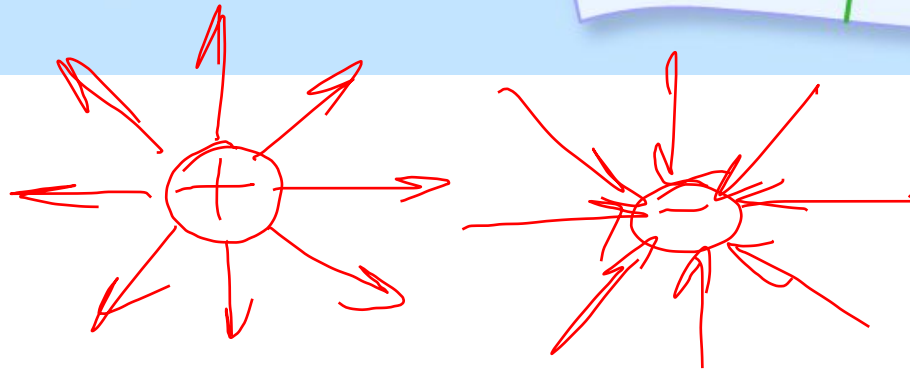
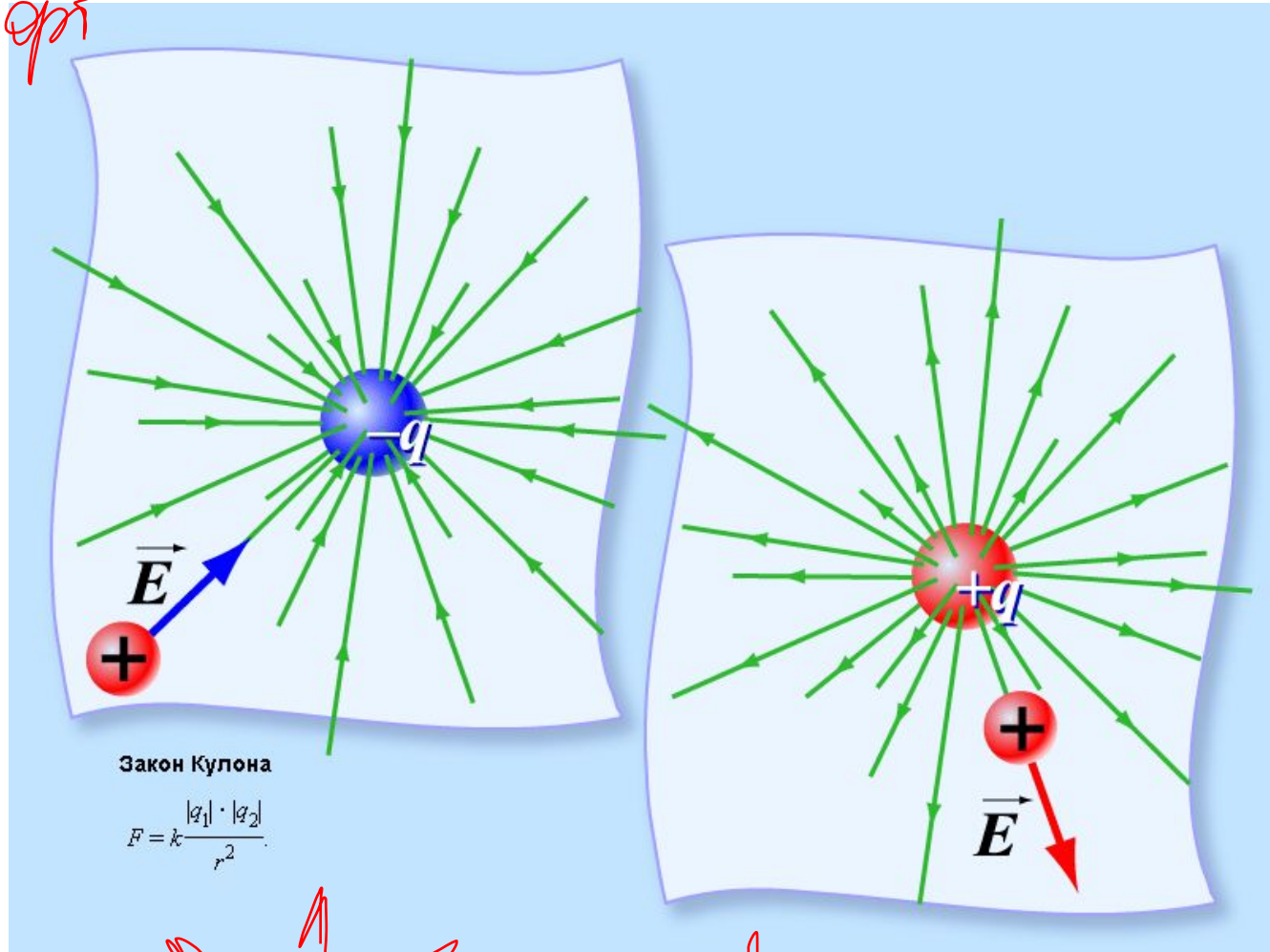
$$\vec{F} = k \frac{q \cdot q_{np}}{r^2} \vec{e}_r;$$

$$\vec{E} \equiv \frac{\vec{F}}{q_{np}} \Rightarrow$$

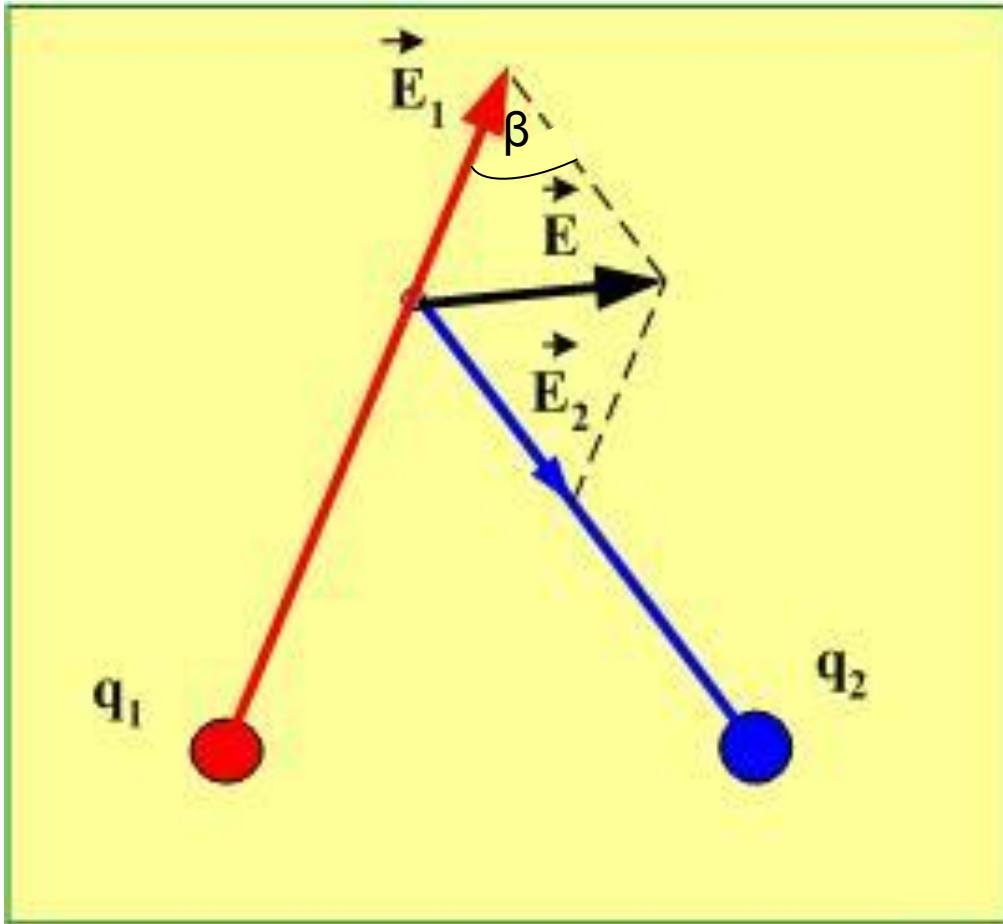
$$\vec{E} = k \frac{q \cdot q_{np}}{q_{np} r^2} \vec{e}_r \Rightarrow$$

$$\vec{E} = k \frac{q}{r^2} \vec{e}_r;$$

$$E = k \frac{|q|}{r^2}.$$



Пример применения принципа суперпозиции для системы двух точечных зарядов разного знака



$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2 \cos \beta}$$

Принцип суперпозиции

электростатических полей:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{пр}} \quad \rightarrow$$

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$$

или

$$\vec{E} = \int d\vec{E}_i$$

Напряженность электростатического поля, создаваемого системой точечных зарядов в произвольной его точке равна векторной сумме (интегралу) напряженностей полей, создаваемых в этой точке каждым зарядом в отдельности (распределенным зарядом).

Виды распределенного заряда

- линейный

τ - линейная
плотность
заряда, Кл/м



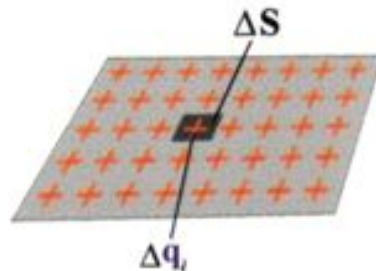
$$\tau = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta l} = \frac{dq}{dl}$$

$$q = \int_l \tau dl$$

-

поверхностный

σ -
поверхностная
плотность
заряда. Кл/м²

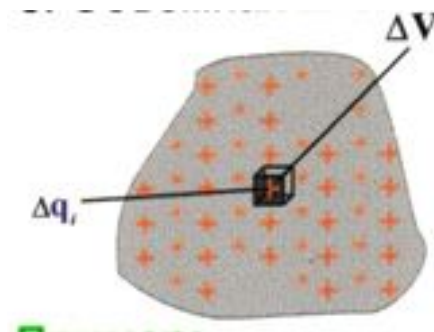


$$\sigma = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta S} = \frac{dq}{dS}$$

$$q = \int_s \sigma dS$$

- объемный

ρ - объемная
плотность
заряда, Кл/м³



$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V} = \frac{dq}{dV}$$

$$q = \int_v \rho dV$$

В случае, когда заряд равномерно распределен по телу

$\tau = \text{const},$

$$\tau = \frac{q}{l}$$

$\sigma = \text{const},$

$$\sigma = \frac{q}{S}$$

$\rho = \text{const}$

$$\rho = \frac{q}{V}$$

4. Примеры вычисления напряжённости поля.

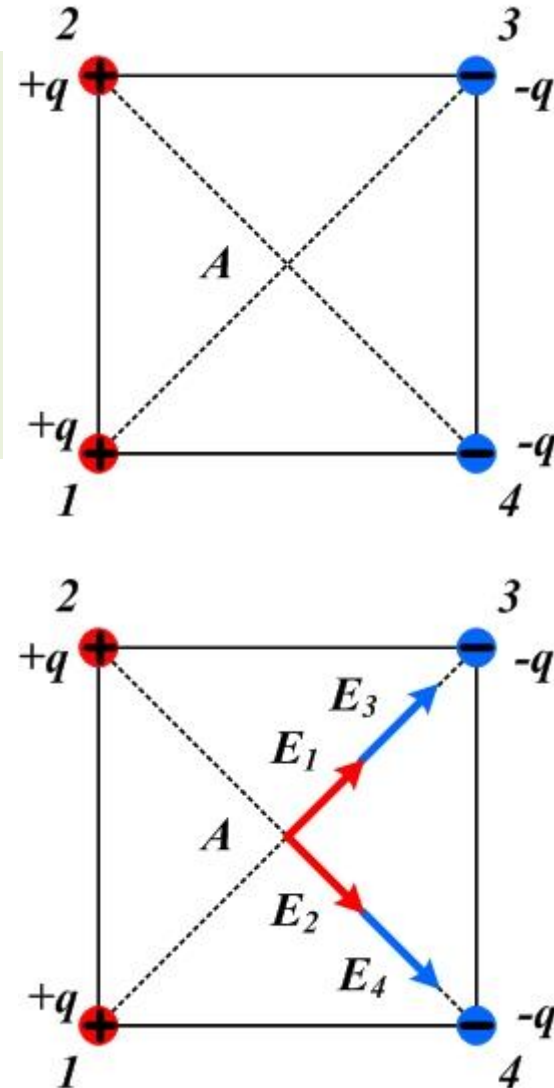
4. Определить напряженность электростатического поля, создаваемого четырьмя точечными зарядами, расположенными в вершинах квадрата в точке, лежащей в центре этого квадрата. Заряды одинаковые по величине, знаки зарядов указаны на рисунке. Величины зарядов равны q , сторона квадрата равна a .

Векторы напряжённости E_1 , E_2 , E_3 , E_4 созданы зарядами в точках 1, 2, 3 и 4.

Согласно принципу суперпозиции

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4.$$

Для сложения векторов воспользуемся методом координат. Выберем оси координат.



По величине

$$E_1 = E_2 = E_3 = E_4 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}, \quad r = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$E_x = E_{1x} + E_{2x} + E_{3x} + E_{4x} = 4E_{1x} = 4E_{1x} \cos \alpha.$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4}, \quad \cos \alpha = \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

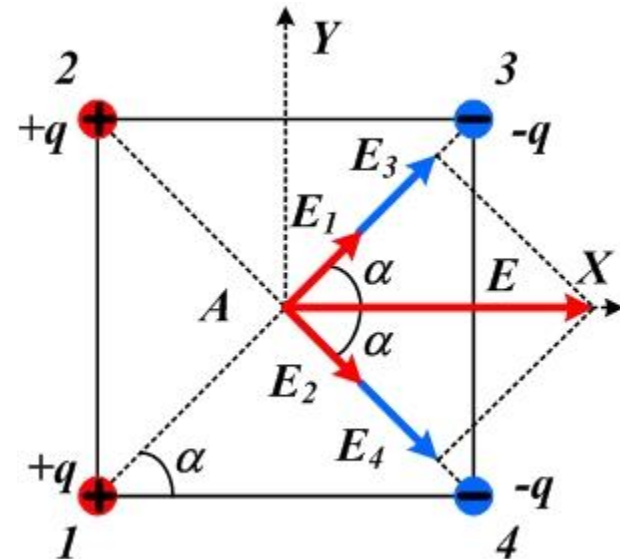
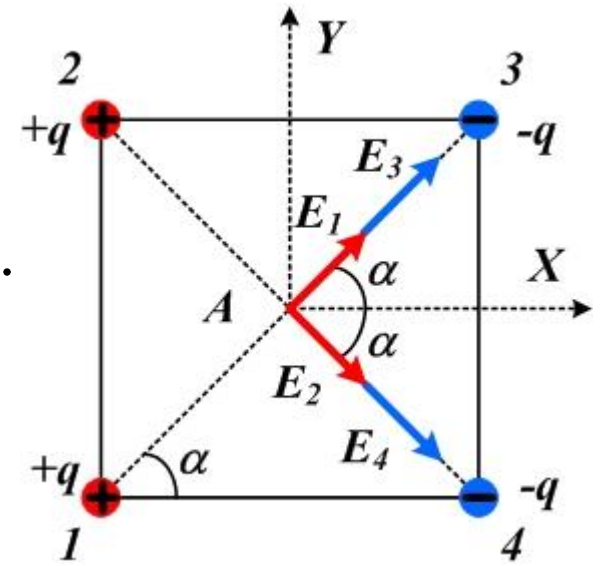
$$E_x = 4E_{1x} \cos \alpha = k \frac{2q}{a^2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = k \frac{q}{a^2} \sqrt{2}. \quad *4$$

$$E_y = E_{1y} + E_{2y} + E_{3y} + E_{4y} = 2E_1 \sin \alpha - 2E_1 \sin \alpha = 0.$$

В результате

$$|E| = E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{a^2} \sqrt{2}. \quad *4$$

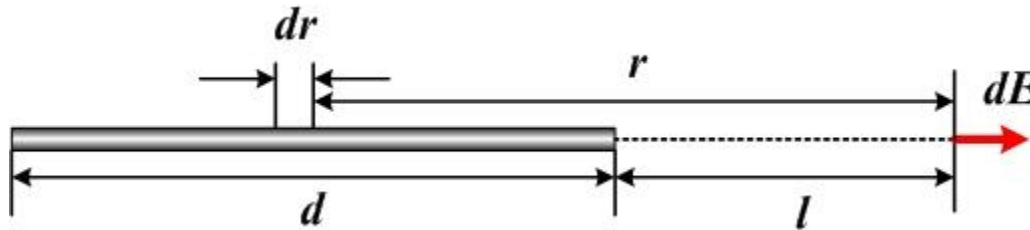
Направлен вектор напряжённости поля вдоль оси ОХ, то есть из центра квадрата в направлении середины стороны, соединяющей отрицательные заряды.



5. Определить напряженность электростатического поля, создаваемого тонким равномерно заряженным стержнем в точке, лежащей на его оси. Длина стержня d , расстояние от конца стержня до точки наблюдения l . Заряд стержня равен q .



Разделим стержень на множество малых отрезков, заряды которых можно считать точечными. Тогда напряжённость поля, создаваемую каждым из этих отрезков можно определять, как напряжённость поля точечного заряда.



$$dE = k \frac{dq}{r^2}, \quad dq = \frac{q}{d} dr = \tau dr, \quad \tau = \frac{q}{d}.$$

Согласно принципу суперпозиции

$$\vec{E} = \sum_i \vec{dE}_i.$$

Все векторы dE сонаправлены, поэтому для модуля вектора напряжённости

$$E = \sum_i |dE_i| = \left| \int_l^{l+d} dE \right|.$$

$$E = \sum_i |dE_i| = \left| \int_l^{l+d} dE \right|.$$

$$dE = k \frac{dq}{r^2}, \quad dq = \frac{q}{d} dr = \tau dr, \quad \tau = \frac{q}{d}.$$

$$E = \int_l^{l+d} k \frac{dq}{r^2} = \int_l^{l+d} k \frac{\tau dr}{r^2} = -k\tau \left(\frac{1}{l+d} - \frac{1}{l} \right) = k\tau \frac{d}{l(l+d)}.$$

$$E = k \frac{q}{d} \frac{d}{l(l+d)} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{l(l+d)}.$$

6. Определить зависимость напряженности электрического поля на оси однородно заряженного кольца от продольной координаты. В какой точке достигается максимальное значение напряженности?

Разделим кольцо на множество малых отрезков, заряды которых можно считать точечными. Тогда напряжённость поля, создаваемую каждым из этих отрезков можно определять, как напряжённость поля точечного заряда.

По величине

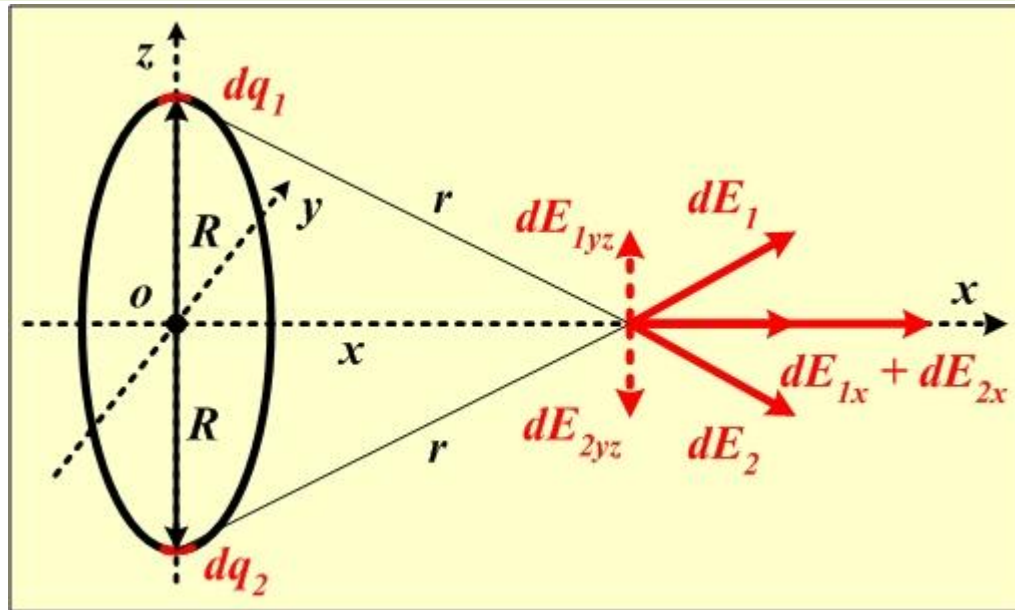
$$dE = k \frac{dq}{r^2}.$$

Направление отдельных векторов dE см. на рисунке.

Согласно принципу суперпозиции

$$\vec{E} = \sum \vec{dE}.$$

$$E = \int dE = \int \frac{dq \cos \alpha}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$



Рассмотрим два диаметрально противоположных участка кольца, несущих заряды dq_1 и dq_2 . Они создают векторы напряжённости dE_1 и dE_2 (см. рис.).

$$dE_{1yz} = -dE_{2yz}.$$

$$dE_{1yz} + dE_{2yz} = 0.$$

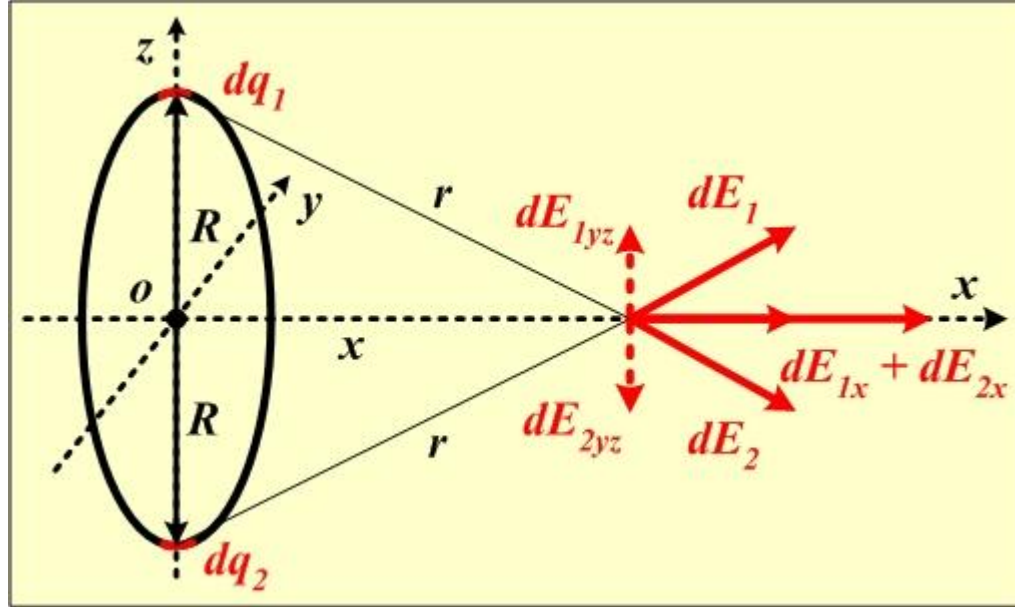
$$\sum_i dE_{iyz} = 0.$$

Так как каждому участку кольца найдётся диаметрально противоположный.

$$E_{yz} = \sum_i dE_{iyz} = 0.$$

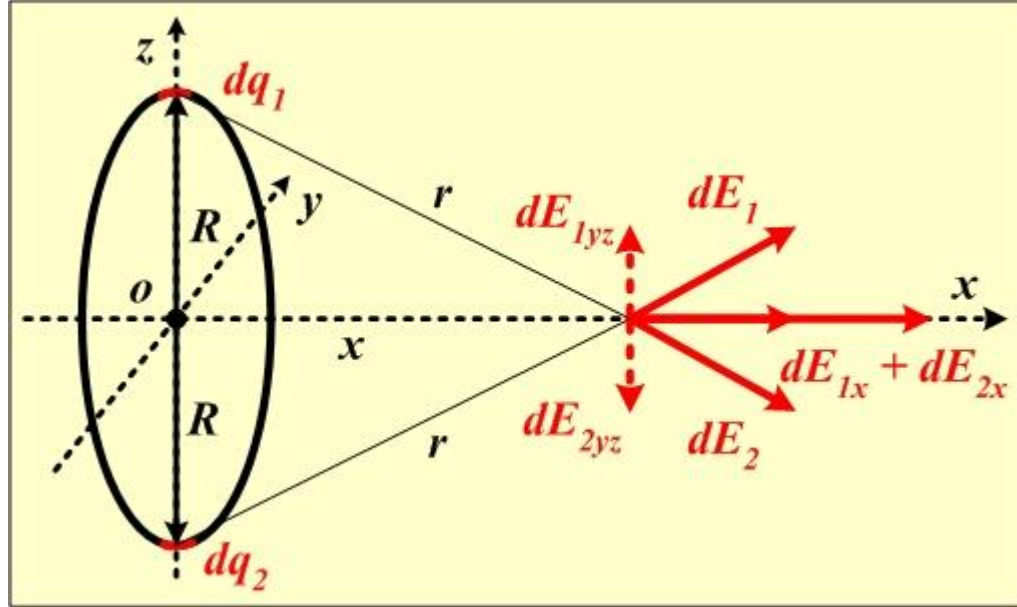
$$E_x = \sum_i dE_{xi} = \sum_i dE_i \cos \alpha = \left(\sum_i dE_i \right) \cos \alpha.$$

$$E = \int dE_x = \int \frac{dq \cos \alpha}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$



$$E = \int \frac{dq \cos \alpha}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\cos \alpha}{4\pi\epsilon_0 r^2} \int dq.$$

$$E = \frac{q \cos \alpha}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$



$$r = \sqrt{x^2 + R^2};$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{r} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}}.$$

$$E = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + x^2)^{3/2}}.$$

При $x \rightarrow 0$

$$E = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + x^2)^{3/2}} \rightarrow 0.$$

При $x \gg R$

$$E = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + x^2)^{3/2}} \rightarrow \frac{q}{4\pi\epsilon_0 x^2} \rightarrow 0.$$

У такой функции должен быть хотя бы один максимум.

Условие экстремума (максимума): $\frac{dE(x)}{dx} = 0.$

$$\frac{dE(x)}{dx} = \frac{4\pi\varepsilon_0 q[(R^2 + x^2)^{3/2} - (3/2)(R^2 + x^2)^{1/2} 2x \cdot x]}{(4\pi\varepsilon_0)^2 (R^2 + x^2)^3} = 0.$$

$$(R^2 + x^2)^{3/2} - \frac{3}{2}(R^2 + x^2)^{1/2} \cdot 2x^2 = 0;$$

$$\left((R^2 + x^2)^{1/2}\right) \left[(R^2 + x^2) - 3x^2\right] = 0;$$

$$(R^2 + x^2) - 3x^2 = 0; \qquad R^2 - 2x^2 = 0.$$

$$x = \frac{R}{\sqrt{2}}$$

7. Определить зависимость напряженности электрического поля на прямой, перпендикулярной однородно заряженной бесконечной тонкой нити от продольной координаты.

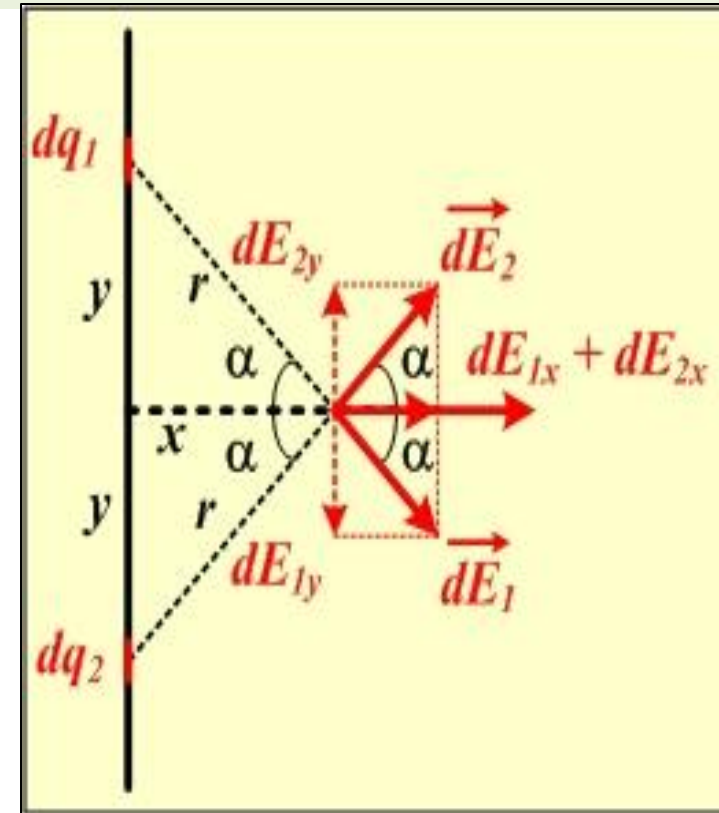
Разделим нить на множество малых отрезков, заряды которых можно считать точечными. Тогда напряжённость поля, создаваемую каждым из этих отрезков можно определять, как напряжённость поля точечного заряда.

По величине

$$dE = k \frac{dq}{r^2}.$$

Направление отдельных векторов dE см. на рисунке.

Согласно принципу суперпозиции $\vec{E} = \sum d\vec{E}$.



Рассмотрим два участка кольца, расположенных на одинаковых расстояниях от рассматриваемой прямой и несущих заряды dq_1 и dq_2 . Они создают векторы напряжённости $d\vec{E}_1$ и $d\vec{E}_2$ (см. рис.).

$$dE_{1y} = -dE_{2y}.$$

$$dE_{1y} = -dE_{2y}. \quad dE_{1y} + dE_{2y} = 0.$$

$$\sum_i dE_{iy} = 0.$$

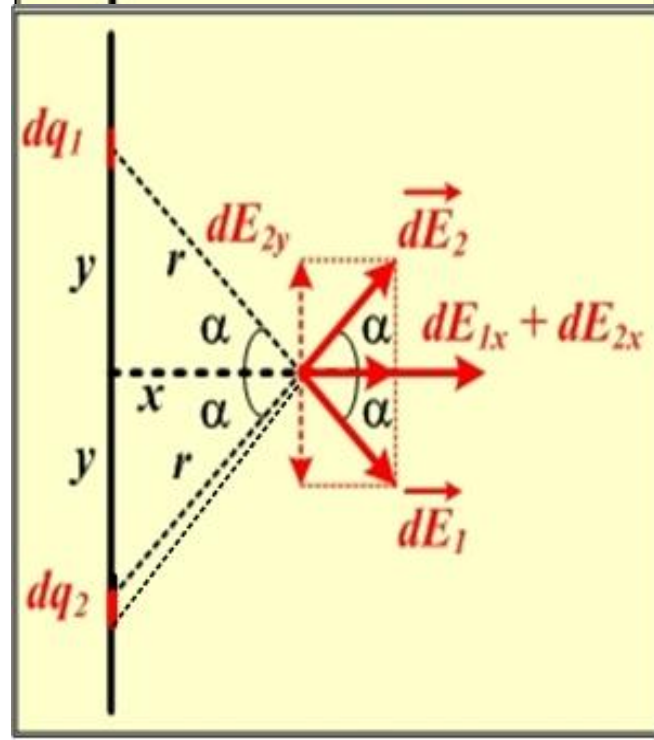
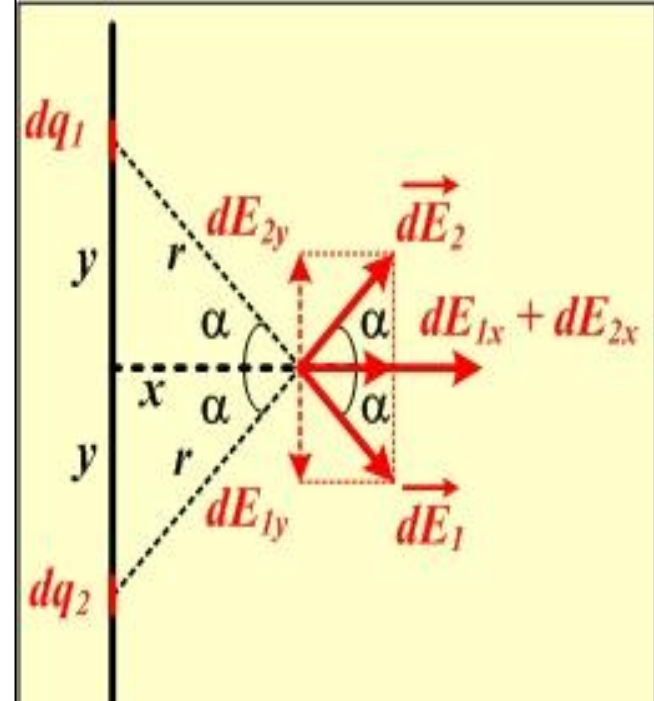
Так как для каждого участка бесконечной нити найдётся другой участок, лежащий на таком же расстоянии от прямой.

Вектор напряжённости поля перпендикулярен нити.

$$E_x = \sum_i dE_{ix} = \sum_i (dE_{ix} \cdot \cos \alpha)_i.$$

$$dE = k \frac{dq}{r^2}.$$

$$\begin{aligned} E &= \int dE_{ix} \cdot \cos \alpha = \int k \frac{dq}{r^2} \cos \alpha = \\ &= \int k \frac{\tau dl}{r^2} \cos \alpha. \end{aligned}$$



Выразим заряд dq через элементарный угол $d\alpha$.

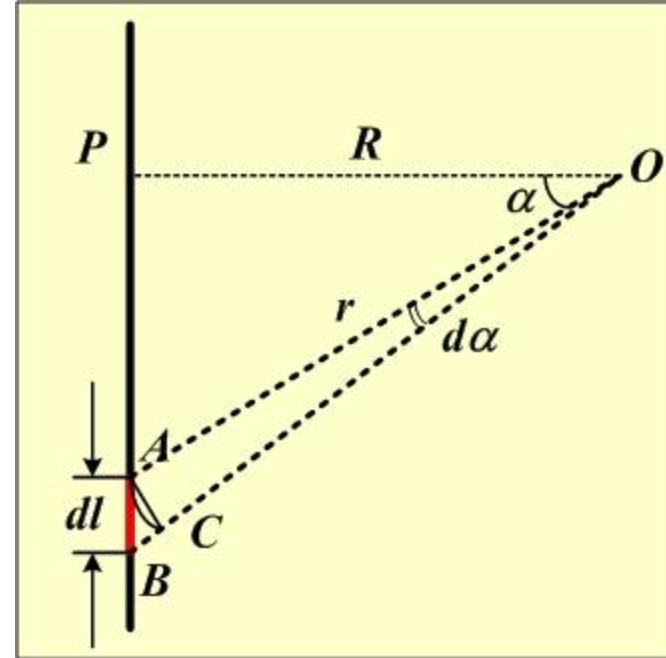
$$\cup AC \approx AC,$$

AC можно рассматривать одновременно как дугу, хорду и касательную, так как угол $d\alpha$ бесконечно мал.

$$AC \perp AO.$$

$$\angle POA = \angle BAC = \alpha,$$

так как $AC \perp AO, \quad AP \perp PO.$



$$dl = |AB| = \frac{|AC|}{\cos \alpha},$$

$$|AC| = |\cup AC| = r d\alpha.$$

$$dl = \frac{r d\alpha}{\cos \alpha}.$$

$$dq = \tau dl = \frac{\tau r d\alpha}{\cos \alpha}.$$

$$r = \frac{R}{\cos \alpha}.$$

$$E = \int k \frac{\tau dl}{r^2} \cos \alpha = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} k \frac{\tau r}{\cos \alpha} \frac{\cos \alpha}{r^2} d\alpha = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} k \frac{\tau}{r} d\alpha = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} k \frac{\tau}{R} \cos \alpha d\alpha.$$

$$E = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} k \frac{\tau}{R} \cos \alpha d\alpha = k \frac{\tau}{R} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \cos \alpha d\alpha = k \frac{\tau}{R} (\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2).$$

$$E = k \frac{\tau}{R} (\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2).$$

α_1, α_2 — углы, определяющие направления из точки наблюдения на крайние точки нити.

Если нить *бесконечна*, то углы

$$\alpha_1 = \frac{\pi}{2}, \quad \alpha_2 = -\frac{\pi}{2}.$$

$$E = k \frac{\tau}{R} (1 - (-1)) = 2k \frac{\tau}{R}.$$

$$E = \frac{2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\tau}{R} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\tau}{R}.$$

