

Муниципальное Автономное Общеобразовательное
Учреждение
средняя общеобразовательная школа №2,
пгт Серышево Амурской области.

ЕГЭ математика

тригонометрические уравнения

Решение заданий № 13

Учитель математики Ведунова
С.Н.

а) Решите уравнение

$$6 \cos^2 x - 7 \cos x - 5 = 0$$

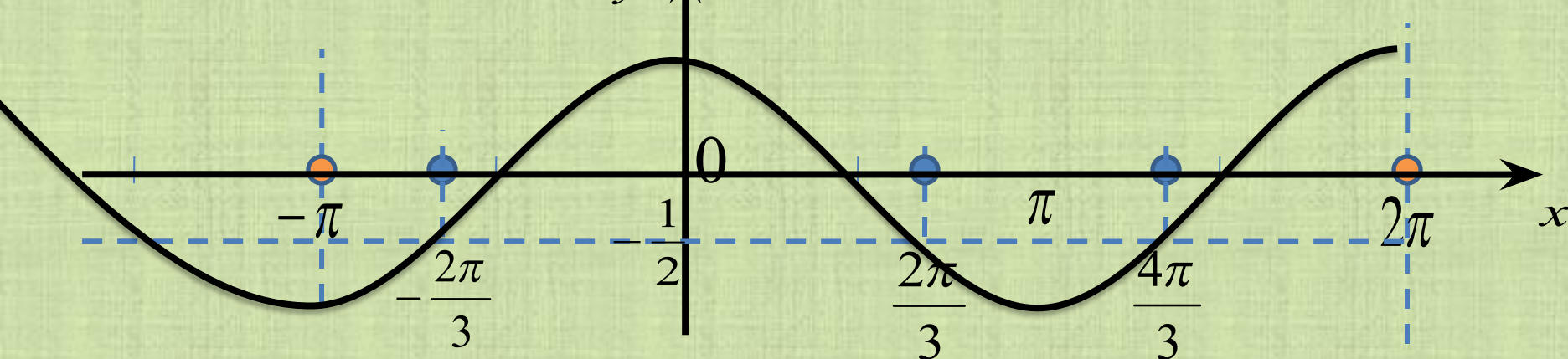
б) Найдите корни, принадлежащие отрезку $[-\pi; 2\pi]$

Решение: $\cos x = t, -1 \leq t \leq 1$

$$\cos x = -\frac{1}{2}, x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

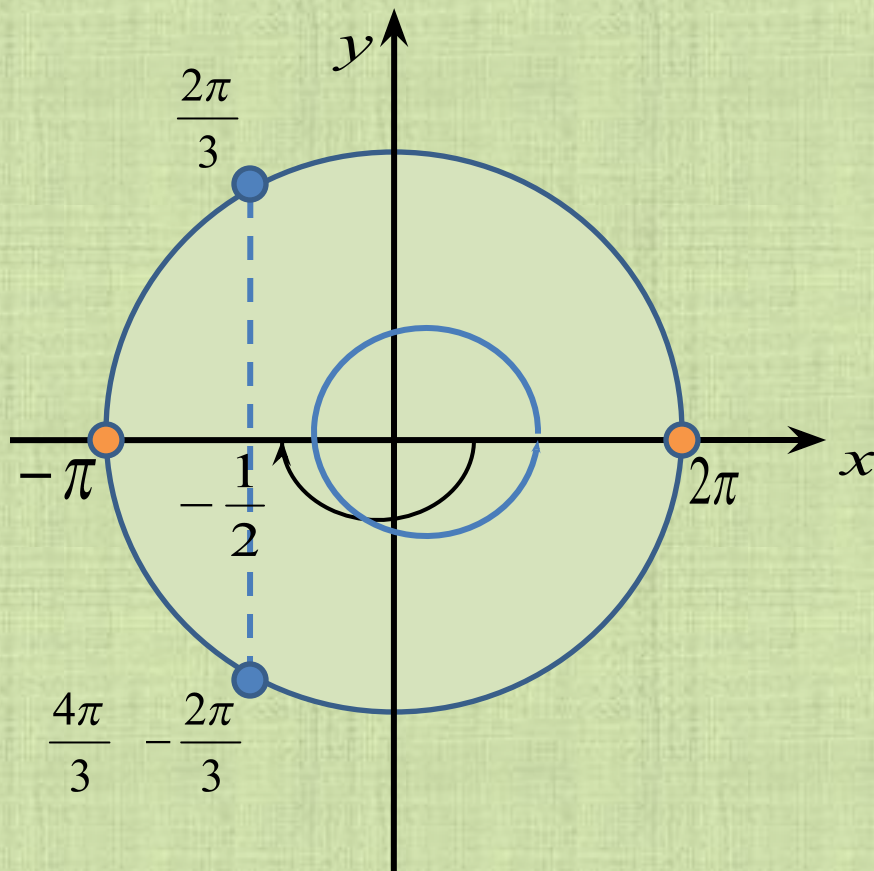
$$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

1 способ: отбор корней по графику



2 способ: отбор корней по окружности

$[-\pi; 2\pi]$



3 способ: отбор корней неравенством

$$[-\pi; 2\pi]$$

$$x_1 = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x_2 = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$-\pi \leq \frac{2\pi}{3} + 2\pi n \leq 2\pi$$

$$-\pi \leq -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n \leq 2\pi$$

$$-1 \leq \frac{2}{3} + 2n \leq 2$$

$$-\frac{1}{3} \leq 2n \leq \frac{8}{3}$$

$$-\frac{5}{3} \leq 2n \leq \frac{4}{3}$$

$$-\frac{1}{6} \leq n \leq \frac{8}{6}$$

$$-\frac{5}{6} \leq n \leq \frac{4}{6}$$

$$n = 0; 1$$

$$n = 0$$

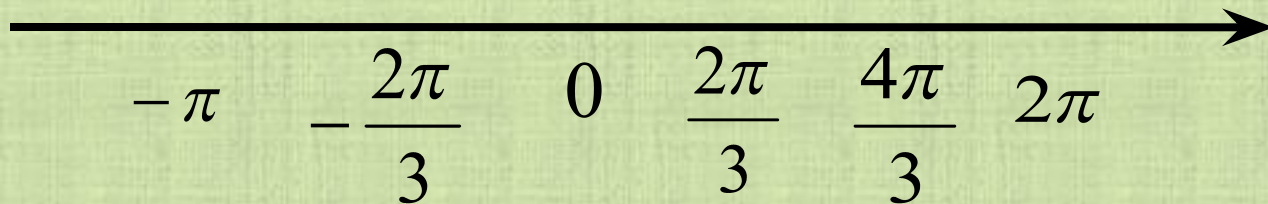
$$x = -\frac{2\pi}{3} \quad x = \frac{4\pi}{3}$$

$$x = \frac{2\pi}{3}$$

4 способ: отбор корней по значениям n

$[-\pi; 2\pi]$

n	-1	0	1	2
$x_1 = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$	$-\frac{4\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{8\pi}{3}$	
$x_2 = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n$	$-\frac{8\pi}{3}$	$-\frac{2\pi}{3}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{10\pi}{3}$



Ответ

:

$$\text{а) } x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{б) } -\frac{2\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}.$$

1. а) Решить уравнение
 $\sin 2x = \cos x$

б) Найдите корни принадлежащие
промежутку $\left[-\pi; \frac{3\pi}{4}\right]$

$$\cos x = 0$$

или

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

1 способ

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}; \quad x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \quad x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

при $n = 0$

при $k = 0$

$$x = \frac{\pi}{2} \in [-\pi; \frac{3\pi}{4}]; \quad x = \frac{\pi}{6} \in [-\pi; \frac{3\pi}{4}]; \quad x = \frac{5\pi}{6} \notin [-\pi; \frac{3\pi}{4}]$$

при $n = 1$

при $k = 1$

$$x = \frac{3\pi}{2} \notin [-\pi; \frac{3\pi}{4}]; \quad x = \frac{13\pi}{6} \notin [-\pi; \frac{3\pi}{4}]; \quad x = \frac{17\pi}{6} \notin [-\pi; \frac{3\pi}{4}]$$

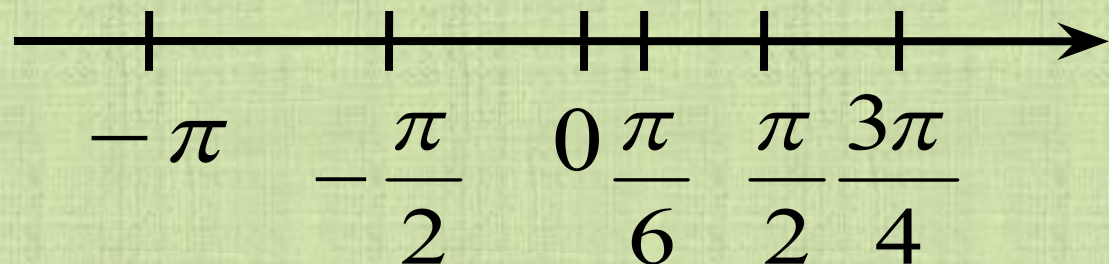
при $n = -1$

при $k = -1$

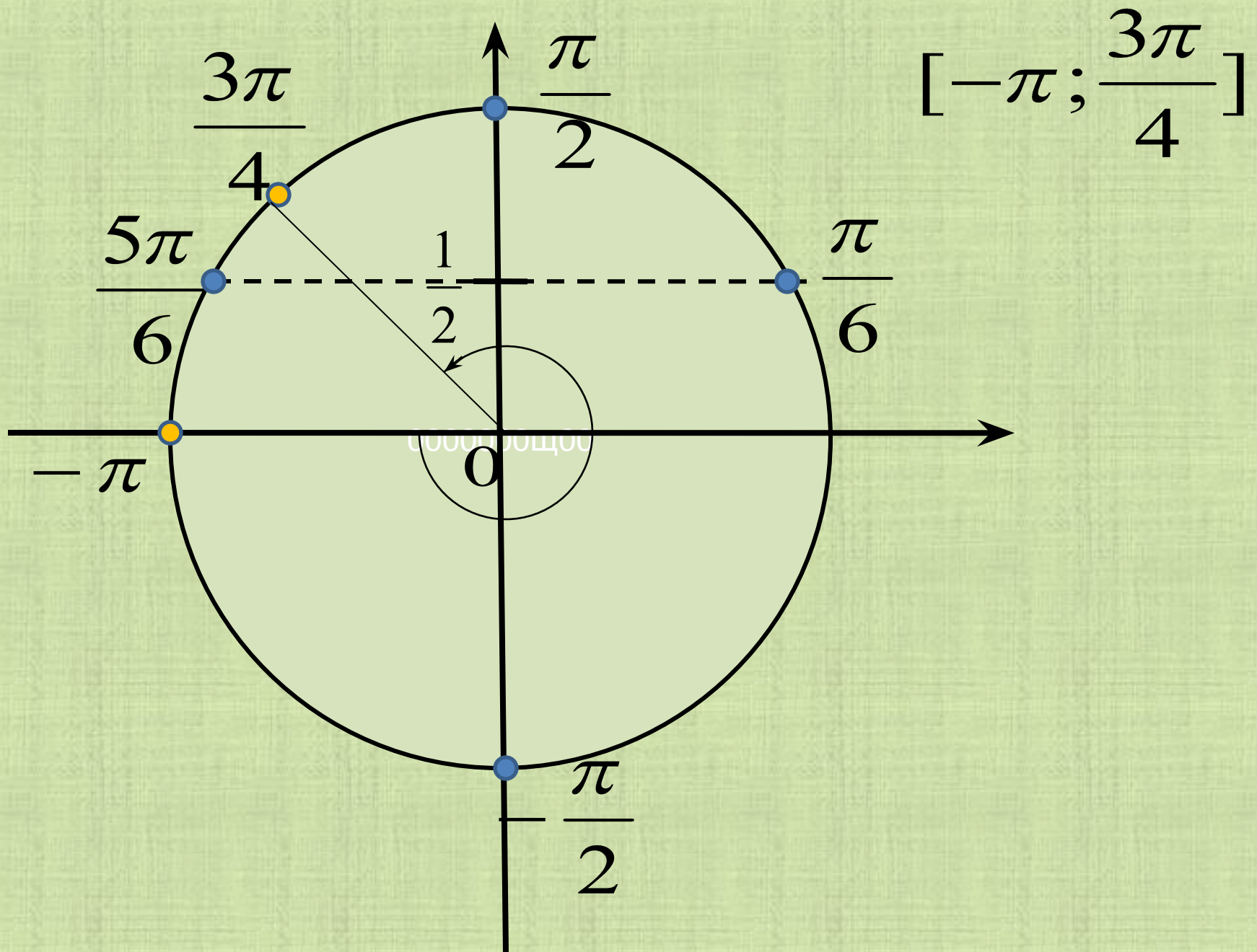
$$x = -\frac{\pi}{2} \in [-\pi; \frac{3\pi}{4}];$$

при $n = -2$

$$x = -\frac{3\pi}{2} \notin [-\pi; \frac{3\pi}{4}]$$



2 способ



ОТВЕТ:

$$\text{а)} \quad x = \frac{\pi}{2} \pi n, x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k,$$

$$n \in \mathbb{Z}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{б)} \quad -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{6}$$

2. Найдите все решения уравнения

$$\sin^2 2x + \sin^2 3x = 1$$

принадлежащие отрезку $[1; 2]$

$$\frac{1 - \cos 4x}{2} + \frac{1 - \cos 6x}{2} = 1,$$

$$\cos 4x + \cos 6x = 0, \quad 2 \cos 5x \cdot \cos x = 0,$$

$$\begin{cases} \cos 5x = 0 \\ \cos x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{10} + \frac{\pi n}{5}; n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{2} + \pi k; k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow$$

$$x = \frac{\pi}{10} + \frac{\pi n}{5}; n \in \mathbb{Z}$$

неравенством

$$1 \leq \frac{\pi}{10} + \frac{\pi n}{5} \leq 2$$

$$10 \leq \pi + 2\pi n \leq 20$$

$$\frac{5}{\pi} - \frac{1}{2} \leq n \leq \frac{10}{\pi} - \frac{1}{2}$$

$$1, \dots \leq n \leq 2, \dots$$

$$n \in \mathbb{Z} \Rightarrow n = 2 \quad \text{Отве} \quad x = \frac{\pi}{2}$$

т:

3. а) Решите уравнение

$$\cos 2x = 1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

б) Найдите все корни, принадлежащие

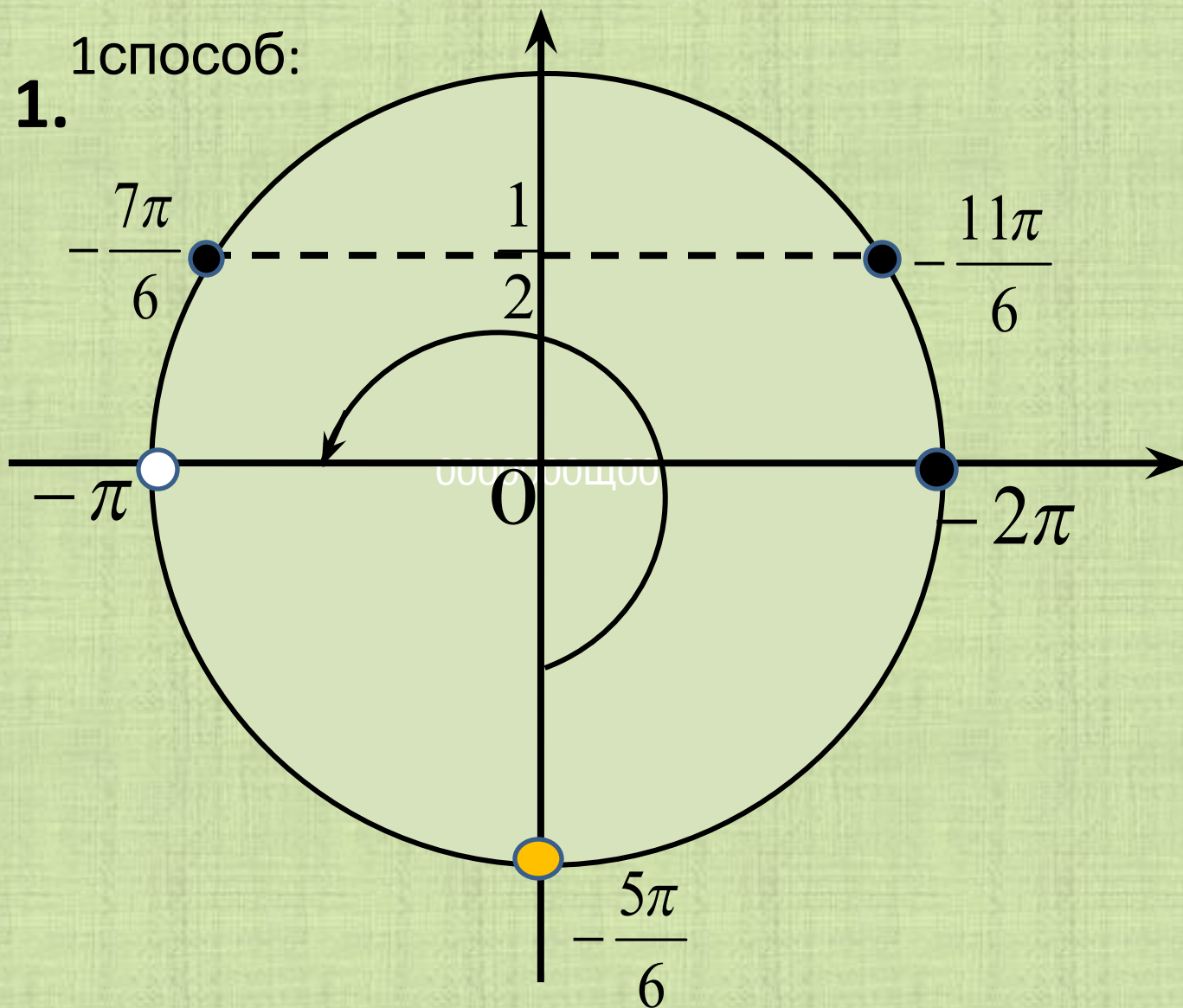
промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$

Решение: $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x, \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$

$$\sin x \left(\sin x - \frac{1}{2} \right) = 0$$

$$x = \pi n, x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, n \in \mathbb{Z}, k \in \mathbb{Z}$$

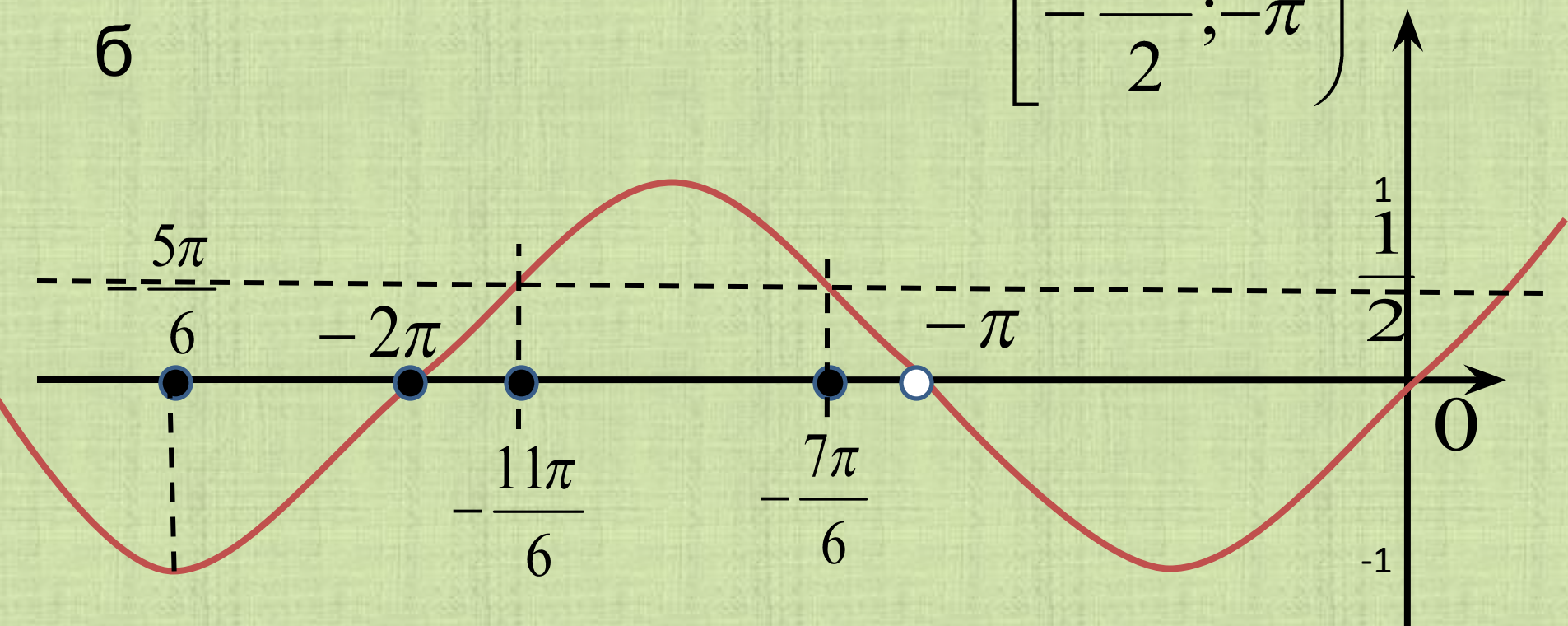
1. 1 способ:



$$\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi \right)$$

2 способ
б)

$$\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi \right)$$



Ответ:

б)

$$-2\pi, -\frac{11\pi}{6}, -\frac{7\pi}{6}$$

3 способ

n	-3	-2	-1	0

4 способ

$$x = \pi n$$

$$\frac{-5\pi}{2} \leq \pi n \leq -\pi$$

$$\frac{-5}{2} \leq n \leq -1$$

$$n = -2$$

$$x = -2\pi$$

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$$

$$\frac{-5\pi}{2} \leq \frac{\pi}{6} + 2\pi n \leq -\pi$$

$$n = -1$$

$$x = \frac{-11\pi}{6}$$

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$$

$$\frac{-5\pi}{2} \leq \frac{5\pi}{6} + 2\pi n \leq -\pi$$

$$n = -1$$

$$x = \frac{-7\pi}{6}$$

ОТВЕТ:

$$a) x = \pi n, x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, n \in \mathbb{Z}, k \in \mathbb{Z}$$

$$б) -2\pi, \frac{-11\pi}{6}, \frac{-7\pi}{6},$$