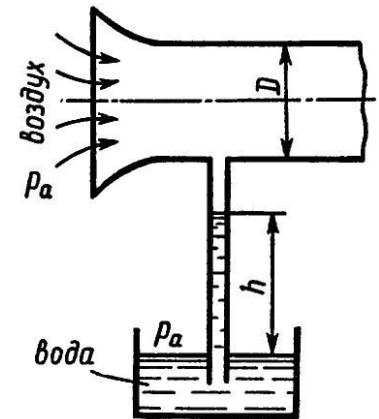
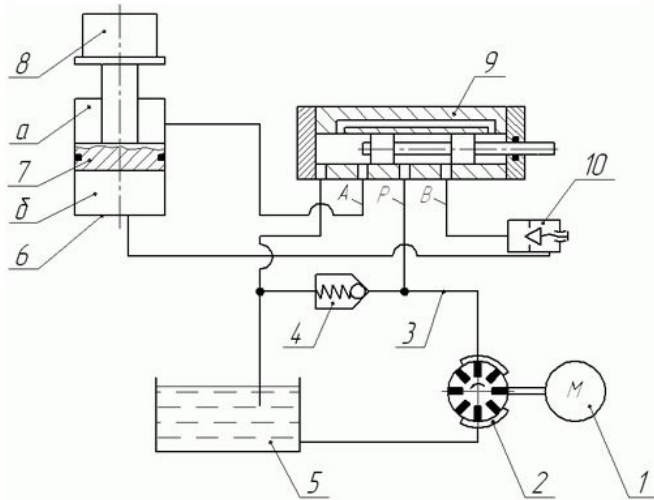


ЛЕКЦИЯ

Основные физические свойства жидкостей и газов.

Гидростатика



К инженерным сетям зданий и сооружений относятся сети водоснабжения, водоотведения (канализации), отопления, газоснабжения, вентиляции, кондиционирования и очистки воздуха.

Подбор оборудования инженерных сетей проводится на основании гидравлического расчета трубопроводов различного назначения. Для этого необходимы знания технической гидромеханики (гидравлики), изучающей законы равновесия и движения жидкостей, а также их силовое взаимодействие с твердыми телами.

Основные законы, используемые в гидравлике, те же, что и в механике твердых тел. Однако применение их отличается некоторыми особенностями вследствие различия свойств жидкости и твердых тел.

Жидкостью называется агрегатное состояние вещества, сочетающее в себе черты твердого состояния и газообразного. Как и кристаллические тела, жидкости имеют определенный объем, но форма этого объема легко изменяется под действием внешних сил. Жидкости отличаются от твердых тел легкой подвижностью частиц, т.е. текучестью.

По своим механическим свойствам жидкости разделяются на два класса: **малосжимаемые (капельные)** и **сжимаемые (газообразные)**. Капельные жидкости обладают большим сопротивлением сжатию и совершенно малым сопротивлением растягивающим и касательным усилиям. Капельные жидкости обладают вполне определенным объемом, который практически не изменяется под действием сил. Газы, занимая все предоставленное им пространство, могут значительно изменять объем, сжимаясь или расширяясь под действием сил, т.е. газы легко изменяют как объем, так и форму.

К основным физическим параметрам жидкости относятся: плотность и удельный вес, сжимаемость и температурное расширение, вязкость и поверхностное натяжение.

Плотность называется масса жидкости, заключенная в единице объема, кг/м³:

$$\rho = \frac{m}{W} \quad (1)$$

где W – объем, м³; m – масса жидкости, кг.

Удельный вес – вес единицы объема жидкости, Н/м³:

$$\gamma = \frac{G}{W} \quad (2)$$

$$\gamma = \frac{G}{W} = \frac{mg}{W} = \rho g \quad (3)$$

$$\rho = \frac{\gamma}{g} \quad (4)$$

При нагревании жидкость расширяется. Для характеристики расширения вводят **коэффициент температурного расширения**, град⁻¹:

$$\beta_t = \frac{1}{W} \cdot \frac{\Delta W}{\Delta t} \quad (5)$$

где W – первоначальный объем;

ΔW – изменение объема при изменении температуры Δt , °C.

Коэффициент сжатия характеризует свойство жидкости изменять свой объем под действием давления, Па⁻¹:

$$\beta_{\text{сж}} = \frac{1}{W} \cdot \frac{\Delta W}{\Delta P} \quad (6)$$

где $-\Delta P$ изменение давления, вызывающее изменение объема.

Модуль упругости – величина, обратная коэффициенту сжатия, Па:

$$E_o = \frac{1}{\beta_{\text{сж}}} \quad (7)$$

Капельная жидкость отличается от газообразной:

- для капельной жидкости

$$\rho_t = \rho_o \frac{1}{\beta + t(t - t_0)} \quad (8)$$

- для газообразной жидкости

$$\rho = \frac{P}{RT} \quad (9)$$

где P – абсолютное давление, Па; R – удельная газовая постоянная, Дж/кг · К:

$$R = \frac{\bar{R}}{MM} = \frac{8314}{MM} \quad (10)$$

где MM – молекулярная масса газа, $\bar{R}$ – универсальная газовая постоянная, Дж/кмоль · К.

В технических расчетах плотность газа обычно приводят к нормальным условиям ($P_0 = 101325$ Па; $T_0 = 273$ К). При других условиях плотность газа определяется по формуле:

$$\rho = \rho_0 \frac{PT_0}{P_0T} \quad (11)$$

где ρ_0 – плотность газа при н.у., кг/м³ (для воздуха = 1,29 кг/м³).

Вязкость – свойство жидкостей оказывать сопротивление сдвигу. Все реальные жидкости обладают вязкостью, которая проявляется в виде трения при относительном перемещении частиц (рис. 1).

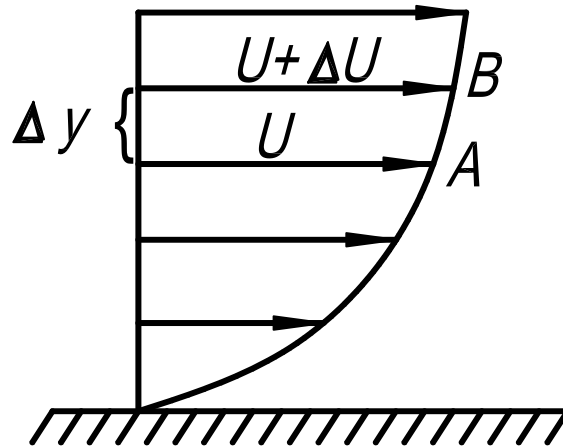


Рис. 1. Распределение скоростей при течении жидкости вдоль плоской стенки:
 ΔU – абсолютное приращение скорости; Δy – расстояние между слоями

Касательное напряжение между слоями определяется по уравнению, представляющему закон трения Ньютона:

$$\tau = \mu \frac{dU}{dy} \quad (12)$$

где $\frac{dU}{dy}$ – градиент скорости сдвига, с^{-1} μ – динамическая вязкость, $\text{Па} \cdot \text{с}$:

$$\mu = \frac{\tau}{dU/dy}$$

Сила внутреннего трения в жидкости прямо пропорциональна градиенту скорости, площади трущихся слоев, динамической вязкости, в то время как в твердых телах сила трения зависит от нормального давления и не зависит от площади трущихся поверхностей.

Наряду с понятием абсолютной или динамической вязкости, в гидравлике находит применение понятие **кинематической вязкости**, представляющей собой отношение динамической вязкости к ее плотности:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (13)$$

кинематическая вязкость измеряется, в квадратных метрах на секунду или стоксах

(1 Ст = $1 \text{ см}^2/\text{с} = 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$).

Вязкость капельных жидкостей с увеличением температуры уменьшается.

Вязкость газа с повышением температуры увеличивается и может быть определена по уравнению:

$$\mu = \mu_0 \frac{273 + C}{T + C} \cdot \left(\frac{T}{273} \right)^{3/2} \quad (14)$$

где μ_0 – вязкость газа при н.у.; C – константа Сюзерленда.

Для воздуха $C = 124$, $\mu_0 = 17,3 \cdot 10^{-6} \text{ Па} \cdot \text{с}$.

Для чистой пресной воды зависимость динамической вязкости от температуры определяется по формуле Пуазейля:

$$\mu = \frac{0,00179}{1 + 0,0368t + 0,000221t^2} \quad (15)$$

С увеличением температуры от 0 до 100°C вязкость воды уменьшается почти в 7 раз. При температуре 20°C динамическая вязкость воды равна 0,001 Па·с или 0,01 П (пуаз).

Вода принадлежит к наименее вязким жидкостям. Лишь немногие из практически используемых жидкостей (например, эфир и спирт) обладают несколько меньшей вязкостью, чем вода. Наименьшую вязкость имеет жидкая углекислота (в 50 раз меньше вязкости воды). Все жидкие масла обладают значительно более высокой вязкостью, чем вода (касторовое масло при температуре 20°C имеет вязкость в 1000 раз большую, чем вода при той же температуре).

Поверхностное натяжение жидкостей. Молекулы жидкости, расположенные на границе раздела фаз, находятся в условиях, отличных от условий нахождения молекул внутри жидкости. Внутри объема жидкости молекулы окружены со всех сторон такими же молекулами, на поверхности – лишь с одной стороны. Поэтому энергия поверхностных молекул отличается от энергии молекул внутри жидкости на величину, называемую **поверхностной энергией**

$$\mathcal{E} = \sigma \cdot S \quad (16)$$

где σ – коэффициент поверхностного натяжения, Н/м.

В зависимости от величин коэффициентов поверхностного натяжения на границе раздела фаз существуют смачивающие и не смачивающие жидкости.

Поверхностное натяжение зависит от химической природы жидкости и температуры, уменьшаясь с увеличением температуры:

$$\sigma_t = \sigma_{t_0} - \beta(t - t_0) \quad (17)$$

при $t = 0^\circ$, β – коэффициент пропорциональности.

От явления смачивания зависит поведение жидкости в тонких (капиллярных) трубках, погруженных в жидкость. При смачивании жидкость в трубке поднимается над уровнем свободной поверхности, при не смачивании – опускается. Высота капиллярного поднятия (опускания) жидкости h_n находится по формуле

$$h_n = \frac{2}{\rho g r} \sigma \cos \theta = \frac{4 \sigma \cos \theta}{\rho g d} \quad (18)$$

Влияние сил поверхностного натяжения приходится учитывать при работе с жидкостными приборами для измерения давления, при истечении жидкости из малых отверстий, при фильтрации, образовании капель и в других случаях, когда прочие силы, действующие на жидкость (вес, давление), малы.

Жидкости, движение которых не подчиняется закону Ньютона, называются **аномальными**, или **неньютоновскими**. К аномальным жидкостям можно отнести, например, строительный и глинистый растворы, нефтепродукты при температуре, близкой к температуре застывания, коллоидные растворы и др.

Чтобы привести такие жидкости в движение, необходимо приложить некоторое усилие. Движение неньютоновских жидкостей начинается только после того, как касательные напряжения в них достигнут некоторого предельного значения: при меньших касательных напряжениях эти жидкости не текут, а испытывают только упругие деформации, как твердые тела. В аномальных жидкостях касательное напряжение определяется по формуле Бингама:

$$\tau = \tau_0 + \mu^* \frac{dU}{dy} \quad (19)$$

где τ_0 – начальное напряжение сдвига; μ^* – пластическая вязкость.

Таким образом, в аномальных жидкостях сила трения возникает еще в покоящихся, но уже стремящихся прийти в движение жидкостях.

Кривые течения различных жидкостей показаны на рис. 2.

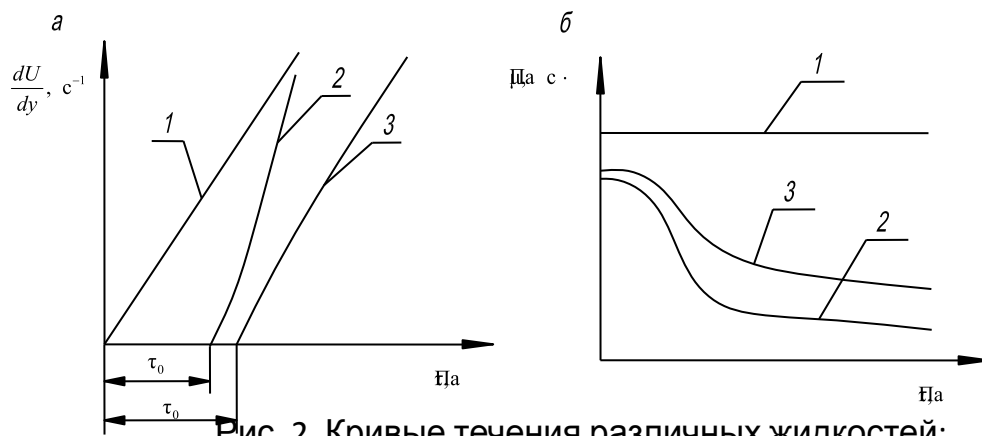


Рис. 2. Кривые течения различных жидкостей:

a – зависимость градиента скорости сдвига от касательного напряжения; b – зависимость вязкости от касательного напряжения (1 – ньютоновская жидкость; 2, 3 – аномальные жидкости)

Вязкость аномальных жидкостей (так называемая структурная вязкость), при заданных температуре и давлении, непостоянная и изменяется в зависимости от градиента $\frac{dU}{dy}$ скорости по мере разрушения структуры жидкости, а следовательно, не является физической константой, как вязкость нормальных жидкостей.

В механике жидкости для облегчения решения некоторых задач используется понятие о невязкой (совершенной) жидкости.

Под **невязкой жидкостью** понимают воображаемую жидкость, обладающую абсолютной подвижностью, т.е. лишенную вязкости, а также абсолютно несжимаемую, не расширяющуюся с изменением температуры, абсолютно неспособную сопротивляться разрыву. Таким образом, невязкая жидкость представляет собой некоторую модель реальной жидкости. Выводы, полученные исходя из свойств невязкой жидкости, приходится, как правило, корректировать, вводя поправочные коэффициенты.

Гидростатика – это раздел гидравлики, в котором изучают законы равновесия жидкости, находящейся под действием внешних и внутренних сил, и условия равновесия тел, погруженных в жидкость. В гидростатике изучается равновесие жидкостей, находящихся в состоянии относительного покоя, при котором в движущейся жидкости ее частицы не перемещаются относительно друг друга. При этом силы внутреннего трения отсутствуют, что позволяет считать жидкость идеальной.

В состоянии относительного покоя форма объема жидкости не изменяется, и она, подобно твердому телу, перемещается как единое целое. Так, жидкость находится в относительном покое в перемещающемся сосуде (например, в цистерне), внутри вращающегося с постоянной угловой скоростью барабана центрифуги и т.д. В подобных случаях покой рассматривают относительно стенок движущегося сосуда.

Жидкость в неподвижном сосуде находится в абсолютном покое (относительно поверхности земли), который в таком понимании является частным случаем относительного покоя.

Независимо от вида покоя на жидкость действуют **силы тяжести и давления**.

В покоящихся жидкости и газе касательные напряжения в любой произвольной точке равны нулю и напряженное состояние определяется совокупным действием только нормальных напряжений, равных между собой ($\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z$). Очевидно, что напряжения σ_x , σ_y , σ_z являются сжимающими, так как жидкости и газы не сопротивляются растягивающим усилиям.

Основным понятием гидростатики является понятие гидростатического давления. Величина, равная модулю напряжения σ , в гидромеханике называется *гидростатическим давлением* в точке и обозначается буквой P (Па). Размерность давления равна размерности силы, деленной на площадь, и совпадает с размерностью напряжения $P = [\sigma] = [\text{Н}/\text{м}^2 = \text{Па}]$.

Гидростатическое давление обладает двумя основными свойствами.

1. *Гидростатическое давление всегда действует нормально к площадке и является сжимающим, т.е. оно направлено по нормали внутрь рассматриваемого объема жидкости.*
2. *Гидростатическое давление P в любой точке внутри жидкости по всем направлениям одинаково, т.е. не зависит от угла наклона площадки, на которую оно действует.*

На жидкость в состоянии покоя действуют силы, определяемые гидростатическим давлением, а также массовые силы, пропорциональные его массе. Соотношение между этими силами выражается системой дифференциальных уравнений, полученных Эйлером в 1755 г.:

$$\left. \begin{aligned} x - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} &= 0, \\ y - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial y} &= 0, \\ z - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} &= 0, \end{aligned} \right\} (20)$$

где x, y, z – проекции ускорения массовых сил на соответствующие оси.

Умножим каждое уравнение (20) соответственно на dx, dy и dz и сложим их:

$$x dx + y dy + z dz - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial P}{\partial x} dx + \frac{\partial P}{\partial y} dy + \frac{\partial P}{\partial z} dz \right) = 0$$

или

$$\frac{\partial P}{\partial x} dx + \frac{\partial P}{\partial y} dy + \frac{\partial P}{\partial z} dz = \rho(x dx + y dy + z dz). \quad (21)$$

Давление является функцией только трех независимых переменных координат x, y и z , поэтому левая часть уравнения (21) представляет собой полный дифференциал функции

$$P = f(x, y, z).$$

Следовательно,

$$dP = \rho(x dx + y dy + z dz) \quad (22)$$

Уравнение (22) называется **основным дифференциальным уравнением равновесия жидкости**. Отметим, что при выводе этого уравнения не вводятся никакие дополнительные ограничения на массовые силы и на плотность жидкости, поэтому оно имеет общий характер и может быть использовано и для сжимаемой жидкости. Левая часть уравнения (22) представляет собой полный дифференциал, следовательно, и правая его часть также должна быть полным дифференциалом.

Поверхность уровня. Поскольку массовой силой является сила тяжести, ускорением – ускорение свободного падения g , поэтому в выбранной системе координат проекции единичной массовой силы на оси O_x , O_y и O_z соответственно будут $x = 0$, $y = 0$, $z = -g$, а уравнение поверхности уровня запишется в следующей форме:

$$-gdz = 0,2 \quad (23)$$

Таким образом, поверхностью уровня (поверхностью равного давления) в однородной покоящейся жидкости будет любая горизонтальная плоскость, в том числе и свободная поверхность, независимо от формы сосуда или водоема. Горизонтальной плоскостью будет также граница раздела двух несмешивающихся жидкостей.

Распределение давления в покоящейся жидкости. Если в формулу (22) основного уравнения равновесия жидкости подставить значения $x = 0$, $y = 0$ и $z = -g$, то получим:

$$d\rho = -\rho g dz \quad (24)$$

После интегрирования и деления на ρg получим

$$z + \frac{P}{\rho g} = H = \text{const} \quad (25)$$

где z – нивелирная высота; $\frac{P}{\rho g}$ – приведенная высота; H – гидростатический напор.

Уравнение (25) является **основным уравнением гидростатики**, оно выражает закон распределения гидростатического давления в покоящейся жидкости, согласно которому **гидростатический напор во всех точках покоящейся жидкости является постоянной величиной**.

Распределение гидростатического давления по вертикали линейно зависит от глубины погружения рассматриваемой точки и может быть графически представлено в виде трапеции $ABDE$ для полного давления или прямоугольного треугольника ABC для избыточного давления (рис. 3). Отметим, что котангенс угла наклона линии давления AB прямо пропорционален плотности жидкости.

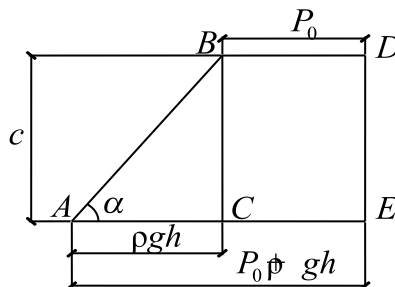


Рис. 3. Распределение гидростатического давления

В общем виде можно записать:

$$P = P_{\text{ат}} \pm \rho gh; \quad (26)$$

$$P = P_{\text{ат}} + P_{\text{изб}}.$$

Из уравнения (26) следует, что в графической интерпретации **избыточное давление** может быть как положительным, так и отрицательным, в то время как **полное** P и **внешнее** $P_{\text{ат}}$ – величины сугубо положительные.

В общем случае полное давление может быть больше или меньше атмосферного. Если $P < P_{\text{ат}}$, разность между атмосферным и полным давлением называется **вакуумом**, или **вакуумметрическим давлением** ($P_{\text{изб}} = P_{\text{в}}$),

$$P_{\text{в}} = P_{\text{ат}} - P, \quad P = P_{\text{ат}} - P_{\text{в}}. \quad (27)$$

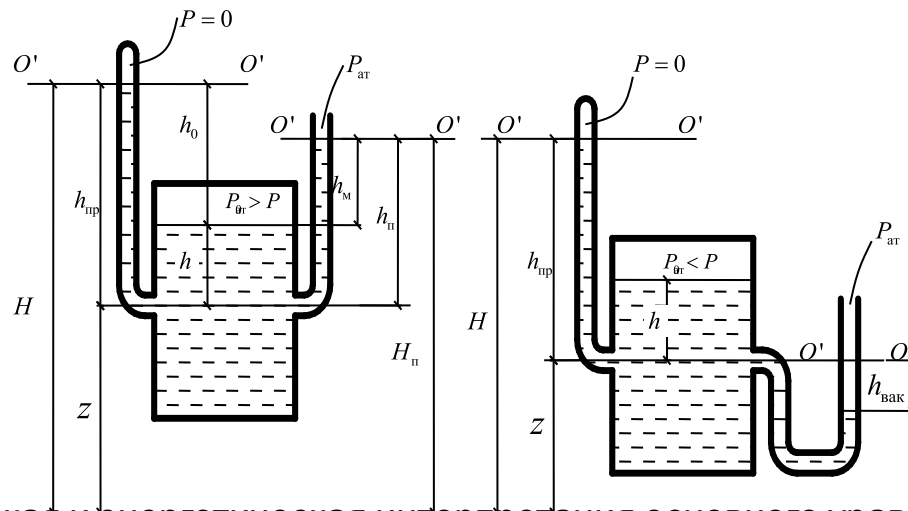


Рис. 4. Геометрическая и энергетическая интерпретация основного уравнения гидростатики

Слагаемые основного уравнения гидростатики имеют линейную размерность, поэтому его легко представить в виде суммы двух отрезков, равных z и $P/\rho g$ (рис. 4).

Величина z в технической механике жидкости называется *высотой положения*, она отсчитывается от произвольной плоскости сравнения $O-O$, поэтому z – величина произвольная, например $z = z_1$. Величина $P/\rho g$ определяется давлением в рассматриваемой точке и может быть измерена высотой $h_{пр}$ подъема жидкости в присоединенной к сосуду трубке, из которой полностью удален воздух. Если трубка открытым концом соединена с атмосферой (такая трубка называется *пьезометром*), то высота подъема жидкости будет определяться манометрическим или избыточным давлением. Высота называется *пьезометрической высотой*,

высота – *приведенной высотой*. Они определяются следующим образом:

$$h_n = h + \frac{P}{\rho g} \quad h_{пр} = h + \frac{P_o}{\rho g} = h + h_o$$

Сила давления жидкости на плоские поверхности.

При определении силового воздействия жидкости на твердую поверхность решают обычно две задачи: определяют величину равнодействующей сил гидростатического давления и находят точку ее приложения.

Сила полного гидростатического давления на плоскую произвольно ориентированную поверхность равна произведению полного гидростатического давления в центре тяжести рассматриваемой площадки и величины самой площадки:

$$F = PS = (\rho P_0 + \rho g h_c) S \quad (28)$$

где h_c – глубина погружения центра тяжести смоченной поверхности (рис. 5).

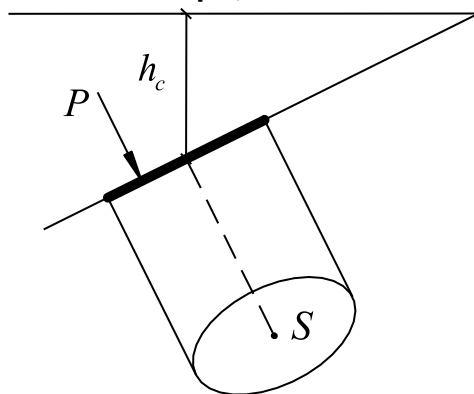


Рис. 5. Давление жидкости на произвольно ориентированную плоскую поверхность

Если жидкость помещена в сосуд любой формы, то гидростатическое давление во всех точках горизонтального дна сосуда одинаково, давление же на его боковые стенки возрастает с увеличением глубины погружения (рис. 6).

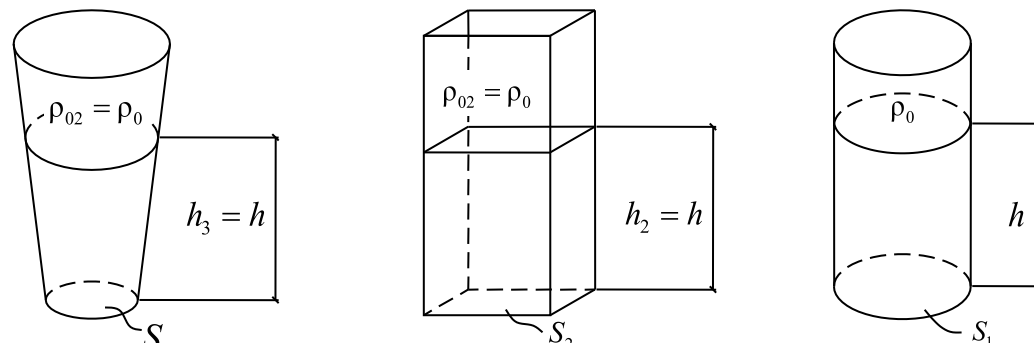


Рис. 6. Давление жидкости на плоскую горизонтальную поверхность

Гидростатическое давление на уровне дна сосуда определяется уравнением:

$$P = P_0 + \rho g h,$$

где h – высота жидкости в сосуде.

Таким образом, *сила давления на горизонтальное дно сосуда не зависит от формы сосуда и объема жидкости в нем*. При равной плотности жидкости ρ , эта сила определяется лишь высотой столба жидкости h и площадью S дна сосуда. В случае равномерно распределенной нагрузки на дно сосуда точки приложения центра давления и центра тяжести совпадают:

$$F = (P_0 + \rho g h)S.$$

Сила *полного гидростатического давления на криволинейную поверхность* равна сумме силы внешнего давления P_0 на проекцию рассматриваемой площадки на свободную поверхность или на ее продолжение и силы, определяемой весом тела давления.

Закон Архимеда. Рассмотрим тело, погруженное в жидкость (рис. 7). На него будут действовать поверхностные силы гидростатического давления, направленные по нормали к поверхности, ограничивающей тело.

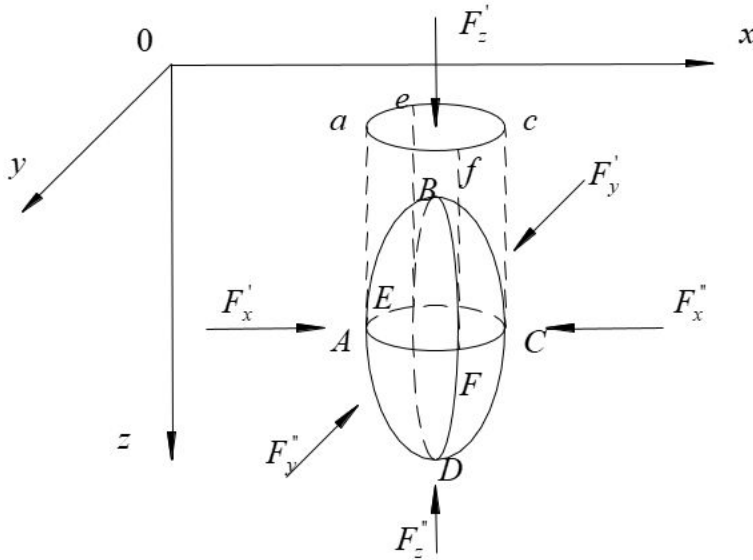


Рис. 7. Схема распределения сил к закону Архимеда

Распределенные по поверхности силы для тела, находящегося в равновесии, могут быть заменены одной равнодействующей P с составляющими F'_x, F'_y и F'_z . При этом $F'_x = F'_x - F''_x$, $F'_y = F'_y - F''_y$, $F'_z = F'_z - F''_z$. Горизонтальные составляющие F'_x и F'_y равны нулю. Так, например, силы F'_x и F''_y равны, так как $F'_x = P_{abc} S' = P_{abc} S_{BFDE'}$ т.е. поверхности, на которые действует давление, имеют одну и ту же проекцию на вертикальную плоскость. Поэтому их разность равна нулю. По той же причине и $F'_y = 0$. Таким образом, на погруженное твердое тело действуют только две силы: сила

Соответственно: $F'_z = \rho g W_{AacCB}$, $F''_z = \rho g W_{AacCD}$ давления на поверхность AECFB и сила

Разность этих сил и является равнодействующей давления на погруженное тело:

$$F_z = \rho g (W_{AacCB} - W_{AacCD}) = - \rho g W_{ABCD}. \quad (29)$$

Уравнение (29) выражает закон Архимеда: *на твердое тело, погруженное в покоящуюся жидкость, действует сила гидростатического давления, равная весу жидкости в объеме тела, направленная вертикально вверх и проходящая через центр тяжести тела.* Силу F_z часто называют *выталкивающей*, или *архимедовой силой*.

Условием плавания тел является равенство веса тела и выталкивающей силы $G = F_z$; если $G > F_z$ – тело тонет, если $G < F_z$ – тело всплывает и плавает в полупогруженном состоянии.

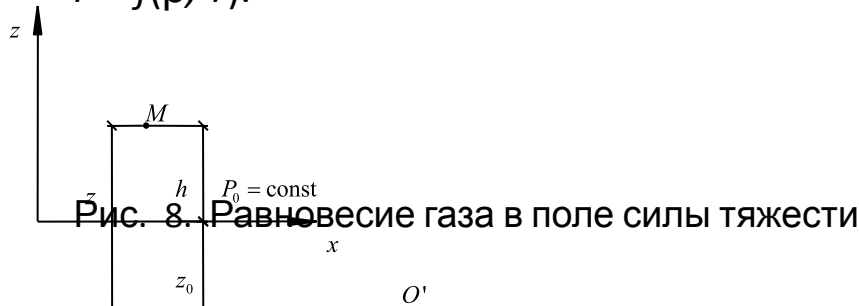
Равновесие газа в поле силы тяжести.

Дифференциальное уравнение равновесия (22) может быть использовано при расчете сжимаемой жидкости или газа. В отличие от несжимаемой (капельной) жидкости плотность газа есть величина переменная, зависящая от состояния газа. Если газ находится в поле силы тяжести, тогда $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ и уравнение поверхности уровня примет вид:

$$-gdz = 0, \quad z = \text{const}.$$

Следовательно, для газа, находящегося в равновесии, любая горизонтальная плоскость, проведенная внутри занимаемого газом объема, будет поверхностью равного давления. Изменение давления в газе будет зависеть не только от координаты z точки M внутри сжимаемой жидкости, но и от того, как связаны между собой давление, плотность и температура газа. Эта связь устанавливается на основании уравнения газового состояния:

$$P = f(\rho, T).$$



Рассмотрим равновесие газа для однородной атмосферы и при изотермическом изменении газового состояния.

Для *однородной атмосферы*: $\rho = \text{const}$ и при $x = 0$, $y = 0$: $z = g dP = -\rho g dz$ или $P = -\rho g z + C$.

Определив постоянную интегрирования из граничных условий, например, на поверхности земли $z = z_0$ и $P = P_0$ (рис. 8), получим уравнение:

$$P = P_0 + \rho g(z_0 - z),$$

где z – расстояние от плоскости сравнения OO' до рассматриваемой точки (M);
 z_0 – расстояние от плоскости сравнения OO' до поверхности с заданным давлением

$$P = P_0.$$

Полученное уравнение показывает, что с увеличением высоты до рассматриваемой точки давление уменьшается, так как в выбранной системе координат $z > z_0$:

$$P = P_0 - \rho gh. \quad (30)$$

Изотермическое изменение состояния газа. В случае изотермического состояния газа его плотность меняется в соответствии с уравнением Клапейрона:

$$(PV = RT) \text{ или } P/\rho = RT, \quad \rho = \frac{P}{RT} \quad (31)$$

где R – удельная газовая постоянная, Дж/кг · К.

После подстановки уравнения газового состояния в дифференциальное уравнение равновесия имеем:

$$dP = -g \frac{P}{RT} dz \quad (32)$$

После разделения переменных и интегрирования, с учетом граничных условий на поверхности земли, запишем:

$$g(z - z_0) = -RT \ln \frac{P}{P_0}$$

или

$$(33) \quad P = P_0 e^{-gh/RT}$$

где $z - z_0 = h$.

Последнее уравнение показывает, что при изотермическом состоянии, давление в покое газе меняется по экспоненциальному закону, уменьшаясь с увеличением высоты рассматриваемой точки.

Спасибо за внимание!

