

# Многогранники

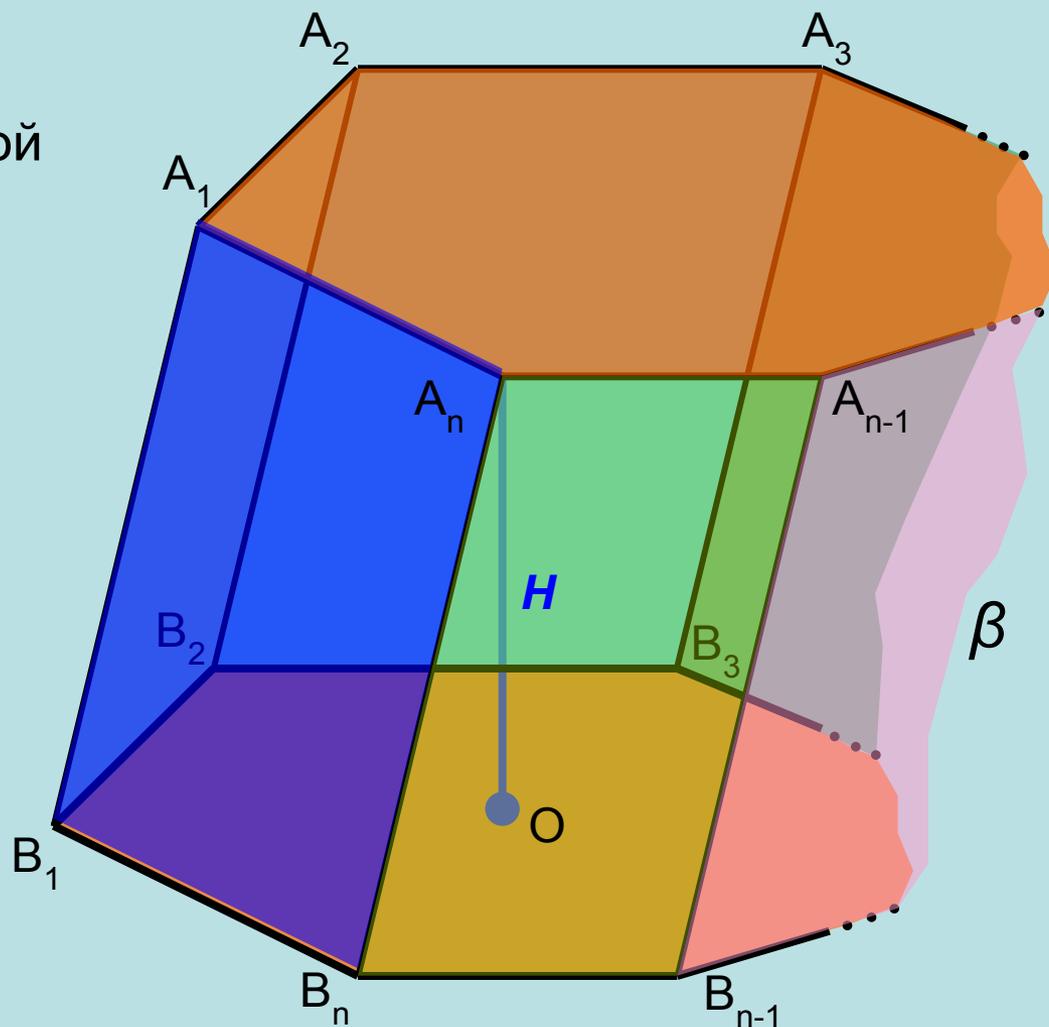
# ПРИЗМА

( $n$ -угольная) -

это многогранник, у которой  
одна грань  *$n$ -угольник*, а  
остальные  $n$ -граней –  
*ПАРАЛЛЕЛОГРАММЫ*

Элементы призмы:

1. Грань
2. Ребро
3. Высота
4. Основание
5. Боковая поверхность

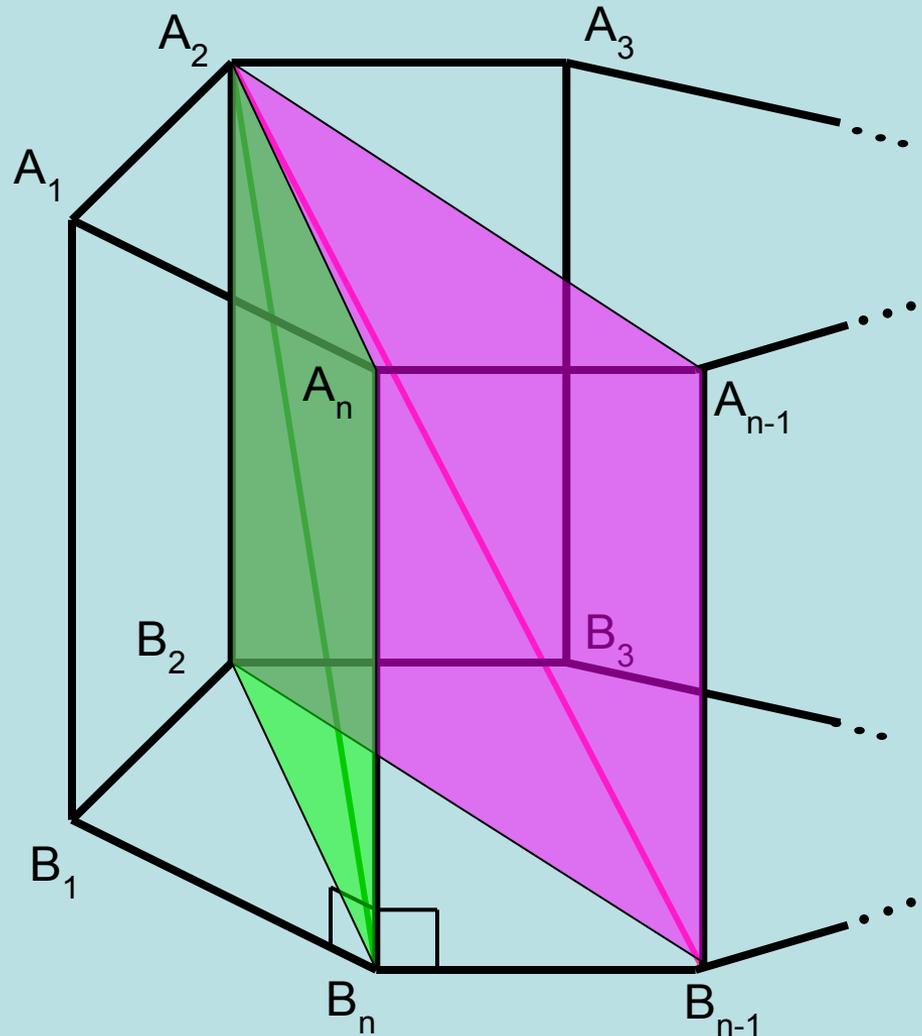


Призма называется *прямой*, если.....

Призма называется *правильной*, если.....

*Диагоналями* призмы называются отрезки, соединяющие..

*Диагональными сечениями* призмы называются сечения, проходящие...



# Площадь поверхности призмы

Площади  
оснований

Площадь боковой  
поверхности

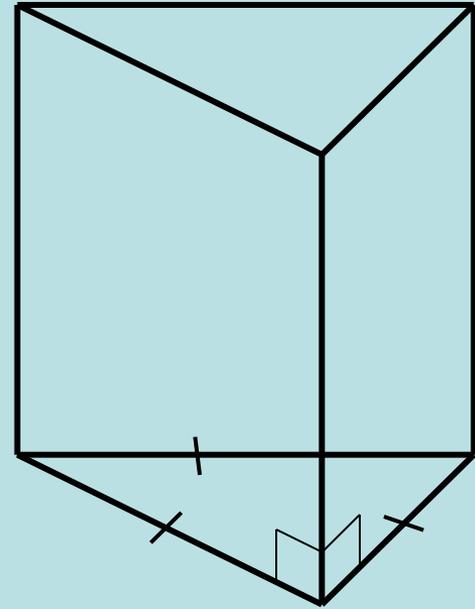
$$S_{\text{ПОЛН}} = S_{\text{БОК}} + 2S_{\text{ОСН}}$$

$$V = S_{\text{ОСН}} H$$

# Площадь боковой поверхности призмы

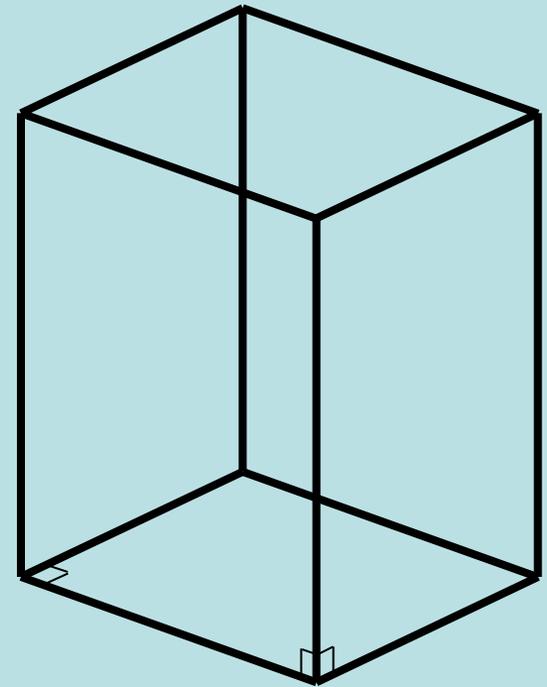
$$S_{\text{бок}} = P_{\text{осн}} h$$

$$S_{\text{бок}} = P_{\text{сеч}} l$$



**Параллелепипед** - это **призма**, основание которой является **ПАРАЛЛЕЛОГРАМОМ**.

- Параллелепипед называется **прямым**, если...
- Параллелепипед называется **прямоугольным**, если...

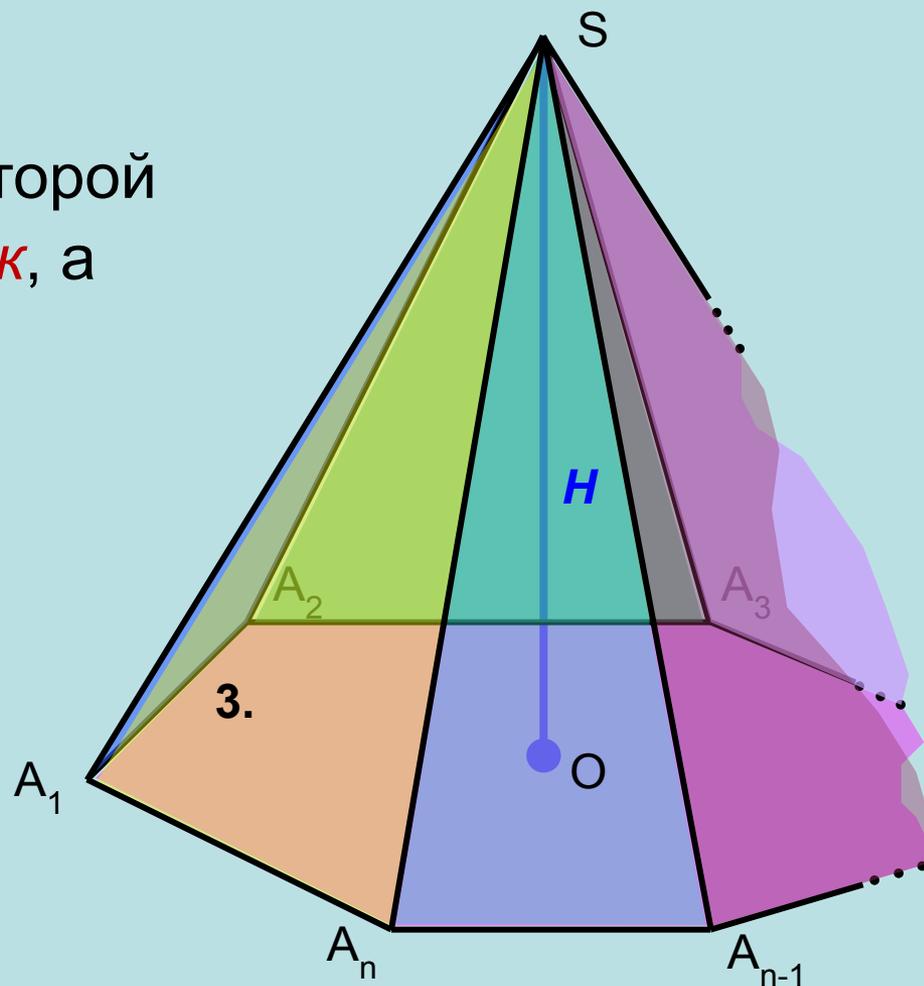


# ПИРАМИДА ( $n$ -угольная) -

это многогранник, у которой одна грань  *$n$ -угольник*, а остальные  $n$ -граней – *треугольники*.

Элементы пирамиды:

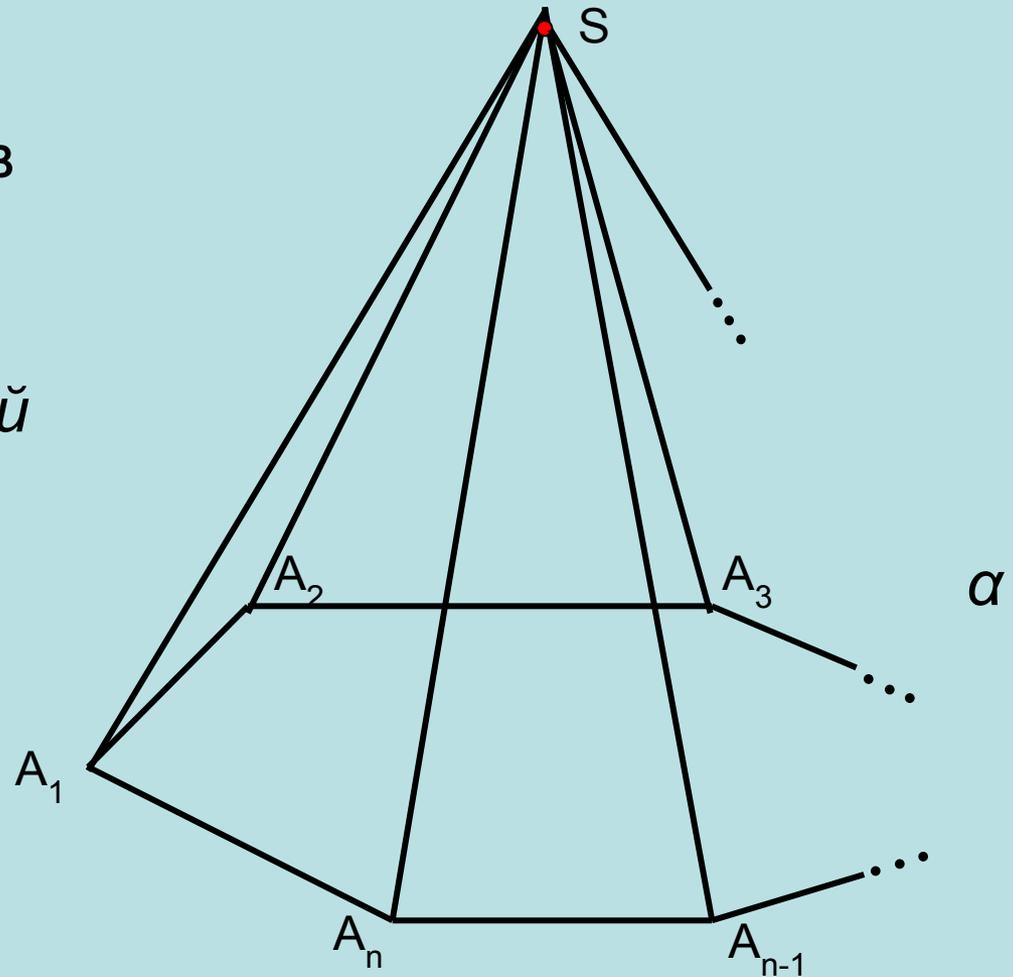
1. Грань
2. Ребро
3. Высота
4. Апофема
5. Основание
6. Боковая поверхность



- **ПРАВИЛЬНАЯ ПИРАМИДА** ( $n$ -угольная)

это пирамида, основание которой – правильный  $n$ -угольник, а все вершина проектируется в центр основания.

*Апофема* – высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из её вершины.



# Площадь поверхности пирамиды

Площадь  
основания

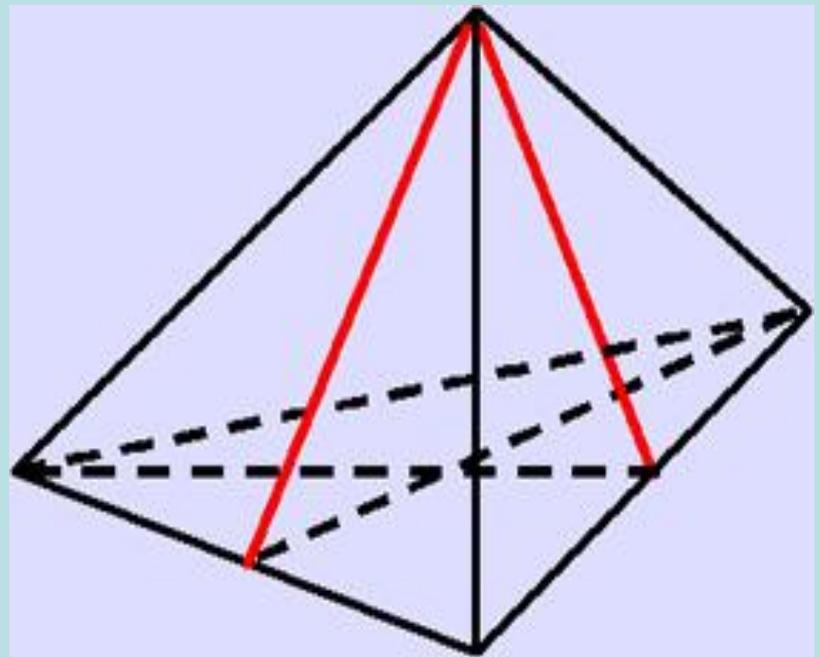
Площадь боковой  
поверхности

$$S_{\text{ПОЛН}} = S_{\text{БОК}} + S_{\text{ОСН}}$$

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{ОСН}} H$$

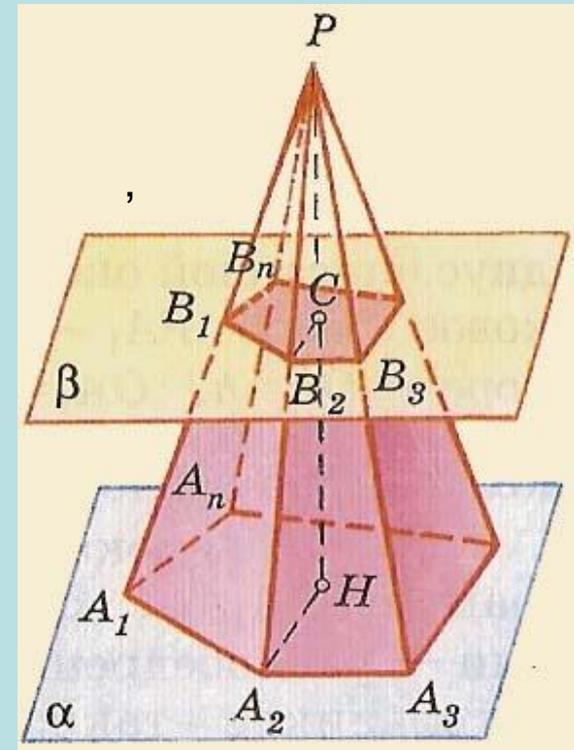
# Площадь боковой поверхности правильной пирамиды

$$S_{\text{БОК}} = \frac{1}{2} Pl$$



## Усеченная пирамида –

многогранник, основаниями которого являются подобные  $n$ -угольники, расположенные в параллельных плоскостях, а боковые грани – трапеции.



# Площадь поверхности усеченной пирамиды

Площадь полной  
поверхности

(Сумма площадей всех граней)

Площадь боковой  
поверхности

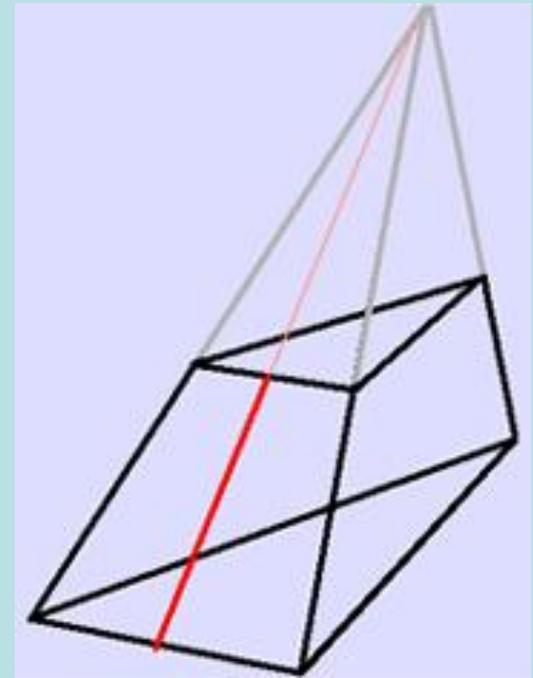
(Сумма площадей боковых  
граней)

$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + S_{\text{осн1}} + S_{\text{осн2}}$$

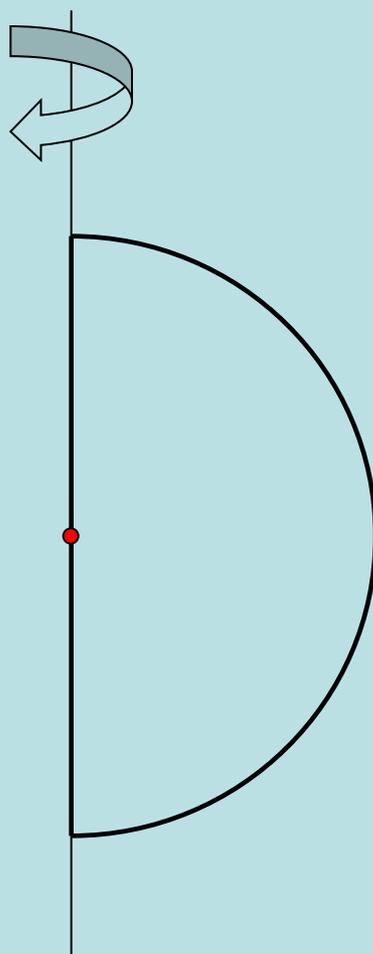
$$V = \frac{1}{3} H (S_{\text{осн1}} + S_{\text{осн2}} + \sqrt{S_{\text{осн1}} S_{\text{осн2}}})$$

# Площадь боковой поверхности правильной усеченной пирамиды

$$S_{\text{бок}} = 1/2 (P_{\text{осн1}} + P_{\text{осн2}}) l$$

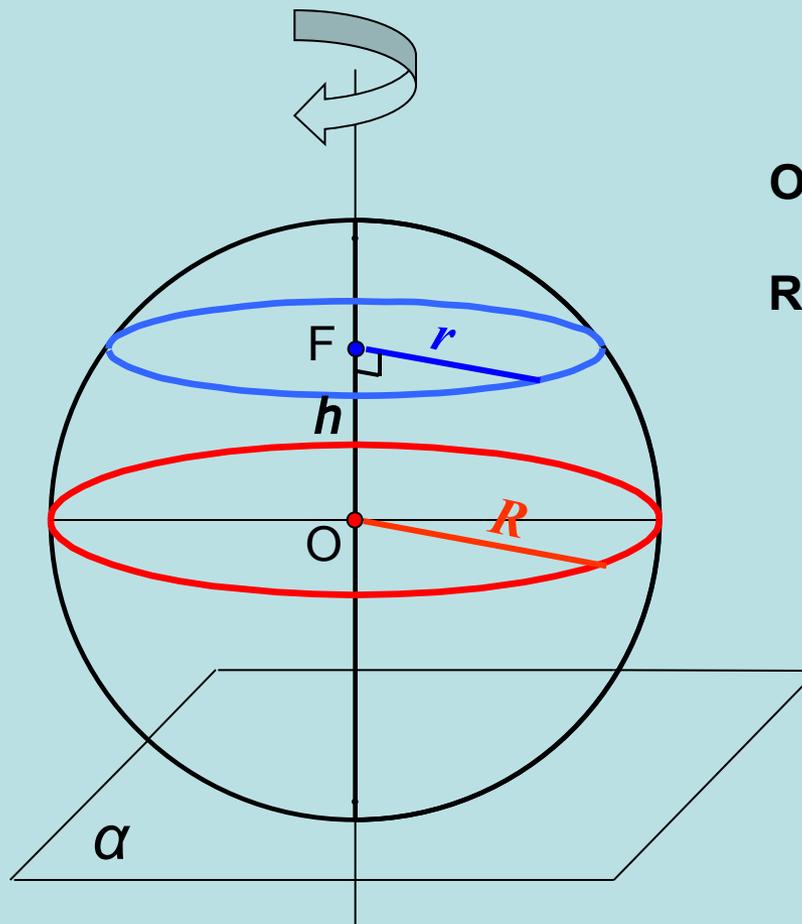


# Тела вращения



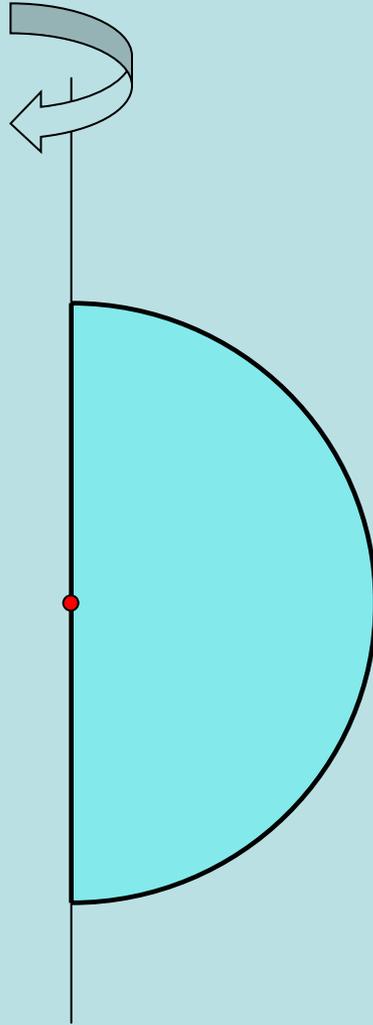
$$S_{\text{сферы}} = 4\pi R^2$$

Сфера.



O – центр сферы

R – радиус сферы

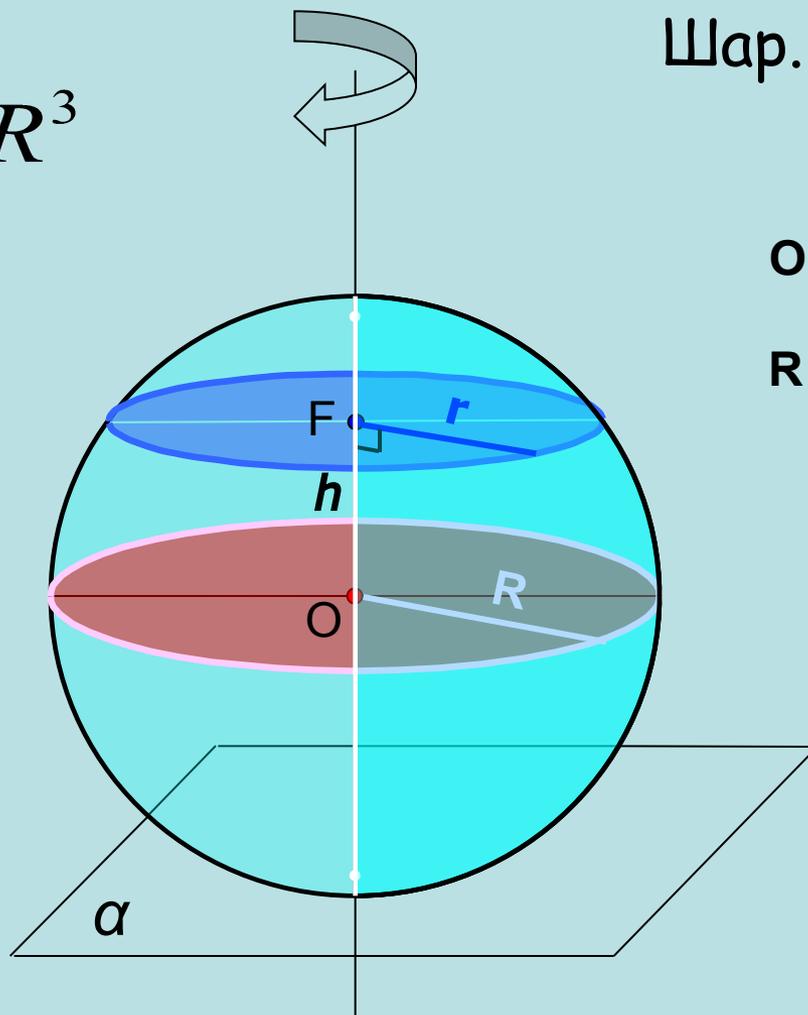


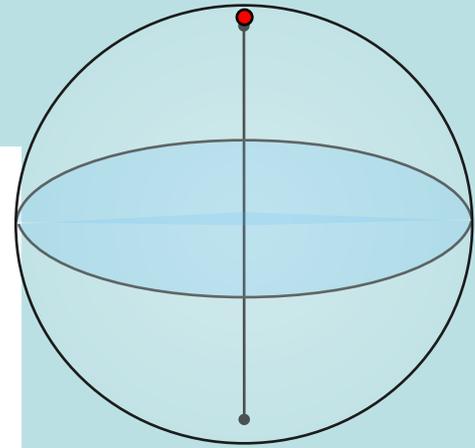
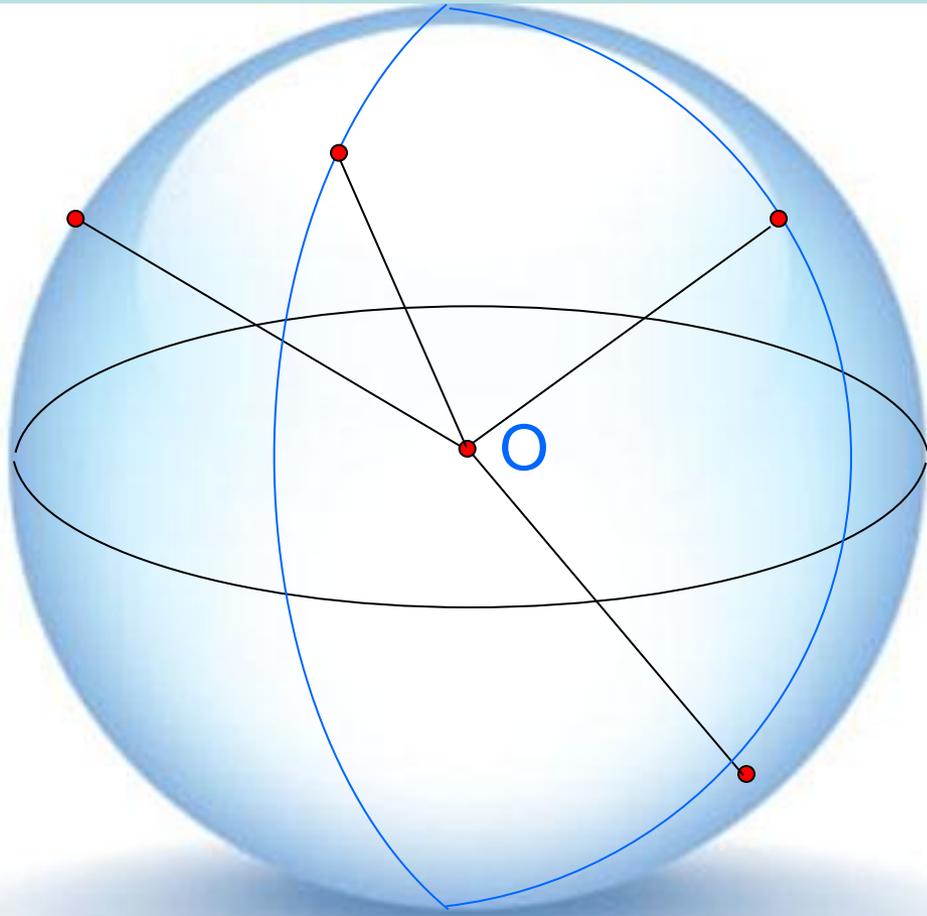
$$V_{\text{шара}} = \frac{4}{3} \pi R^3$$

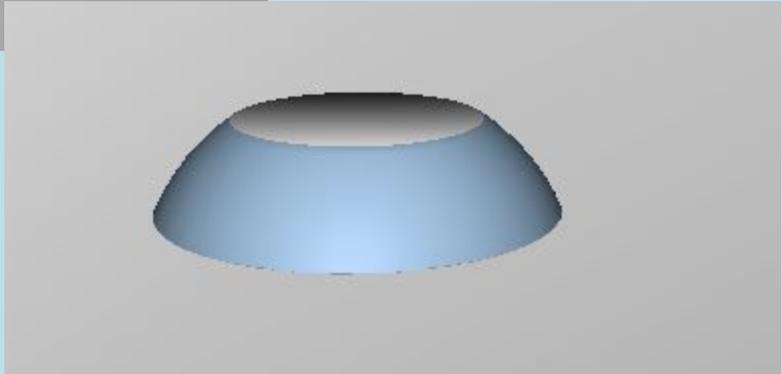
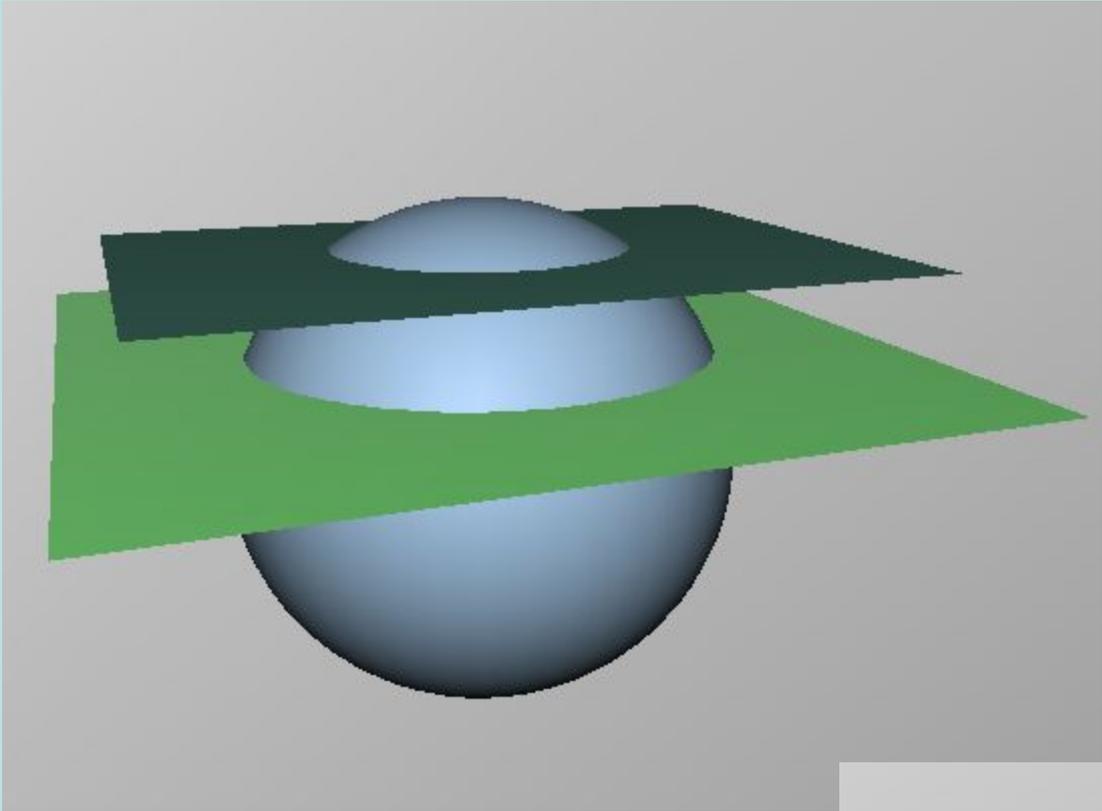
Шар.

O – центр шара

R – радиус шара







# Цилиндр.

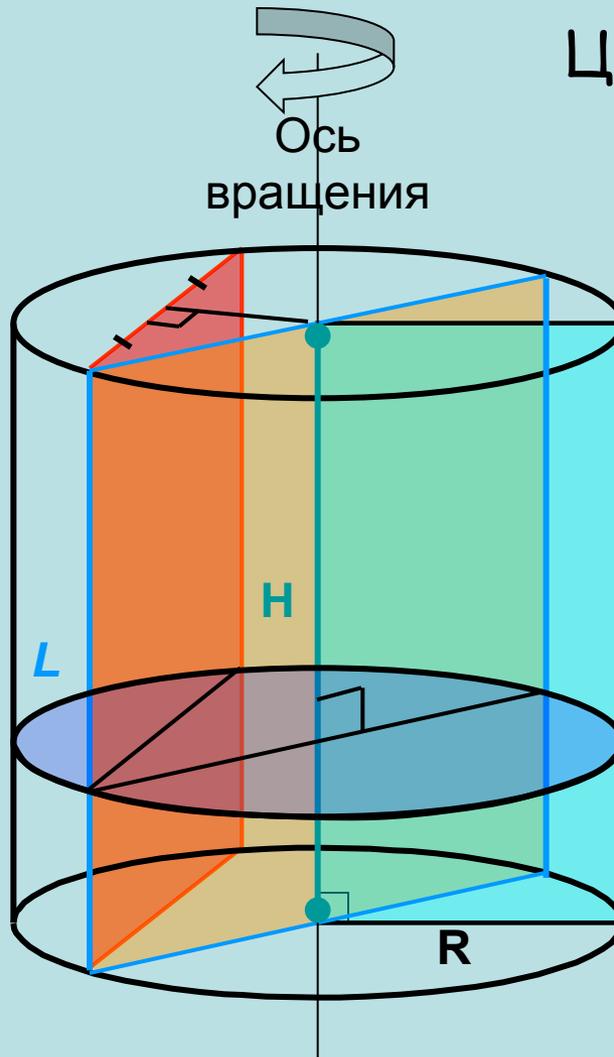
Элементы цилиндра:

$H$  – высота цилиндра

$R$  – радиус основания

$L$  – образующая цилиндра

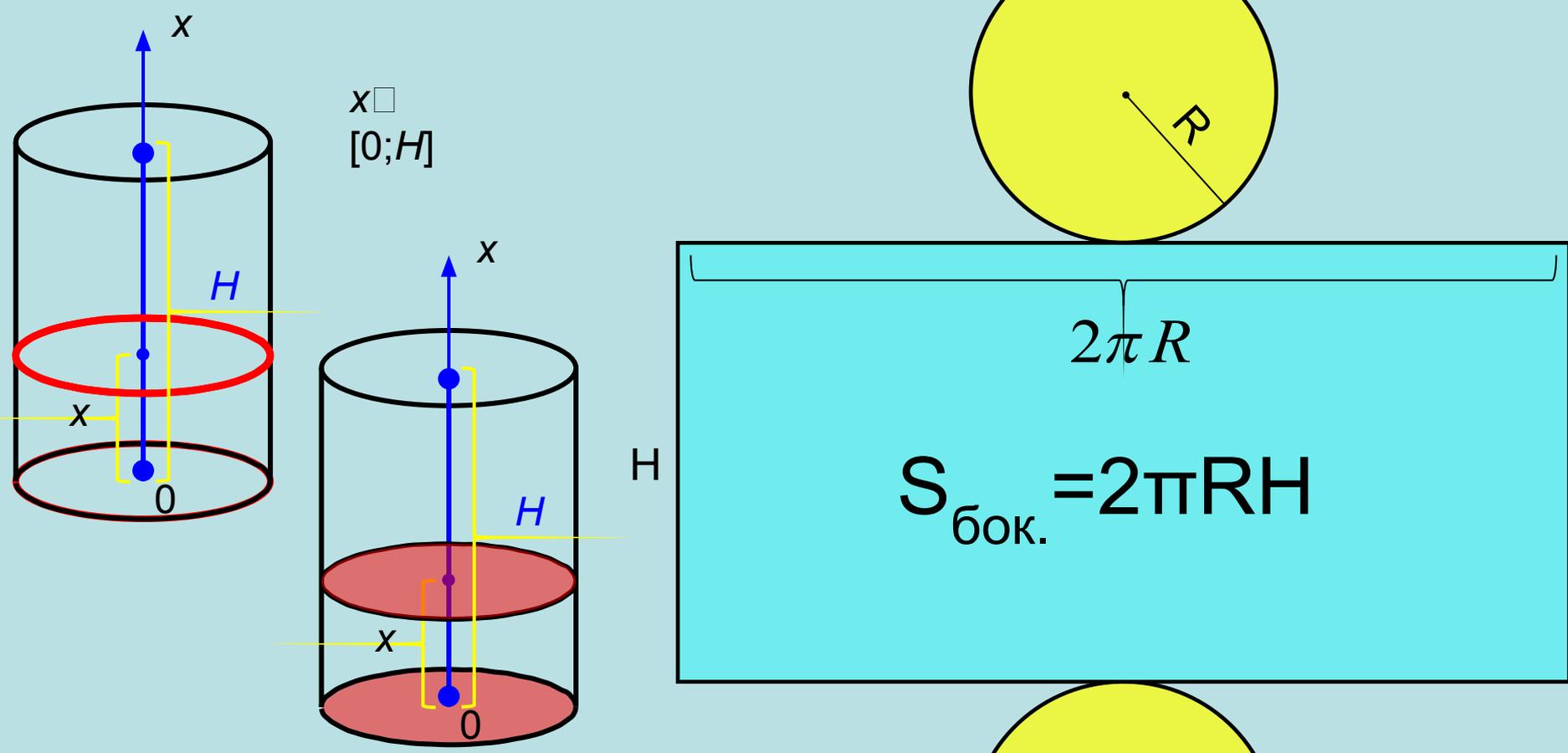
Осевое сечение –  
прямоугольник



Сечение цилиндра  
плоскостью,  
параллельной оси -  
прямоугольник

Сечение цилиндра плоскостью,  
перпендикулярной оси - круг

Формулы для вычисления площади поверхности и объема цилиндра:

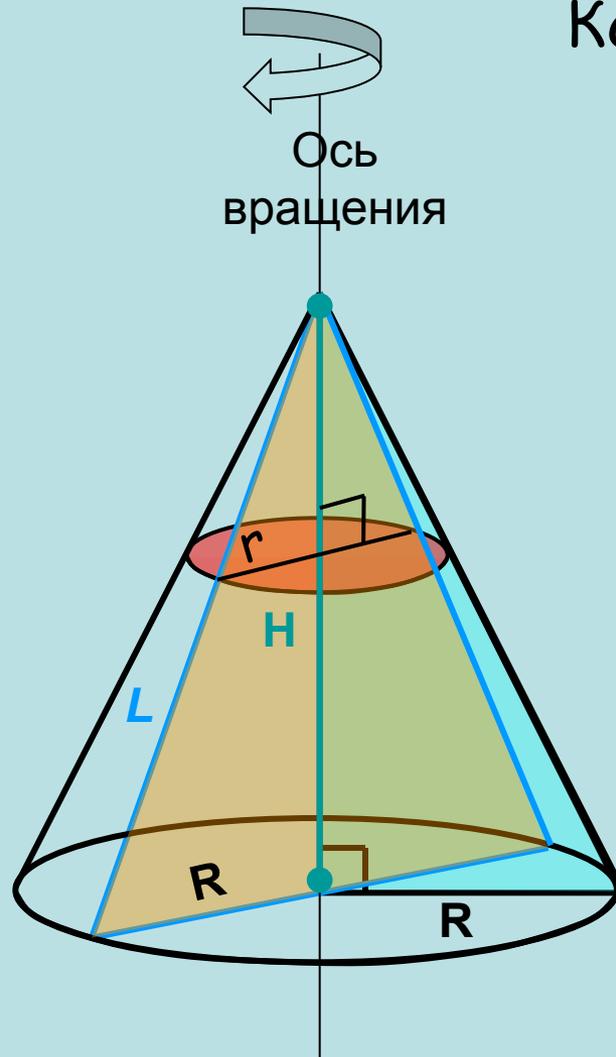


$$S_{\text{полн.}} = 2S_{\text{осн.}} + S_{\text{бок.}} = 2\pi R^2 + 2\pi RH$$

$$V_{\text{цил.}} = \pi R^2 H$$

$$S_{\text{осн.}} = \pi R^2$$

# Конус.



## Элементы конуса:

$H$  – высота конуса

$R$  – радиус основания

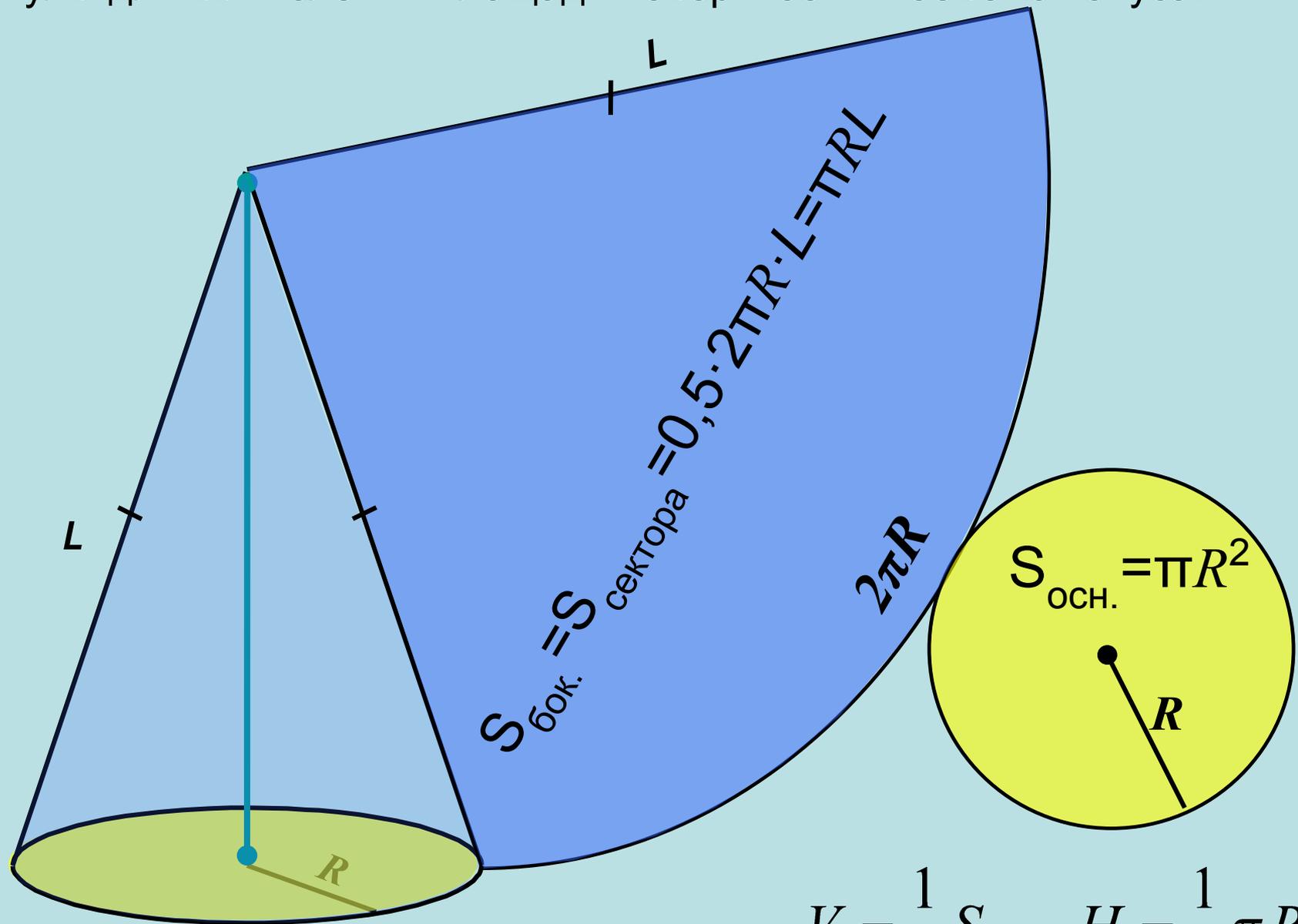
$L$  – образующая конуса

Сечением конуса плоскостью, перпендикулярной высоте (параллельной основанию) является круг.

$r$  – радиус сечения.

Осевое сечение конуса – равнобедренный треугольник

Формулы для вычисления площади поверхности и объема конуса:



$$S_{\text{пов.}} = S_{\text{бок.}} + S_{\text{осн.}} = \pi RL + \pi R^2 = \pi R(L + R)$$

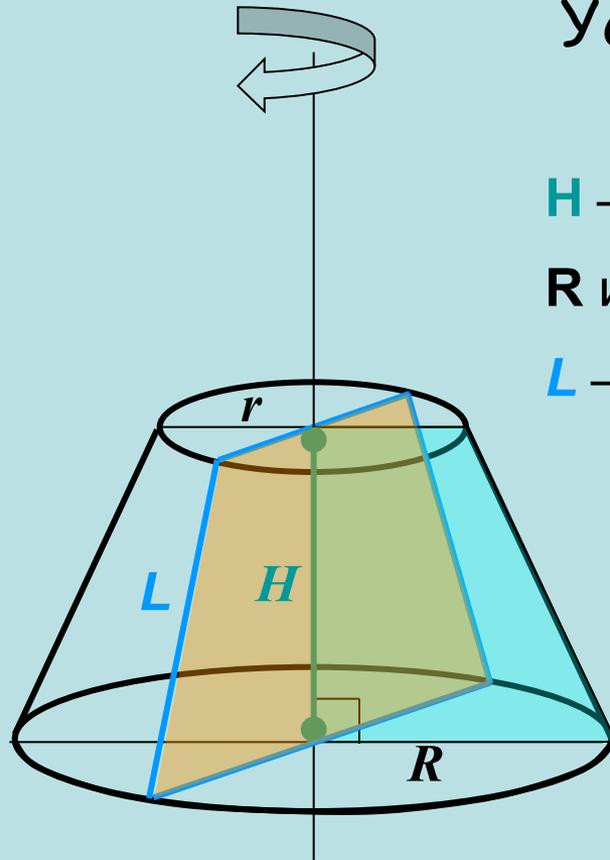
$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot H = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

## Усеченный конус.

$H$  – высота усеченного конуса

$R$  и  $r$  – радиусы оснований

$L$  – образующая усеченного конуса



Осевое сечение –  
равнобокая трапеция

$$S_{\text{бок.}} = \pi(R+r)L$$

$$S_{\text{полн.}} = \pi(R+r)L + \pi R^2 + \pi r^2$$

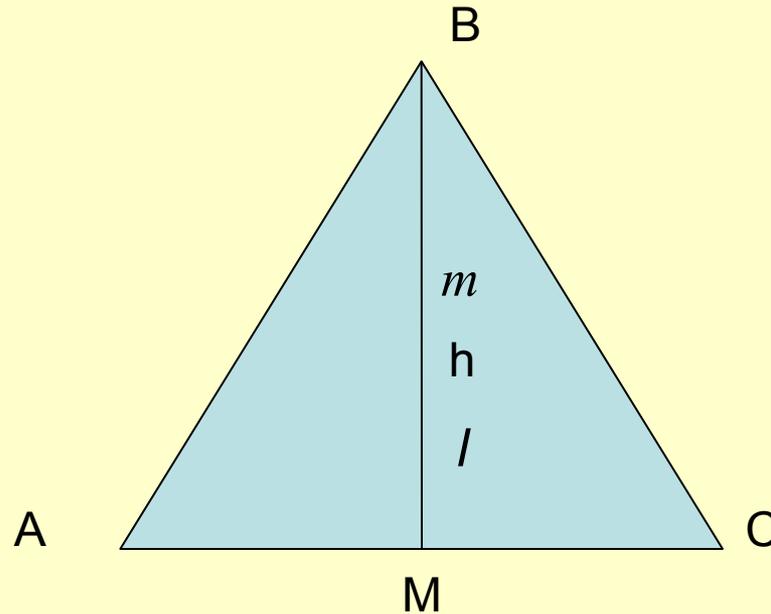
$$V = \frac{1}{3} \pi H (R^2 + Rr + r^2)$$

# Равносторонний треугольник

$$AB=BC=AC$$

$$\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$$

$$h = m = l$$



$$S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$R = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

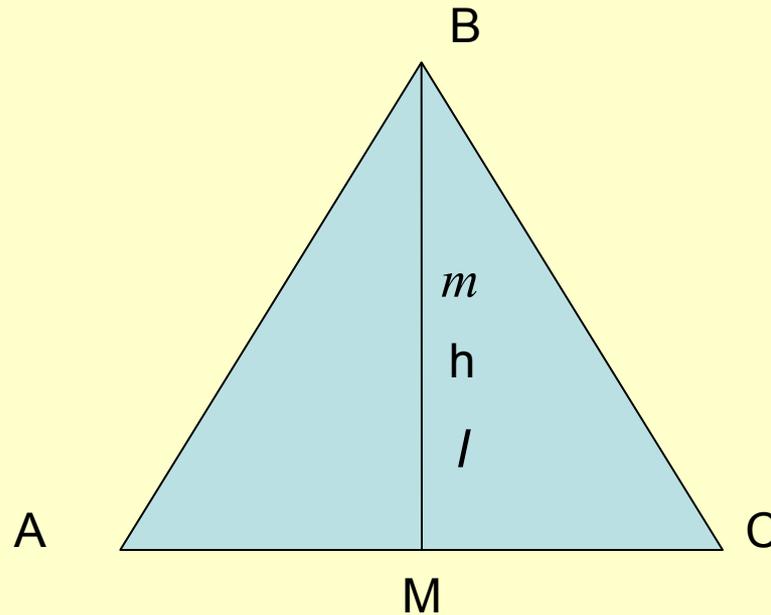
$$r = \frac{a}{2\sqrt{3}}$$

# Равнобедренный треугольник

$$AB=BC$$

$$\angle A = \angle C$$

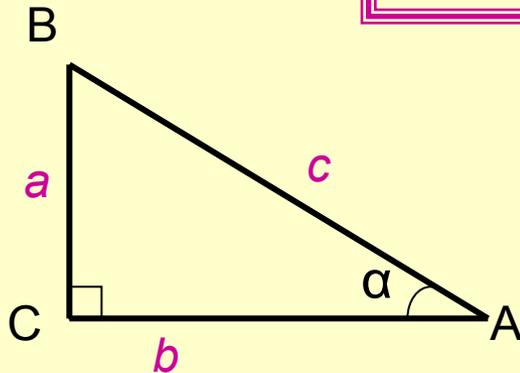
$$h_c = m_c = l_c$$



# Теорема Пифагора

*В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов:*

$$c^2 = a^2 + b^2$$



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}; \quad \cos \alpha = \frac{b}{c}; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

# Произвольный треугольник

*Площадь треугольника:*

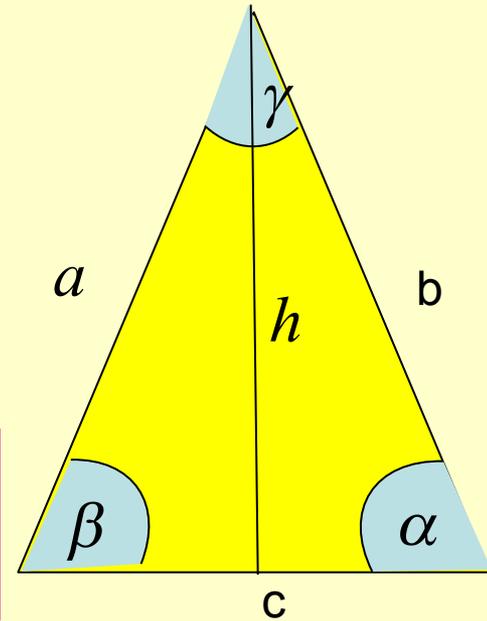
$$S = \frac{1}{2} ah$$

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$

$$S = \frac{abc}{4R}$$

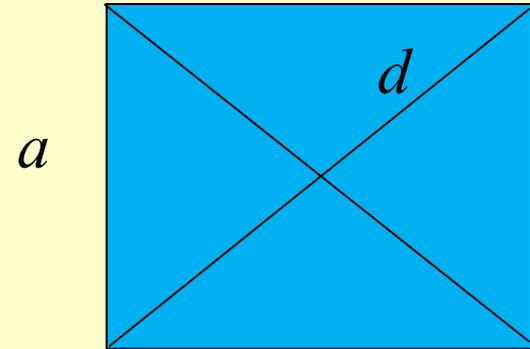
$$S = pr$$



# Квадрат

$$S = a^2$$

$$S = \frac{d^2}{2}$$



$$r = \frac{a}{2}$$

$$R = \frac{d}{2}$$

$$d = a\sqrt{2}$$

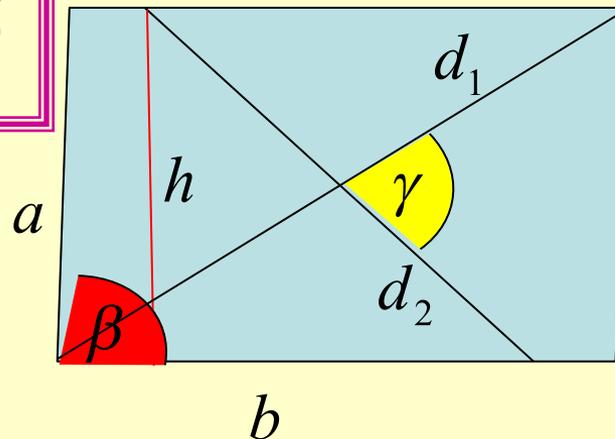
# Параллелограмм

$$S = ah$$

$$S = ab \sin \beta$$

$$S = \frac{d_1 d_2 \sin \gamma}{2}$$

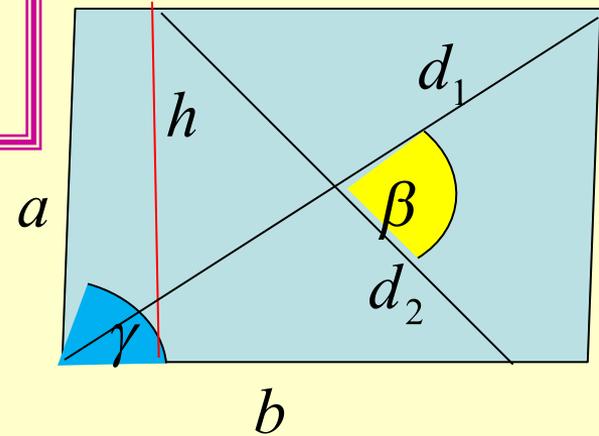
$$d_1^2 + d_2^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$$



# Ромб

$$S = ah$$

$$S = a^2 \sin \gamma$$



$$S = \frac{d_1 d_2}{2}$$

$$r = \frac{h}{2}$$

# Трапеция

$$S = \frac{a+b}{2} h$$

$$S = \frac{d_1 d_2 \sin \gamma}{2}$$

$$MN = \frac{a+b}{2}$$

