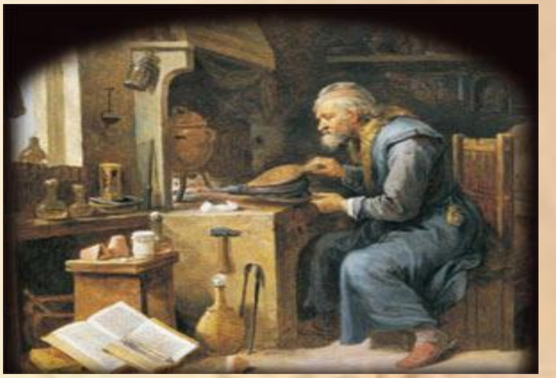
Задачи на смеси, растворы и сплавы

«Расчлените каждую изучаемую
вами задачу
на столько частей, на сколько
сможете и
на сколько это потребуется вам,
чтобы их
было легко решать».
Р. Декарт.

Речь о задачах, решение которых связано с понятиями «концентрация» и «процентное содержание». В условиях речь идет о составлении сплавов, растворов или смесей двух или более веществ.



У многих учеников такие задачи вызывают затруднения. Вместе с тем они входят в различные сборники заданий по подготовке к итоговой аттестации по математике за курс основной школы, включаются в варианты ЕГЭ и вступительных экзаменов в вузы.

Цель работы:

-- получить расширенную информацию о задачах на смеси и их применении, в расчетах при решении задач в курсе химии;

-- научится решать задачи на смеси, растворы и сплавы;

--составить дидактический материал по данной теме.

-- выявить практическое применение задач

Основные понят

задачах на смеси

растворы и спла

- «Смесь»
- «Чистое вещество»
- «Примесь»
- Доли чистого вещества в смеси – «*a*»
- Чистое вещество – «*m*»
- Общее количество – «М»

$$a = m : M$$

$m = a\,M$ $\qquad M = m : a$

Понятие доли чистого вещества в смеси можно вводить следующей условной записью:

Доля чистого вещества в смеси =

= Количество чистого вещест

Общее количество см

Отметим, что $0 \leq a \leq 1$, ввиду того, что $0 \leq m \leq \mathcal{M}$.

$a=0$ - отсутствие чистого вещества в смеси $(m=0)$,

$a=1$ - смесь состоит только из чистого вещества $(m=\mathcal{M})$.

Процентное содержание чистого вещества в смеси

$$w$$

$$w = a \cdot 100\%,$$

$$a = w : 100\%$$

При решении задач о смесях, сплавах и растворах используются следующие допущения:

- Всегда выполняется «Закон сохранения объема или массы», если два раствора (сплава) соединяют в «новый» раствор (сплав),:

$V = V_1 + V_2$ – сохраняется объем;

$m = m_1 + m_2$ – закон сохранения массы.

- Данный закон выполняется и для отдельных составляющих частей (компонентов) сплава (раствора).
- Смешивание различных растворов происходит мгновенно;
- .При соединении растворов и сплавов не учитываются химические взаимодействия их отдельных компонентов.
- Все полученные смеси, сплавы и растворы считаются однородными;

Основные этапы решени

I. Выбор неизвестной (или неизвестных).
II. Выбор чистого вещества.
III. Переход к долям.
IV. Отслеживание состояния смеси.
V. Составление уравнения.
VI. Решение уравнения (или их системы).
VII. Формирование ответа.

В ходе осуществления этих этапов рекомендую ввести следующую таблицу:

Состояние смеси	Количество чистого вещества (m)	Общее количество смеси (M)	Доля (a)
1 *2* …			
Итоговое состояние			

Основными методами решения задач на смешивание растворов являются:

- С помощью расчетной формулы
- Правило смешения
- Графический метод
- Алгебраический метод
- Правило креста (Старинный способ решения задач на смеси) – арифметический метод

С помощью расчетной формулы

Масса полученного при смешивании раствора равна $m_{р\text{-}ра} = m_{1р\text{-}ра} + m_{2р\text{-}ра}$

Массы растворенных веществ: $m_{1в\text{-}ва} = m_{1р\text{-}ра} \cdot \omega_1$; $m_{2в\text{-}ва} = m_{2р\text{-}ра} \cdot \omega_2$

Масса растворенного вещества в полученном растворе: $m_{в\text{-}ва} = m_{1в\text{-}ва} + m_{2в\text{-}ва} = m_{1р\text{-}ра} \cdot \omega_1 + m_{2р\text{-}ра} \cdot \omega_2$

Массовая доля растворенного вещества:

$$\omega = (m_{1р\text{-}ра} \cdot \omega_1 + m_{2р\text{-}ра} \cdot \omega_2) / (m_{1р\text{-}ра} + m_{2р\text{-}ра})$$

$$\omega = (m_1 \cdot \omega_1 + m_2 \cdot \omega_2) / (m_1 + m_2)$$

При решении задач удобно составлять следующую таблицу:

	1-й раствор	2-й раствор	Смесь растворов
Масса растворов			
Массовая доля растворенного вещества			
Масса вещества в растворе			

Правило смешения

Воспользуемся формулой:

$$\omega = (m_1 \cdot \omega_1 + m_2 \cdot \omega_2) / (m_1 + m_2),$$

тогда

$$m_1 \cdot \omega_1 + m_2 \cdot \omega_2 = \omega \cdot (m_1 + m_2)$$

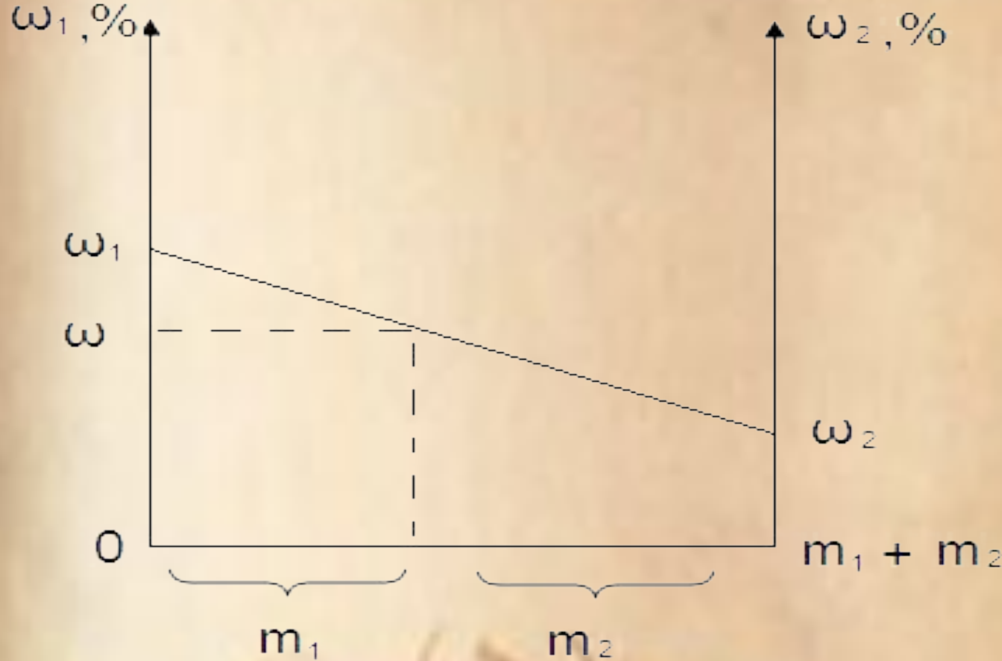
$$m_1 \cdot \omega_1 - m_1 \cdot \omega = m_2 \cdot \omega - m_2 \cdot \omega_2$$

$$m_1 (\omega_1 - \omega) = m_2 (\omega - \omega_2)$$

$$m_1 / m_2 = (\omega - \omega_2) / (\omega_1 - \omega).$$

Таким образом, отношение массы первого раствора к массе второго равно отношению разности массовых долей смеси и второго раствора к разности массовых долей первого раствора и смеси.

Графический метод



$$\omega = (m1 \cdot \omega 1 + m2 \cdot \omega 2) / (m1 + m2),$$

$$y = k / x$$

Алгебраический метод

Задачи на смешивание растворов решают также с помощью составления уравнения или системы уравнений.

Задача. (ЕГЭ)

В 100 г 20% раствора соли добавили 300 г её 10% раствора. Определите процентную концентрацию раствора.

Решение:

С помощью расчетной формулы.

$m_{1р\text{-}ра} = 100$ г

$m_{2р\text{-}ра} = 300$ г

$\omega_1 = 0{,}2$

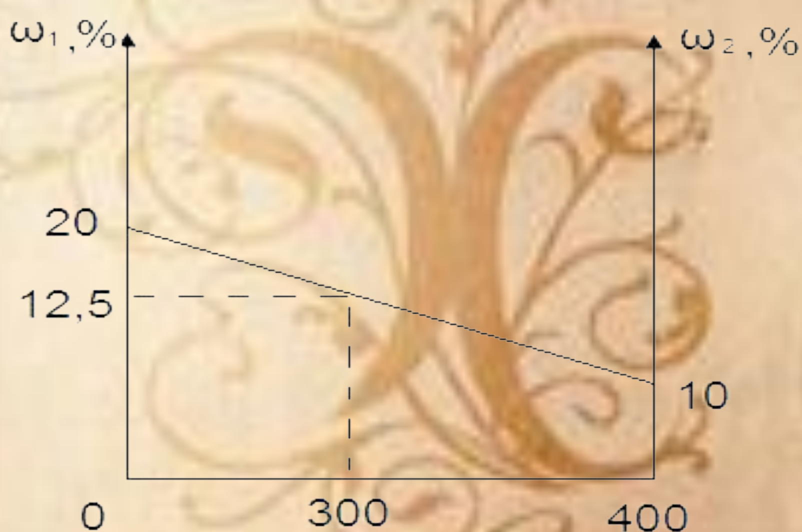
$\omega_2 = 0{,}1$

$$\omega = (m_1 \cdot \omega_1 + m_2 \cdot \omega_2) / (m_1 + m_2)$$

$$\omega = (0{,}2 \cdot 100 + 0{,}1 \cdot 300) / (100 + 300) = 0{,}125$$

$$\omega = 12{,}5\%$$

Графический.



Алгебраический.

Пусть x – процентная концентрация полученного раствора. В первом растворе содержится $0{,}2 \cdot 100$(г) соли, а во втором $0{,}1 \cdot 300$(г), а в полученном растворе $x \cdot (100+300)$(г) соли.

Составим и решим уравнение:

$$0{,}2 \cdot 100 + 0{,}1 \cdot 300 = x \cdot (100 + 300);$$

$$x = 0{,}125$$

$$x = 12{,}5\%$$

Ответ: 12,5%

Старинный способ решения задач на смеси (правило креста)

Пример

В каких пропорциях нужно смешать раствор *а*-процентной и раствор *b*-процентной кислоты, чтобы получить раствор *с*-процентной кислоты?

Решение.

Можно считать, что, $a<b$, причем, $a \le c \le b$: если $c<a$ или $c>b$, то *с*-процентный раствор, конечно, получить нельзя. Возьмем *x* г *а*%-го раствора и *у* г *b*%-го раствора кислоты.

Составим таблицу:

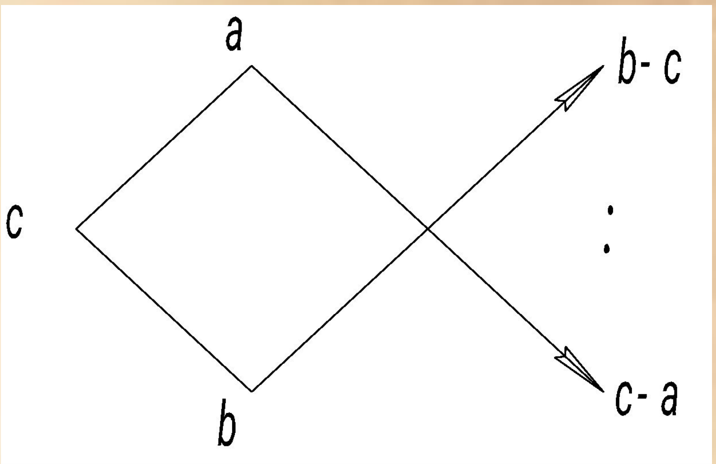
Концентрация раствора, %	Масса раствора, г	Масса кислоты, г
a	x	$0{,}01ax$
b	y	$0{,}01by$
c (смесь)	$x + y$	$0{,}01c(x + y)$

Составим и решим уравнение:

$0{,}01ax + 0{,}01by = 0{,}01c(x + y)$,

$(b - c)y = (c - a)x$,

$x : y = (b - c) : (c - a)$.



В этой схеме слева записана с - требуемая концентрация кислоты в процентах, затем друг под другом записаны а и в - концентрации имеющихся исходных растворов, а «крест-накрест» – записаны их разности (в – с) и (с – а), соответствующие отношению масс растворов а и в.

Задача.

В каких пропорциях нужно смешать раствор *50*-процентной и раствор *70*-процентной кислоты, чтобы получить раствор *65*-процентной кислоты?

Решим эту задачу старинным способом.

Для решения задачи нарисуем схему:

Алгебраический способ.

Пусть мы смешиваем x г. раствора 50-процентной и y г. раствора 70-процентной кислоты.

Тогда в первом растворе содержится чистой кислоты $\frac{50}{100}x$ г, а во втором $\frac{70}{100}y$ г.

В полученной смеси массой (x + y) г. будет содержаться $\frac{50x+70y}{100}$ г. чистой кислоты, что должно составлять 65% от смеси, т.е. $\frac{65}{100}(x+y)$ г. Таким образом, получаем уравнение

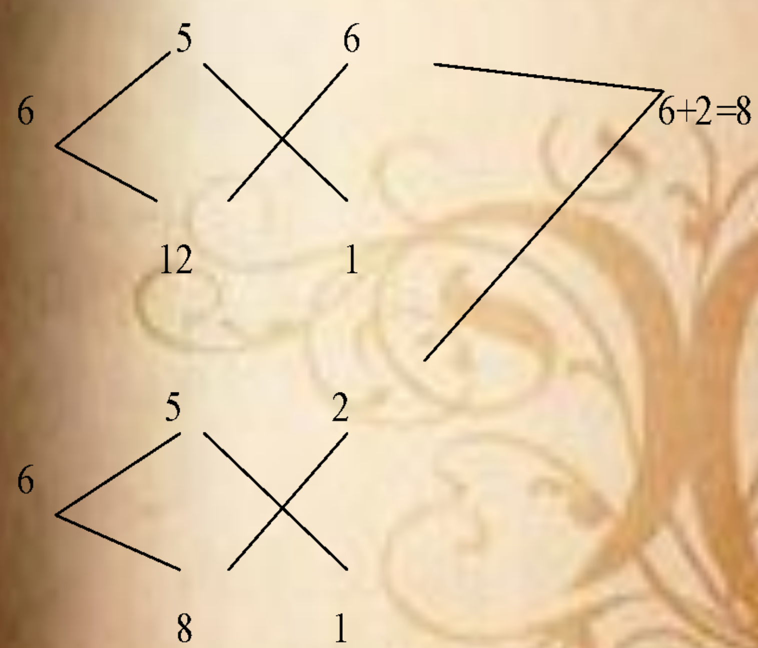
$$\frac{50x+70y}{100}=\frac{65}{100}(x+y),$$

откуда имеем $5y=15x$ и находим искомое отношение $x : y=5 : 15= 1: 3$. Это означает, что смешивать надо 1 часть первого раствора с 3 частями второго.

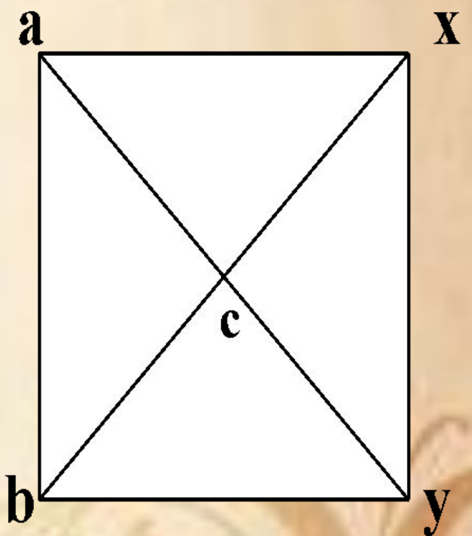
Задача

Имеет некто чай 3х сортов – цейлонский по 5 гривен за фунт, индийский по 8 гривен за фунт и китайский по 12 гривен за фунт. В каких долях нужно смешать эти три сорта , чтобы получить чай по 6 гривен за фунт ?

Вот решение из «Арифметики» Л. Ф. Магницкого: « А когда случится мешати три товара из них же сделати четвертый по желаемой цене и тогда един перечень малейший дважды в правиле полагается. Яко же здесь видимо есть:



Квадрат Пирсона (диагональная схема)



Задача 8.

Имеется два куска олова и свинца, содержащие 60 % и 40 % олова. По сколько граммов от каждого куска надо взять, чтобы получить 600 г сплава, содержащего 45 % олова?

Решение.

Алгебраический способ

Пусть масса куска, взятого от первого сплава m_1 г, тогда масса куска от второго сплава будет $600 - m_1$, составим уравнение

$m_1 0{,}6 + (600 - m_1)0{,}4 = 600*0{,}45$,

$6 m_1 + 2400 - 4 m_1 = 2700$,

$20 m_1 = 3000$, $m_1 = 150$,

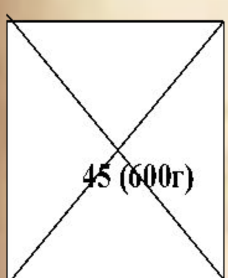
$600 - m_1 = 450$,

$m_2 = 450$.

Ответ: 150 г; 450г.

С помощью квадрата Пирсона (арифметический)

60 5 (?г)



40 15(?г)

Значит, всего надо взять 5/20 60% сплава и 15/20 40% сплава.

1 часть составляет 30 г, значит 5 частей содержат 150 г, а 15 частей – 450г.

Ответ: 150г и 450г