МЕТОД МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ В ЭКОНОМИКЕ

Автор:

***Агжитова Наталья Владимировна**,*
учитель математики МАОУ СОШ № 31 города Тамбова.

Цели элективного курса:

- показать применение математических моделей при решении задач экономического характера,
- профильная и предпрофильная подготовка учащихся,
- систематизация ЗУН при решении текстовых задач,
- расширение кругозора учащихся.

Проблема:

Каким образом современная математика применяется к изучению физических, астрономических, биологических, экономических, гуманитарных и других явлений?

Ответ:

С помощью построения и анализа математических моделей изучаемого явления.

Что же такое математическая модель?

Определение:

Математическая модель - приближенное описание какого-либо явления внешнего мира, выраженное с помощью математической символики и заменяющее изучение этого явления исследованием и решением математических задач.

Что называется математическим моделированием?

Изучение явлений с помощью математических моделей называется **математическим моделированием**.

Схематический процесс математического моделирования:

Явление внешнего мира.

Его приближенное описание. Запись основных свойств и соотношений между ними на математическом языке, формулировка основных математических задач.

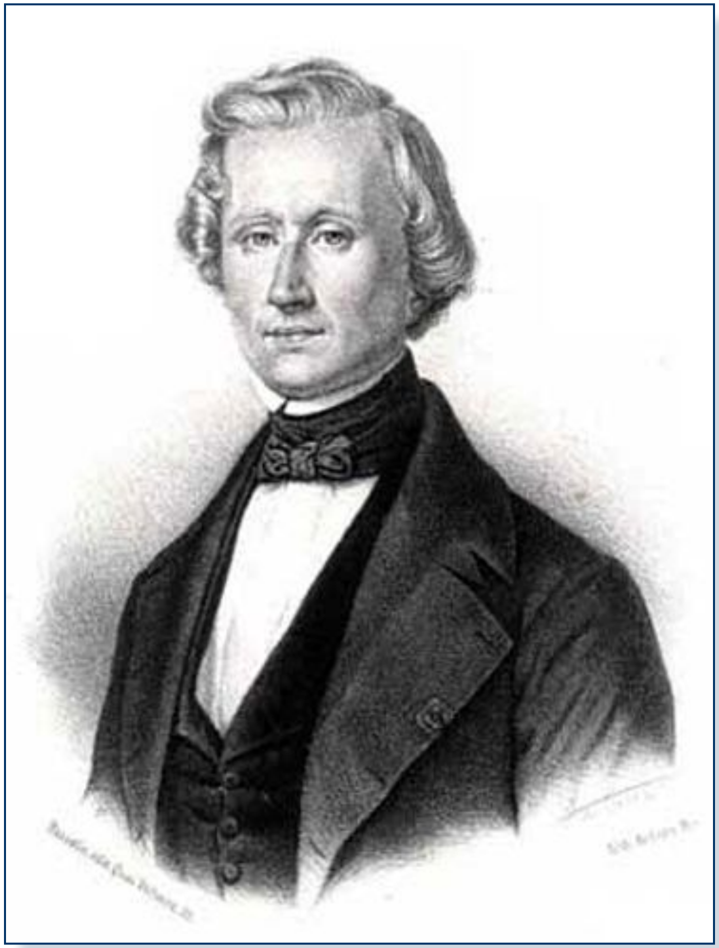
Решение математических задач, исследование решений.

Выводы. Новые свойства изучаемого явления, прогнозы, сравнение с известными результатами.

Уточнение модели

Урбен Жан Жозеф Леверье

(1811 – 1877)



Работы Леверье посвящены решению проблем небесной механики. Открытие Нептуна с помощью предвычислений Леверье - одно из крупнейших событий в области теоретической астрономии.

Теория планет Леверье использовалась для составления астрономических эфемерид - таблиц положений тел Солнечной системы.

Джеймс Клерк Максвелл

(1831 – 1879)

Английский физик, создатель классической электродинамики, один из основоположников статистической физики, основатель одного из крупнейших мировых научных центров.

Создал теорию электромагнитного поля, предсказал существование электромагнитных волн, выдвинул идею электромагнитной природы света, установил первый статистический закон - закон распределения молекул по скоростям, названный его именем.

Фридман Александр Александрович

(1888 – 1925)

Математик и геофизик, создатель теории нестационарной Вселенной.

Основные труды по гидродинамике, динамической метеорологии, теоретической физике и др. Предложил модель нестационарной Вселенной, которая легла в основу современной космологии.

Задача № 1

Фирма выпускает прогулочные и спортивные велосипеды. Ежемесячно сборочный цех способен собрать не более ***600*** прогулочных и не более ***300*** спортивных велосипедов. Качество каждого велосипеда проверяется на двух стендах ***А*** и ***В***. Каждый прогулочный велосипед проверяется ***0,3 ч*** на стенде ***А*** и ***0,1 ч*** на стенде ***В***, а каждый спортивный велосипед проверяется ***0,4 ч*** на стенде ***А*** и ***0,3 ч*** на стенде ***В***. По технологическим причинам стенд ***А*** не может работать более ***240 ч*** в месяц, а стенд ***В*** – более ***120 ч*** в месяц. Реализация каждого прогулочного велосипеда приносит фирме доход в ***50 рублей***, а каждого спортивного – ***90 рублей***. Сколько прогулочных и сколько спортивных велосипедов должна ежемесячно выпускать фирма, чтобы ее прибыль была наибольшей?

I этап решения задачи. **Составление математической модели**

Фирма выпускает прогулочные и спортивные велосипеды. Ежемесячно сборочный цех способен собрать не более ***600*** прогулочных и не более ***300*** спортивных велосипедов. Качество каждого велосипеда проверяется на двух стендах ***А*** и ***В***. Каждый прогулочный велосипед проверяется ***0,3 ч*** на стенде ***А*** и ***0,1 ч*** на стенде ***В***, а каждый спортивный велосипед проверяется ***0,4 ч*** на стенде ***А*** и ***0,3 ч*** на стенде ***В***. По технологическим причинам стенд ***А*** не может работать более ***240 ч*** в месяц, а стенд ***В*** – более ***120 ч*** в месяц. Реализация каждого прогулочного велосипеда приносит фирме доход в ***50 рублей***, а каждого спортивного – ***90 рублей***.
Сколько прогулочных и сколько спортивных велосипедов должна ежемесячно выпускать фирма, чтобы ее прибыль была наибольшей?

Пусть

x – количество прогулочных велосипедов, выпускаемых ежемесячно фирмой

y – количество спортивных велосипедов, выпускаемых ежемесячно фирмой.

I этап решения задачи. **Составление математической модели**

Фирма выпускает прогулочные и спортивные велосипеды. Ежемесячно сборочный цех способен собрать не более ***600*** прогулочных и не более ***300*** спортивных велосипедов. Качество каждого велосипеда проверяется на двух стендах ***A*** и ***B***. Каждый прогулочный велосипед проверяется ***0,3 ч*** на стенде ***A*** и ***0,1 ч*** на стенде ***B***, а каждый спортивный велосипед проверяется ***0,4 ч*** на стенде ***A*** и ***0,3 ч*** на стенде ***B***. По технологическим причинам стенд ***A*** не может работать более ***240 ч*** в месяц, а стенд ***B*** – более ***120 ч*** в месяц. Реализация каждого прогулочного велосипеда приносит фирме доход в ***50 рублей***, а каждого спортивного – ***90 рублей***. Сколько прогулочных и сколько спортивных велосипедов должна ежемесячно выпускать фирма, чтобы ее прибыль была наибольшей?

$0 \le x \le 600$

$0 \le y \le 300$

I этап решения задачи. **Составление математической модели**

Фирма выпускает прогулочные и спортивные велосипеды. Ежемесячно сборочный цех способен собрать не более ***600*** прогулочных и не более ***300*** спортивных велосипедов. Качество каждого велосипеда проверяется на двух стендах ***A*** и ***B***. Каждый прогулочный велосипед проверяется ***0,3 ч*** на стенде ***A*** и ***0,1 ч*** на стенде ***B***, а каждый спортивный велосипед проверяется ***0,4 ч*** на стенде ***A*** и ***0,3 ч*** на стенде ***B***. По технологическим причинам стенд ***A*** не может работать более ***240 ч*** в месяц, а стенд ***B*** – более ***120 ч*** в месяц. Реализация каждого прогулочного велосипеда приносит фирме доход в ***50 рублей***, а каждого спортивного – ***90 рублей***. Сколько прогулочных и сколько спортивных велосипедов должна ежемесячно выпускать фирма, чтобы ее прибыль была наибольшей?

Занятость стенда ***A*** составляет $0{,}3x + 0{,}4y$ (*ч*), что не должно превышать ***240*** *ч*. Поэтому $0{,}3x + 0{,}4y \le 240$.

Аналогично для стенда ***B*** имеем $0{,}1x + 0{,}3y \le 120$.

I этап решения задачи. **Составление математической модели**

Фирма выпускает прогулочные и спортивные велосипеды. Ежемесячно сборочный цех способен собрать не более ***600*** прогулочных и не более ***300*** спортивных велосипедов. Качество каждого велосипеда проверяется на двух стендах ***A*** и ***B***. Каждый прогулочный велосипед проверяется ***0,3 ч*** на стенде ***A*** и ***0,1 ч*** на стенде ***B***, а каждый спортивный велосипед проверяется ***0,4 ч*** на стенде ***A*** и ***0,3 ч*** на стенде ***B***. По технологическим причинам стенд ***A*** не может работать более ***240 ч*** в месяц, а стенд ***B*** – более ***120 ч*** в месяц. Реализация каждого прогулочного велосипеда приносит фирме доход в ***50 рублей***, а каждого спортивного – ***90 рублей***. Сколько прогулочных и сколько спортивных велосипедов должна ежемесячно выпускать фирма, чтобы ее прибыль была наибольшей?

Прибыль фирмы составляет $S = 50x + 90y$ (*руб.*)

I этап решения задачи. **Составление математической модели**

Математическая задача:

Найти целые значения ***x*** и ***y***, удовлетворяющие системе неравенств:

$$\begin{cases} 0{,}3x + 0{,}4y \le 240, \\ 0{,}1x + 0{,}3y \le 120, \\ 0 \le x \le 600, \\ 0 \le y \le 300; \end{cases}$$

и такие, что прибыль $S = 50x + 90y$ была наибольшей.

II этап решения задачи. **Работа с математической моделью**

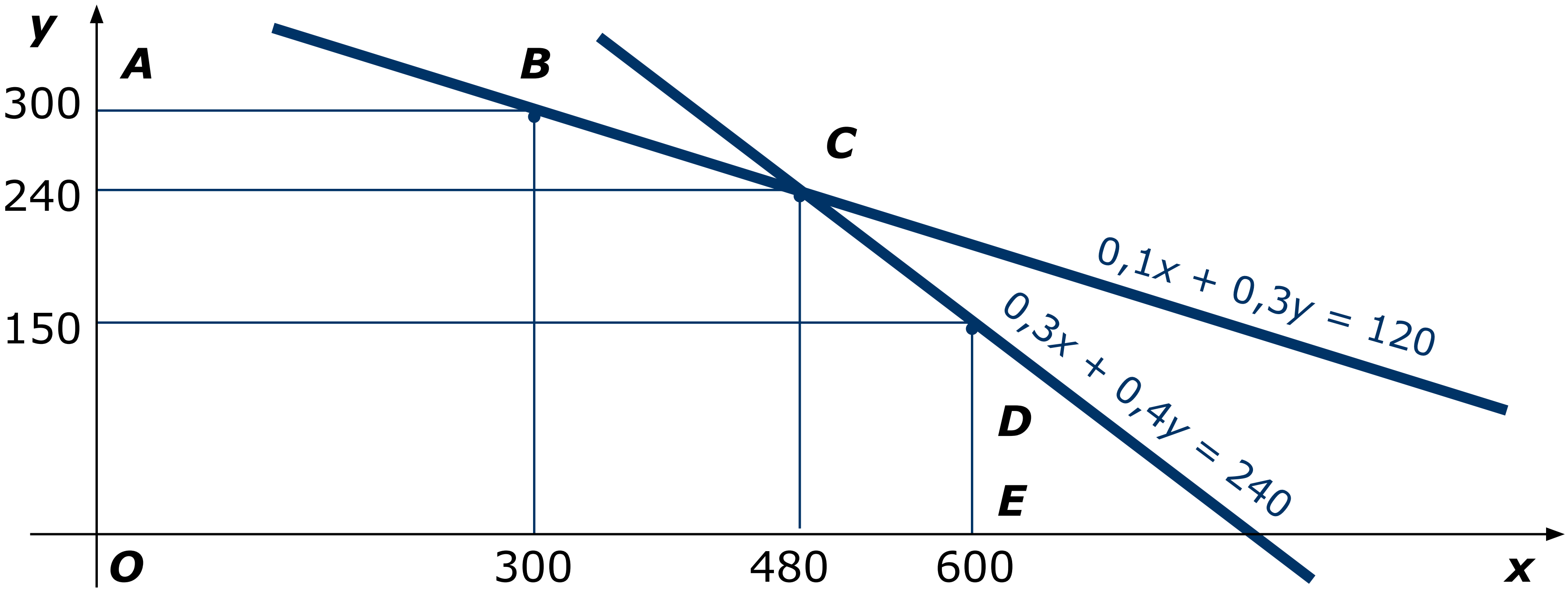
Построение графиков

y = (240 - 0,3x) / 0,4 = 600 – 3x/4

x	*480*	*600*
y	*240*	*150*

y = (120 - 0,1x) / 0,3 = 400 – x/3

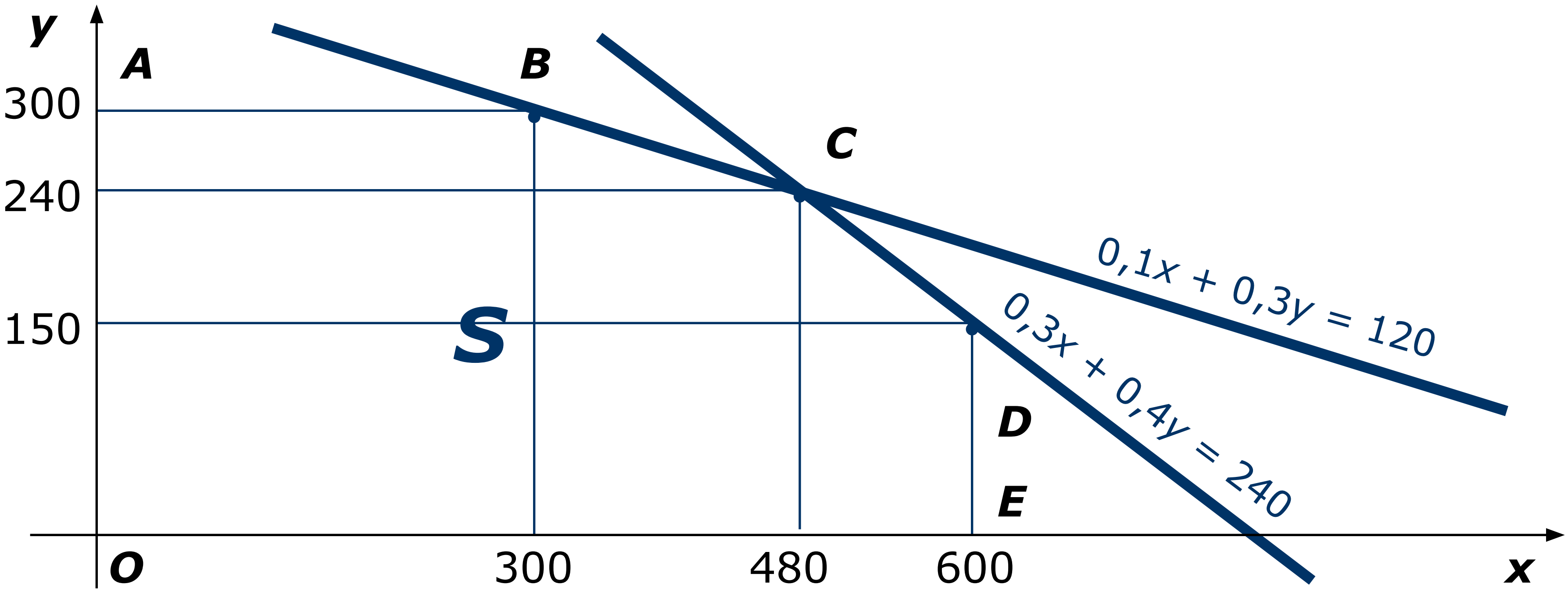
x	*300*	*480*
y	*300*	*240*



II этап решения задачи. **Работа с математической моделью**

Вычислим значение прибыли S в каждой точке:

В точке ***O* (0, 0)**, $S = 50 \cdot 0 + 90 \cdot 0 = 0$ (руб.)
В точке ***A* (0, 300)**, $S = 50 \cdot 0 + 90 \cdot 300 = 27000$ (руб.)
В точке ***B* (300, 300)**, $S = 50 \cdot 300 + 90 \cdot 300 = 42000$ (руб.)
В точке ***C* (480, 240)**, $S = 50 \cdot 480 + 90 \cdot 240 = 45600$ (руб.)
В точке ***D* (600, 150)**, $S = 50 \cdot 600 + 90 \cdot 150 = 43500$ (руб.)
В точке ***E* (600, 0)**, $S = 50 \cdot 600 + 90 \cdot 0 = 30000$ (руб.)



III этап. **Анализ результатов**

Наибольшее значение прибыли равно ***45600 рублей***

и достигается оно ***в точке С***, т. е. при выпуске

480 прогулочных велосипедов и ***240*** – ***спортивных***.

Задача № 2

Вы решили продать дом. Первый из двух имеющихся покупателей предлагает вам заплатить за дом ***200000 рублей*** **немедленно** и еще ***300000 рублей*** **через 1 год**. Второй покупатель предлагает вам за дом ***100000 рублей*** немедленно, ***250000 рублей*** через ***1 год*** и еще ***200000 рублей*** через ***2 года***. При условии, что ставка банков не меняется в течение ***3 лет*** и составляет ***6% годовых***.

Какой из покупателей предлагает вам наилучшие условия?

I этап решения задачи. **Составление математической модели**

Вы решили продать дом. Первый из двух имеющихся покупателей предлагает вам заплатить за дом ***200000 рублей* немедленно** и еще ***300000 рублей* через 1 год**. Второй покупатель предлагает вам за дом ***100000 рублей*** немедленно, ***250000 рублей*** через ***1 год*** и еще ***200000 рублей*** через ***2 года***. При условии, что ставка банков не меняется в течение ***3 лет*** и составляет ***6% годовых***.

Какой из покупателей предлагает вам наилучшие условия?

При простом процентном росте:

$S_n = (1 + p \cdot n / 100) \cdot S$, где S_n – сумма денег через n количества лет, S – первоначальная сумма, p – количество процентов за год, n – количество лет.

$300\,000 = (1 + 0{,}06) \cdot S_1$

I этап решения задачи. **Составление математической модели**

Вы решили продать дом. Первый из двух имеющихся покупателей предлагает вам заплатить за дом ***200000 рублей* немедленно** и еще ***300000 рублей* через 1 год**. Второй покупатель предлагает вам за дом ***100000 рублей*** немедленно, ***250000 рублей*** через ***1 год*** и еще ***200000 рублей*** через ***2 года***. При условии, что ставка банков не меняется в течение ***3 лет*** и составляет ***6% годовых***.

Какой из покупателей предлагает вам наилучшие условия?

При простом процентном росте:

$S_n = (1 + p \cdot n / 100) \cdot S$, где S_n – сумма денег через n количества лет, S – первоначальная сумма, p – количество процентов за год, n – количество лет.

$250\,000 = (1 + 0{,}06) \cdot S_2$

I этап решения задачи. **Составление математической модели**

Вы решили продать дом. Первый из двух имеющихся покупателей предлагает вам заплатить за дом ***200000 рублей*** **немедленно** и еще ***300000 рублей*** **через 1 год**. Второй покупатель предлагает вам за дом ***100000 рублей*** немедленно, ***250000 рублей*** через ***1 год*** и еще ***200000 рублей*** через ***2 года***. При условии, что ставка банков не меняется в течение ***3 лет*** и составляет ***6% годовых***.

Какой из покупателей предлагает вам наилучшие условия?

При сложном процентном росте:

$S_n = (1 + p / 100)^n \cdot S$, где S_n – сумма денег через n количества лет, S – первоначальная сумма, p – количество процентов за год, n – количество лет.

$200\,000 = (1 + 0{,}06)^2 \cdot S_3$,

$S_3 = 200\,000 / (1 + 0{,}06)^2 = 177\,999{,}28$ *руб.*

II этап решения задачи. **Работа с математической моделью**

Первый покупатель.

$300\,000 = (1 + 0{,}06) \cdot S_1$

$S_1 = 300\,000 / (1 + 0{,}06) = 283\,018{,}\,86$ *руб.*

$200\,000 + 283\,018{,}86 = 483\,018{,}86$ *руб.*

Второй покупатель.

$250\,000 = (1 + 0{,}06) \cdot S_2$

$S_2 = 250\,000 / (1 + 0{,}06) = 235\,849{,}\,05$ *руб.*

$200\,000 = (1 + 0{,}06)^2 \cdot S_3$,

$S_3 = 200\,000 / (1 + 0{,}06)^2 = 177\,999{,}28$ *руб.*

$100\,000 + 235\,849{,}05 + 177\,999{,}28 = 513\,848{,}33$ *руб.*

III этап. **Анализ результатов**

Сравнив результаты вычислений, получаем, что второй покупатель предлагает вам за дом на ***513 848,33 – 483 018,86 = 30 829,47*** *руб*. больше, чем первый покупатель.

Вывод:

С помощью построения и анализа математических моделей различных явлений современная математика применяется к изучению физических, астрономических, биологических, экономических и других явлений.