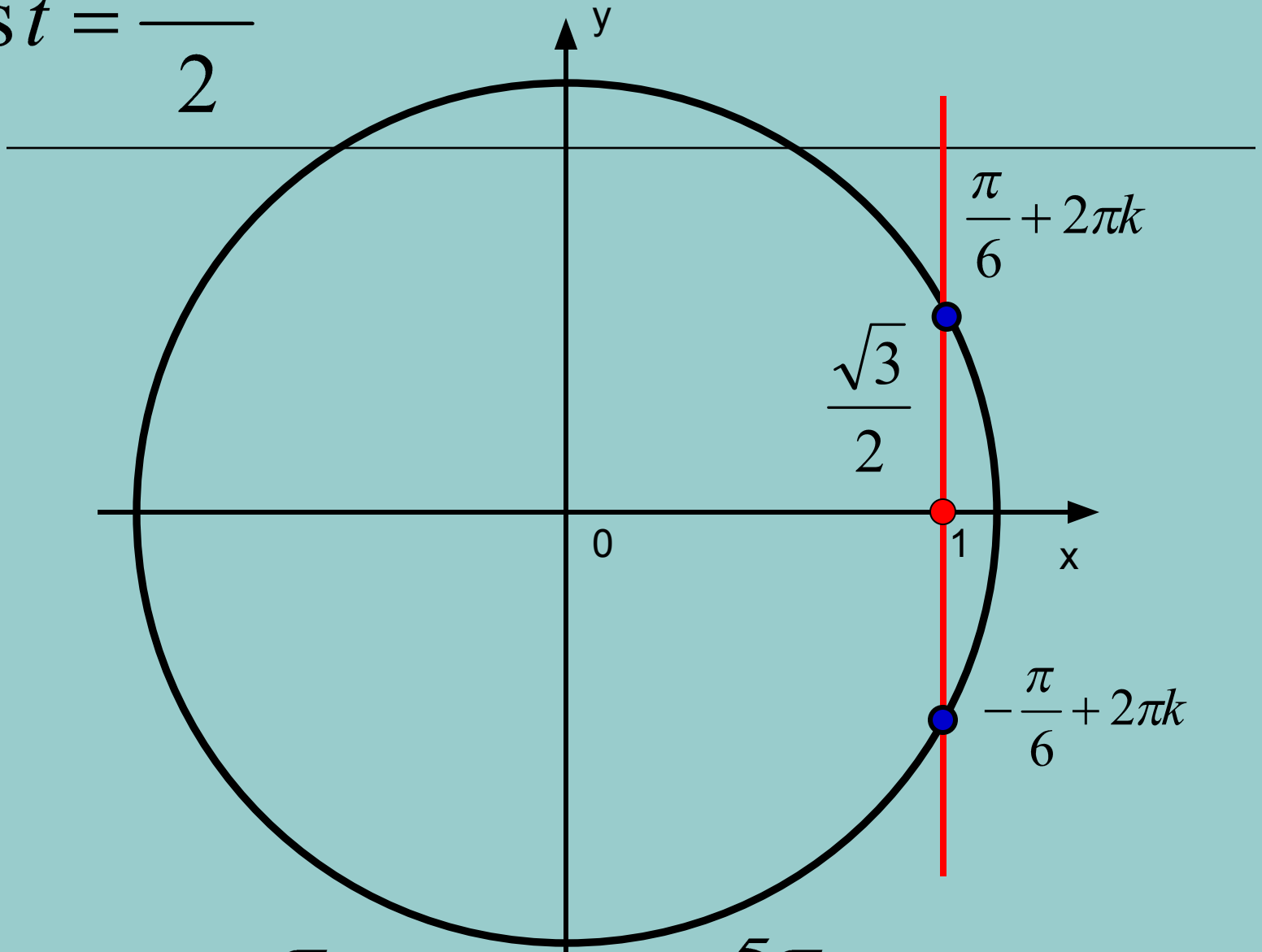
Арккосинус и решение уравнения cos x = a

Уроки № 1-2

Цели урока

- ввести понятие arccos x;
- вывести формулу решения уравнения cos x=a, $|a| \le 1$;
- рассмотреть уравнения на применение этой формулы;
- рассмотреть простейшие тригонометрические неравенства.

$$\cos t = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



$$t_1 = \frac{\pi}{6} + 2\pi k; t_2 = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$$

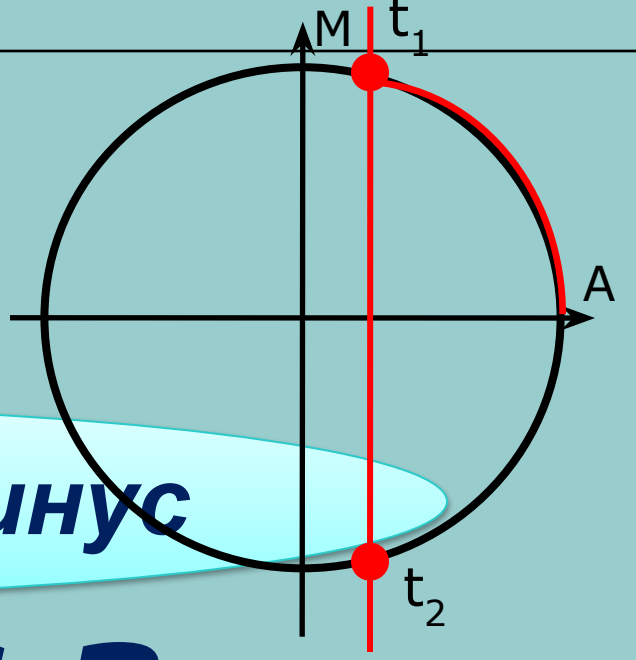
$$\cos t = \frac{1}{4}$$

$t = t_1 + 2\pi k,\ k \in Z$

$t = t_2 + 2\pi k,\ k \in Z$

Где t_1 – длина дуги AM,

а $t_2 = -t_1$



«arcus» - дуга

арккосинус

1/4

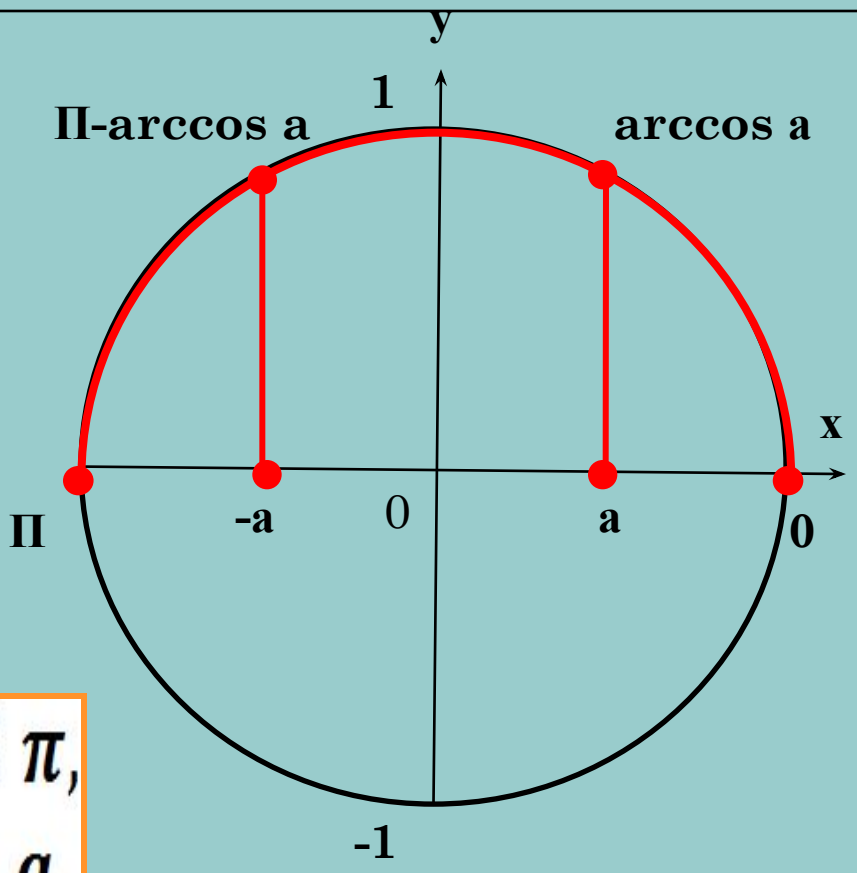
Arccos a

дуга

cos которой равен a

Понятие арккосинуса

Арккосинусом числа *a* называют такое число из промежутка [0; П], косинус которого равен *a*



$$arccosa = t <=> \begin{cases} 0 \le t \le \pi, \\ cost = a. \end{cases}$$

α∈[–1; 1]

arccos (-a)=П-arccos a

Имеют смысл выражения?

$\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}$ – *да, т.к.* $\frac{\sqrt{3}}{2} \in [-1;1]$

$\arccos\sqrt{3}$

$\arccos(-\sqrt{3})$

$\arccos(\sqrt{3}-1)^2$

Для чего нужен арккосинус?

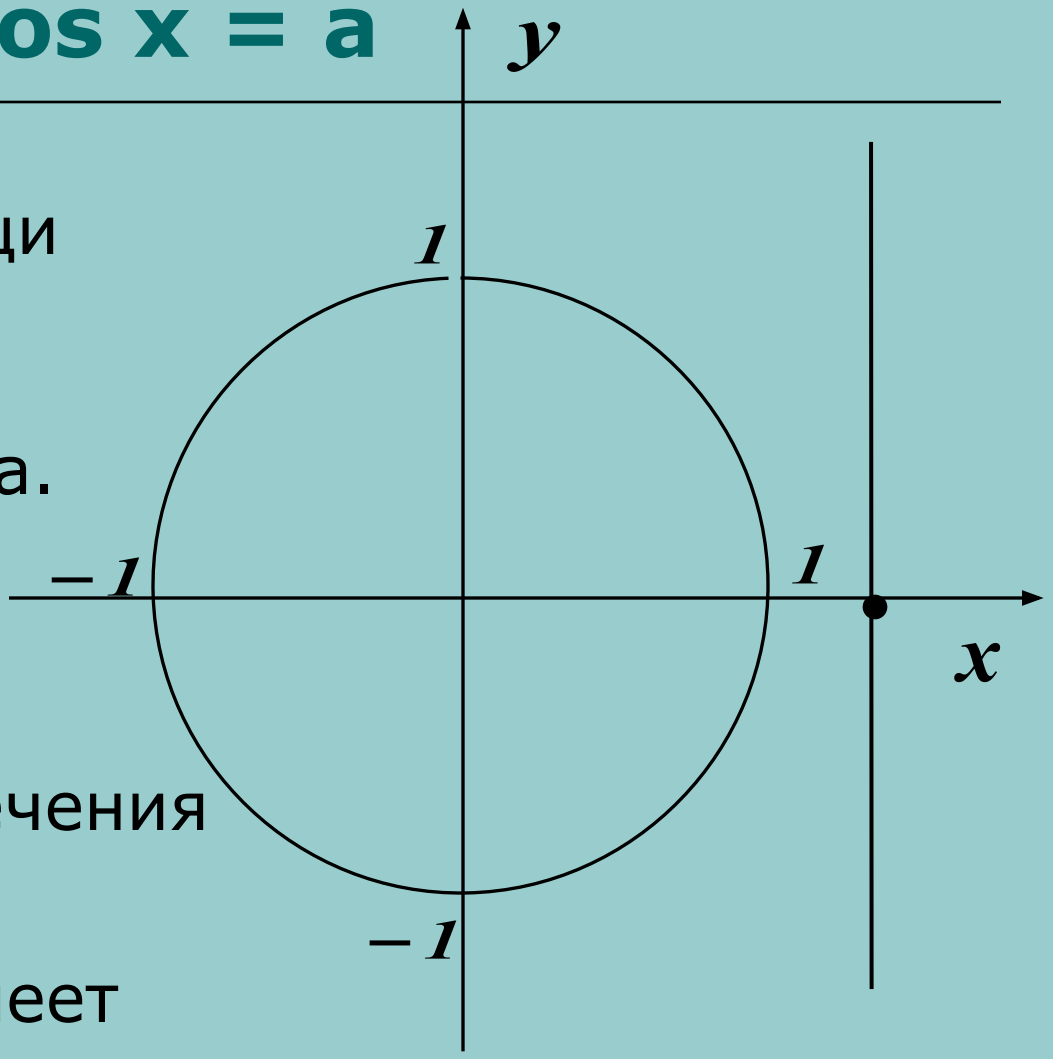
$x^2=9$ → $x=\pm 3$

$\cos t = \frac{\sqrt{3}}{2}$ → $t = \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} = \pi/6$

Арккосинус и решение уравнения cos x = a

Решим при помощи числовой окружности уравнение cos t=a.

1) $|a| > 1$



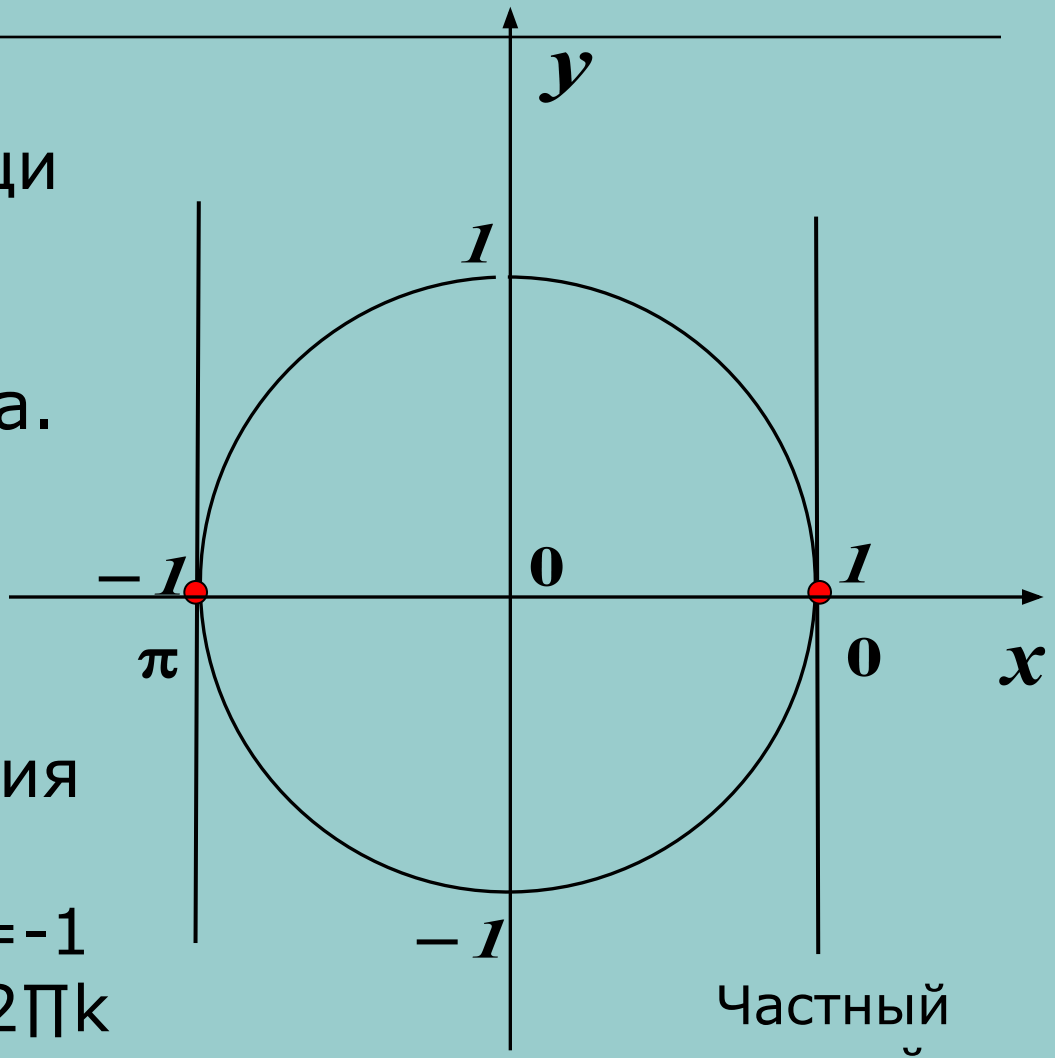
Нет точек пересечения с окружностью.

Уравнение не имеет решений.

Арккосинус и решение уравнения cos x = a

Решим при помощи числовой окружности уравнение cos t=a.

2) $|a| = 1$



Частный случай

Решения уравнения

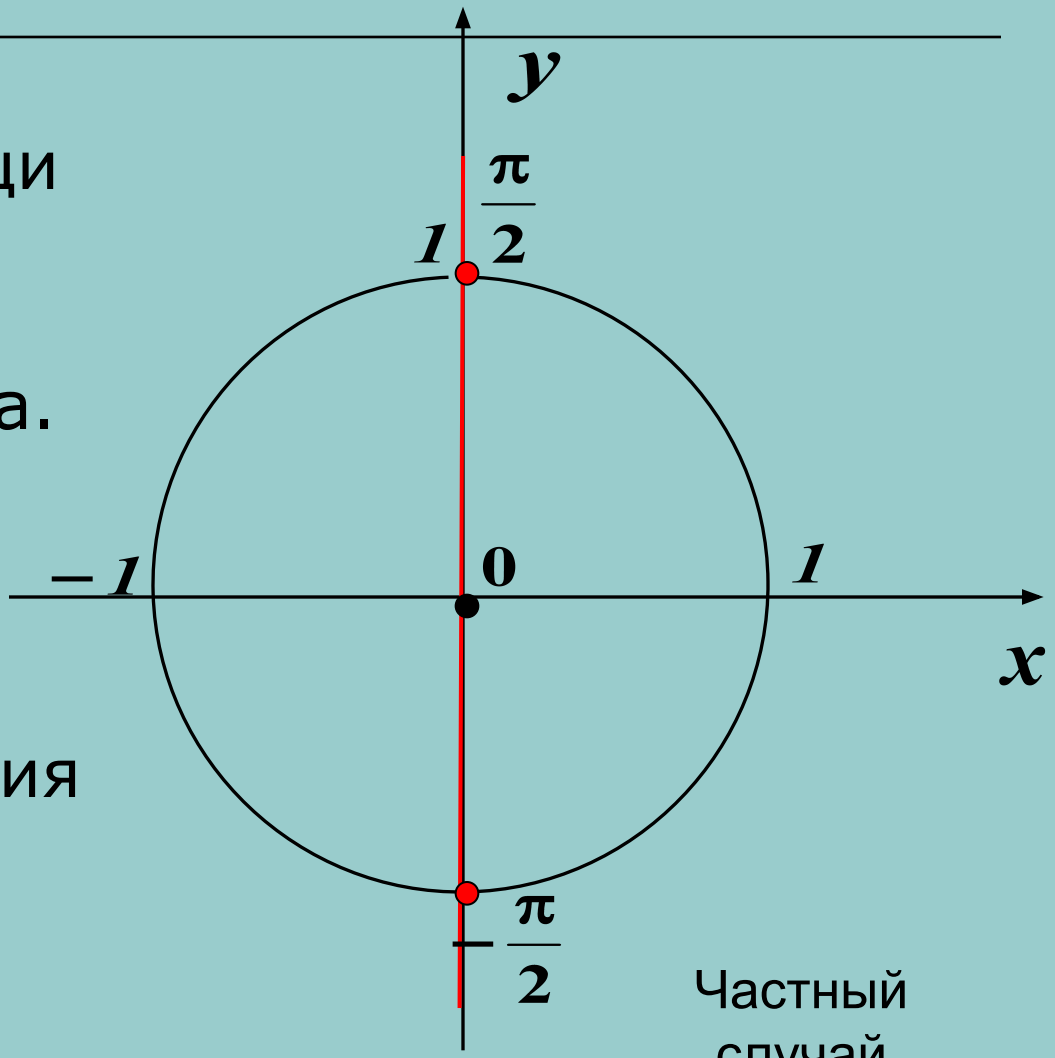
cos t=1 cos t=-1

t=2πk t=π+2πk

Арккосинус и решение уравнения cos x = a

Решим при помощи числовой окружности уравнение cos t=a.

3) a=0



Частный случай

Решения уравнения

$$t = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

Арккосинус и решение уравнения cos x = a

Решим при помощи числовой окружности уравнение cos t=a.

4) $|a| < 1$

Корни, симметричные относительно Ox, могут быть записаны:

$$t = \begin{cases} \arccos a + 2\pi k, \\ -\arccos a + 2\pi k \end{cases} \quad \textit{или}$$

$$t = \pm \arccos a + 2\pi k$$

Общий случай

Арккосинус и решение уравнения cos x = a

Значение a	Решение
$\lvert a\rvert > 1$	Нет решений
$a = 0$	$t = \frac{\pi}{2} + \pi k$
$a = 1$	$t = 2\pi k$
$a = -1$	$t = \pi + 2\pi k$
$\lvert a\rvert < 1$	$t = \pm \arccos a + 2\pi k$

Выясните, верно ли равенство?

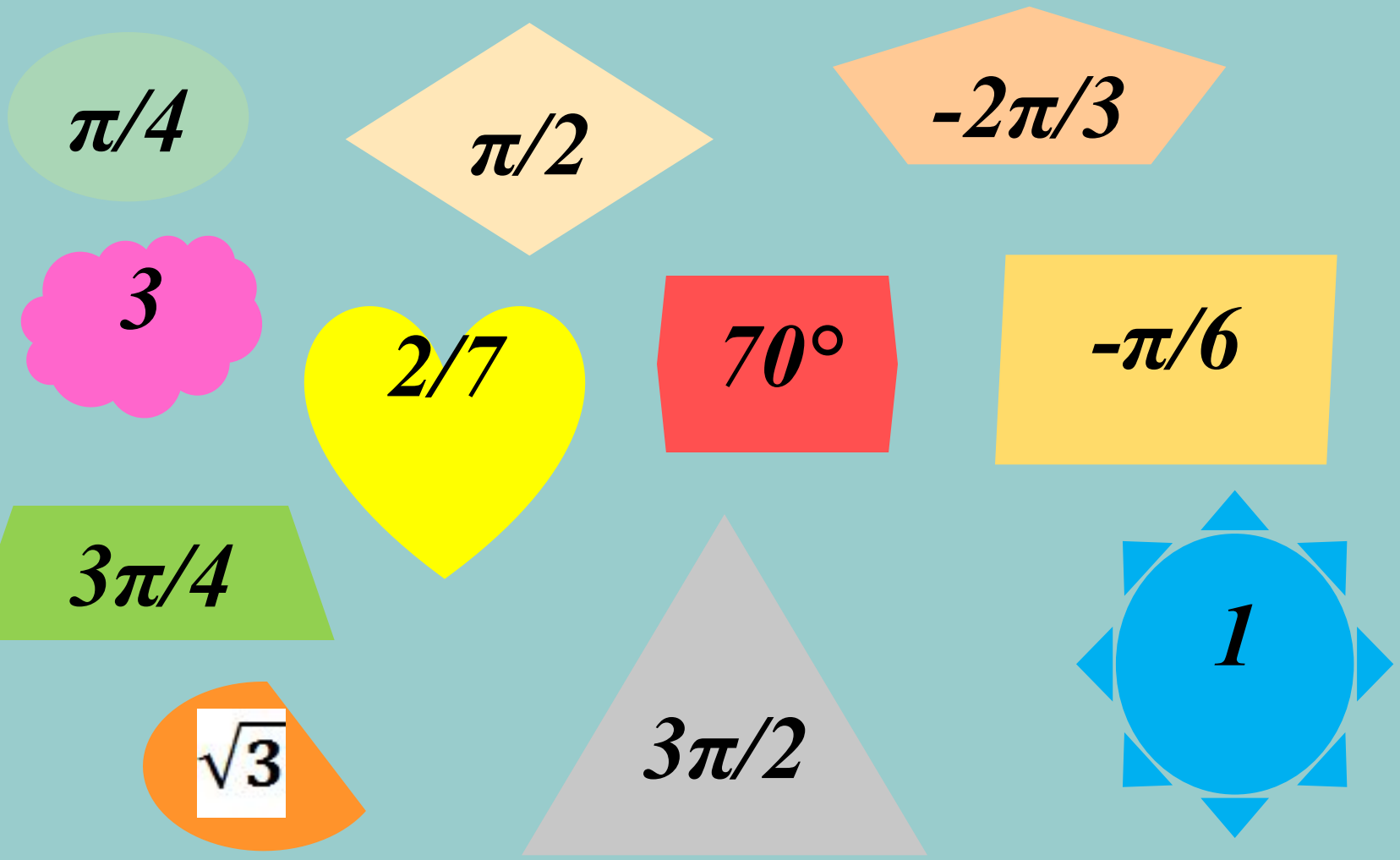
$$\arccos\frac{1}{2}=-\frac{\pi}{3},\ нет,\ т.к.\ 1)\ \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2},\ но\ 2)\ -\frac{\pi}{3}\notin[0;\pi]$$

$$\arccos 1=\pi$$

$$\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\frac{3\pi}{4}$$

$$\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\pi}{6}$$

Какие из чисел являются арккосинусами?



Основная задача –

свести любое
тригонометрические уравнение
к простейшему виду

Пример решения уравнения

$$-\cos 4x = 0$$

$$\cos 4x = 0$$

t

Это частный вид уравнения cos t=a, где a=0

t

$$4x = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

Разделим обе части на 4

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{4}$$

Характерная грубая ошибка

$$\cos 4x = 0$$

Учащиеся делят обе части на 4
и получают следующее:

$$\cos x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

Пример решения уравнения

$$\sqrt{2}\cos 4x - 1 = 0$$

$$\sqrt{2}\cos 4x = 1$$

t

$$\cos 4x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$4x = \pm \arccos \frac{1}{\sqrt{2}} + 2\pi k$$

$$4x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

Разделим обе части на 4

$$x = \pm \frac{\pi}{16} + \frac{\pi k}{2}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{16} + \frac{\pi k}{2}$$

Пример решения уравнения

$$\cos\left(\frac{\pi}{3}-3x\right)=0$$

Уравнение уже имеет простейший вид $t=\left(\frac{\pi}{3}-3x\right)$

Это частный вид уравнения cos t=a, где a=0

$$\frac{\pi}{3}-3x=\frac{\pi}{2}+\pi k$$

$$-3x=\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}+\pi k$$

$$-3x=\frac{\pi}{6}+\pi k \quad \Big| \quad \div(-3)$$

$$x=-\frac{\pi}{18}+\frac{\pi k}{3}$$

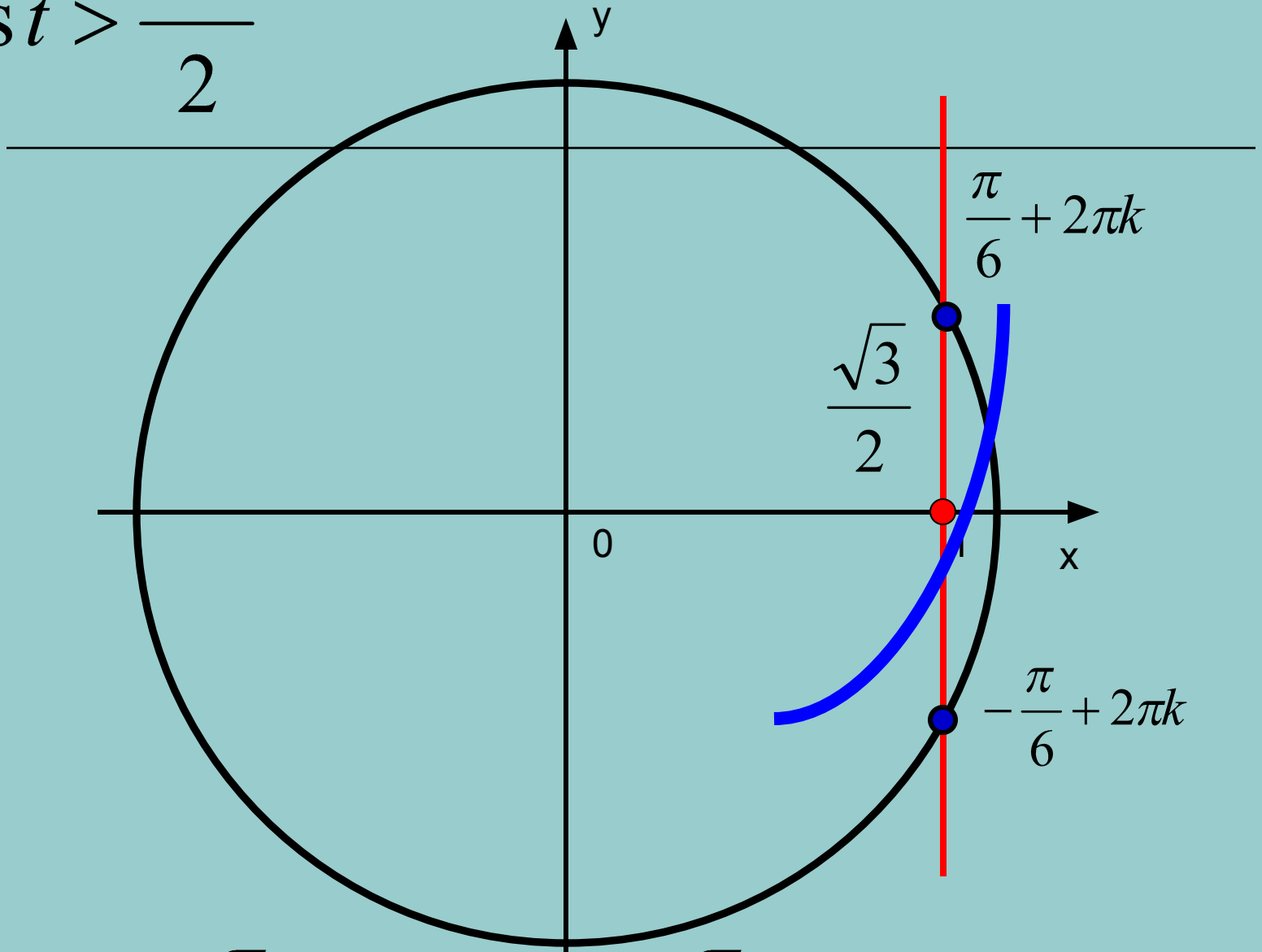
$$x=-\frac{\pi}{18}+\frac{\pi k}{3}$$

Закрепление изученного материала

- № 289-291 (а, б)
- № 293 а, б
- № 294 а, б

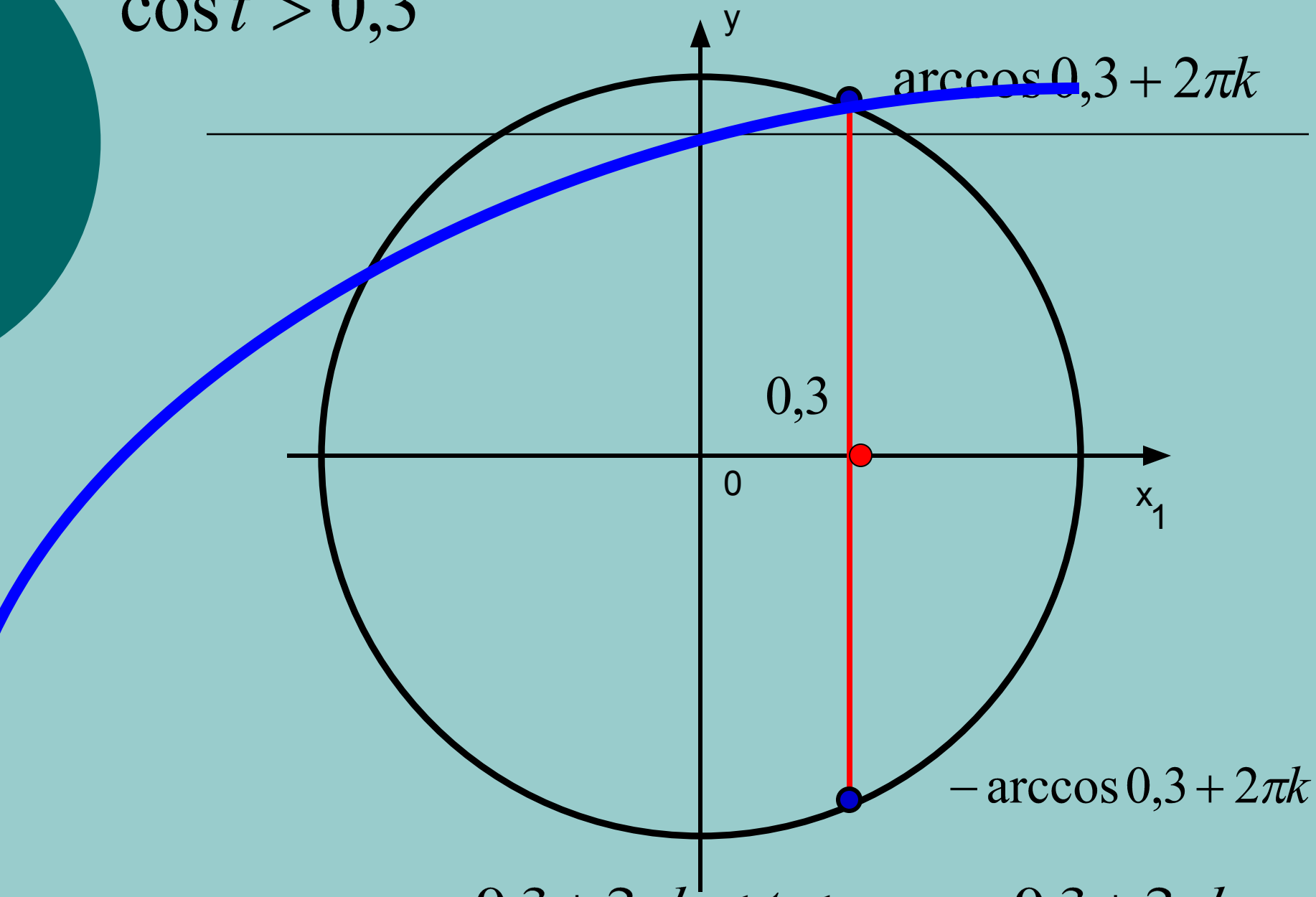
Решение простейших тригонометрических неравенств

$$\cos t > \frac{\sqrt{3}}{2}$$



$$-\frac{\pi}{6} + 2\pi k < t < \frac{\pi}{6} + 2\pi k$$

$\cos t > 0,3$



$-\arccos 0,3 + 2\pi k < t < \arccos 0,3 + 2\pi k$

Закрепление изученного материала

- №303 (а, г)
- № 304 (а, г)
- № 305 (а, г),
- № 306 (а, г).

Домашнее задание

Теория: стр. 75-81

- № 291 (в, г)
- № 293 (в, г)
- № 294 (в, г)
- №303 (б, в)
- № 304 (б, в)
- № 305 (б, в)
- № 306 (б, в)