

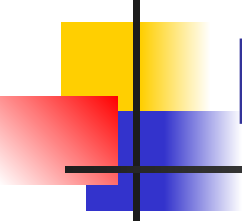


ЭКОНОМЕТРИКА

лекция №1

Предмет эконометрики. Основные эконометрические модели

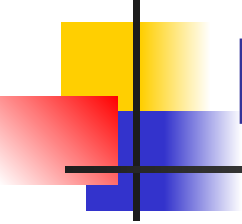
лектор: Батасова Валентина Сергеевна



ПРЕДМЕТ ЭКОНОМЕТРИКИ

Три кита экономического образования:
макроэкономика, микроэкономика,
эконометрика.

академик РАН В.Л.Макаров

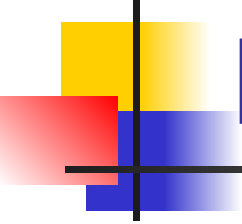


ПРЕДМЕТ ЭКОНОМЕТРИКИ

Эконометрика - это раздел экономики, занимающийся разработкой и применением статистических методов для измерений взаимосвязей между экономическими переменными.

С. Фишер

Цель: по значениям одних экономических переменных прогнозировать значения других



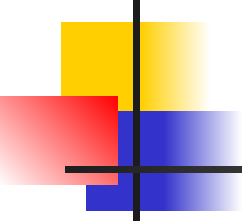
ПРЕДМЕТ ЭКОНОМЕТРИКИ

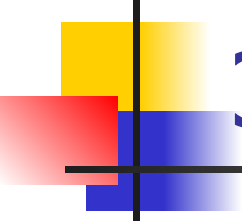


Термин **эконометрика** (*дословно: экономические измерения*) был введен в 1926 г. норвежским ученым Р.Фришем.

Узкая трактовка: эконометрика - методы математической статистики в экономике.

Лауреаты Нобелевской премии по экономике - за работы в области эконометрики

- 
- Р.Фриш, Я.Тинберг (1969)- за создание и применение динамических моделей к анализу экономических процессов
 - Л. Клейн (1980) – за создание экономических моделей и их применение к анализу колебаний экономики и экономической политики
 - Т.Хаавельмо (1989) – за его разъяснения в основах теории вероятностей и анализ одновременных экономических структур
 - Дж.Хекман и Д.Макфадден (2000) – за развитие теории и методов анализа дискретного выбора
 - Р. Ингл (2003) – за разработку методов анализа временных рядов в экономике на основании математической модели с авторегрессионной условной гетероскедастичностью. К. Грэнджер (2003) – за разработку метода коинтеграции для анализа временных рядов в экономике
 - Т. Сарджент, К.Симс (2011) – за эмпирические исследования причинно-следственных связей в макроэкономике



ЭКОНОМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

$$Y = f(X) + \varepsilon$$

Y - наблюдаемое значение зависимой (объясняемой) переменной;

X - независимые (объясняющие) переменные - факторы;

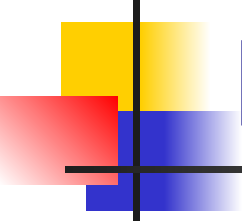
ε - неучтенная (случайная) составляющая - возмущение.

Задачи:

- *Выявить Y , X .*
- *Провести эксперимент.*
- *Найти f по наблюдениям Y , X .*
- *Объяснить ε .*
- *Дать прогноз Y для других X .*


$$Y = f(X) + \varepsilon$$

Y	X
Стоимость автомобиля определенной марки	Срок эксплуатации, пробег
Валовой доход предприятия	Стоимость основных и оборотных фондов
Производительность труда шахтера	Толщина угольного пласта
Цена квартиры	Общая и жилая площадь, число комнат, район, тип дома, наличие балкона...



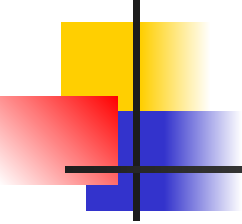
РЕГРЕССИОННАЯ МОДЕЛЬ

$$Y = f(X) + \varepsilon$$

$M_x(Y)$ - условное математическое ожидание Y
при заданном x .

$f(X) \equiv M_x(Y)$ - **регрессионная модель**.

*Стандартная ситуация нерегрессионной модели:
систематические ошибки измерения X .*

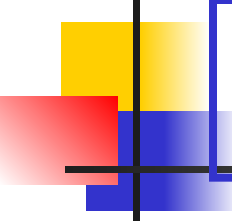


$$Y = f(X) + \varepsilon$$

$$y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix}, f(X) = \begin{pmatrix} f(x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1p}) \\ f(x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2p}) \\ \dots \\ f(x_{n1}, x_{n2}, \dots, x_{np}) \end{pmatrix}, \varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \dots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}$$

n - число наблюдений, p - число объясняющих переменных,
 x_{ij} - значение j -ой ($j=1, \dots, p$) объясняющей переменной
 в i -ом наблюдении, $(x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,p}, y_i)$ - i -ое наблюдение, $i=1, \dots, n$.

Общий случай: различные распределения $y_1, y_2, \dots, y_n \Rightarrow$
 по каждому y одно наблюдение $\Rightarrow$ задача неразрешима $\Rightarrow$
две классические модели выборочных данных.



ВЫБОРОЧНЫЕ ДАННЫЕ

ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ВЫБОРКА

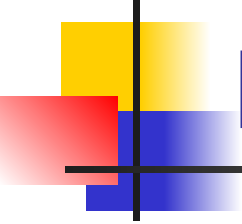
Набор наблюдений, сделанных
в один момент времени (день,
год,...) для различных
однотипных объектов

Порядок следования
наблюдений не имеет значения

ВРЕМЕННОЙ РЯД

Набор наблюдений,
полученных для одного объекта
в последовательные моменты
времени

Порядок следования
наблюдений жестко задан



ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ВЫБОРКА

cross-sectional data

n независимых наблюдений $(p+1)$ -мерной случайной величины $(X_1, X_2, \dots, X_p, Y)$:

1 наблюдение	$(X_{11}, X_{12}, \dots, X_{1p}, Y_1)$
2 наблюдение	$(X_{21}, X_{22}, \dots, X_{2p}, Y_2)$
...	
n наблюдение	$(X_{n1}, X_{n2}, \dots, X_{np}, Y_n)$



ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ВЫБОРКА

$$Y_i = f(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip}) + \varepsilon_i, \quad i=1, \dots, n.$$

X - детерминированные величины (параметры объекта);
независимые объекты $\Rightarrow$ некоррелированные возмущения:

$$r(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0 \text{ при } i=1, \dots, n, j=1, \dots, n, i \neq j.$$

Отсутствие систематических погрешностей $\Rightarrow$

$$M(\varepsilon_i) = 0, \quad i=1, \dots, n.$$

$$D(\varepsilon_i) = \sigma_i^2$$

M -математическое ожидание

D -дисперсия

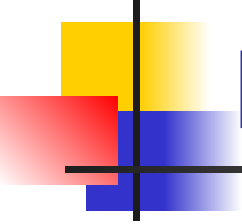
σ -среднее квадратическое отклонение

r -коэффициент корреляции

$\sigma_i = \sigma_j, i=1, \dots, n, j=1, \dots, n$, - *гомоскедастичность*;

$\sigma_i \neq \sigma_j, i \neq j, i=1, \dots, n, j=1, \dots, n$, - *гетероскедастичность*.

Предположение нормальности возмущений: $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma_i)$.



ГОМОСКЕДАСТИЧНАЯ МОДЕЛЬ

$$Y_i = f(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip}) + \varepsilon_i, \quad i=1, \dots, n.$$

$$\varepsilon' = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n),$$

Ковариационная матрица возмущений:

$$\Omega = D(\varepsilon) = M(\varepsilon \varepsilon') = \sigma^2 E_n$$

$$M(\varepsilon \varepsilon') = M \begin{bmatrix} \varepsilon_1^2 & \varepsilon_1 \varepsilon_2 & \dots & \varepsilon_1 \varepsilon_n \\ \varepsilon_2 \varepsilon_1 & \varepsilon_2^2 & \dots & \varepsilon_2 \varepsilon_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \varepsilon_n \varepsilon_1 & \varepsilon_n \varepsilon_2 & \dots & \varepsilon_n^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} = \sigma^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$



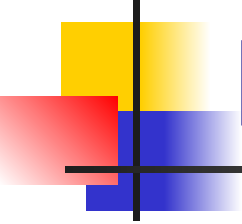
ГЕТЕРОСКЕДАСТИЧНАЯ МОДЕЛЬ

$$Y_i = f(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip}) + \varepsilon_i, \quad i=1, \dots, n.$$

$$\varepsilon' = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n),$$

Ковариационная матрица возмущений:

$$\Omega = D(\varepsilon) = M(\varepsilon'\varepsilon) = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_n^2 \end{pmatrix}$$



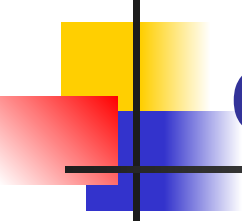
ВРЕМЕННЫЕ РЯДЫ

time-series data

$$Y_i = f(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip}) + \varepsilon_i, \quad i=1, \dots, n.$$

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ - зависимые случайные величины

Ковариационная матрица возмущений Ω не является диагональной



ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФУНКЦИИ РЕГРЕССИИ

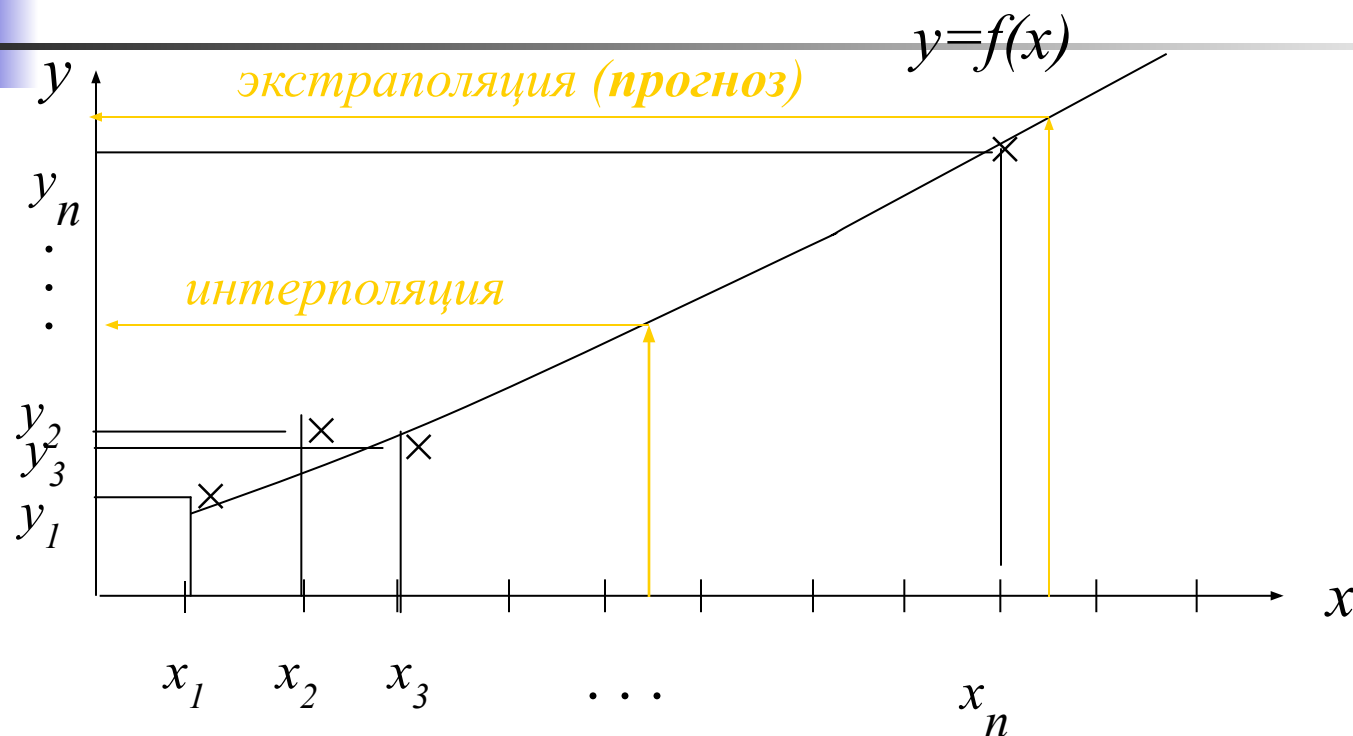
hОпределение параметрического семейства;
например,

$f(x) = tx + b$ - *линейная модель* или

$f(x) = bt^x$ - *показательная (экспоненциальная) модель*

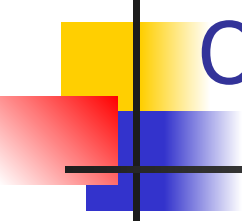
hОценивание параметров

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФУНКЦИИ РЕГРЕССИИ



$(x_1, y_1) (x_2, y_2) \dots (x_n, y_n)$ - наблюдения

$y=f(x)$ - приближение (аппроксимация) неизвестной реальной зависимости, ее можно использовать для
прогноза



ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФУНКЦИИ РЕГРЕССИИ

**Метод наименьших квадратов для
получения $f(x)$:**

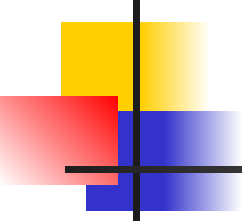
$$\sum_{i=1}^n (f(x_i) - y_i)^2 \rightarrow \min_{f(x)}$$

$f(x)=mx+b$ - линейная аппроксимация

$f(x)=b m^x$ - экспоненциальная аппроксимация

Линейная $f(x)$ - постепенное, плавное изменение;

**Экспоненциальная $f(x)$ - стремительное, лавинообразное
изменение.**

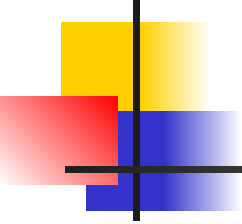


ЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ

Преимущество - простота

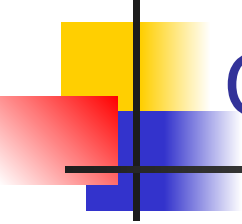
Допустимость:

- В случае совместного нормального распределения (X, Y) линейно зависит от X .
- Линейная модель обеспечивает минимальную ошибку прогноза.
- Нелинейные модели, как правило, сводятся к линейным.



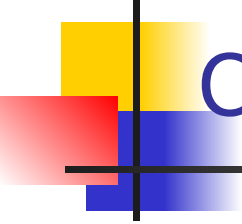
СВЕДЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ МОДЕЛЕЙ К ЛИНЕЙНЫМ

- При малых изменениях X : $\Delta Y = f' \Delta X$
- $y = b m^x$ *показательная модель*
 $\ln y = \ln b + x \ln m$
($y \rightarrow \ln y$, $b \rightarrow \ln b$, $m \rightarrow \ln m$)
- $y = b x^m$ *степенная модель*
 $\ln y = \ln b + m \ln x$
($y \rightarrow \ln y$, $b \rightarrow \ln b$, $x \rightarrow \ln x$)



СИСТЕМА ОДНОВРЕМЕННЫХ УРАВНЕНИЙ

Система уравнений, связывающих экономические переменные, в которой объясняемая переменная одного уравнения может входить в другие уравнения как объясняющая



СИСТЕМА ОДНОВРЕМЕННЫХ УРАВНЕНИЙ

Пример. Модель спроса и предложения.

$$Q^d = \beta_1 + \beta_2 P + \beta_3 I + \varepsilon_1 \quad (\text{спрос - demand});$$

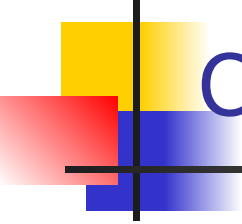
$$Q^s = \beta_4 + \beta_5 P + \varepsilon_2 \quad (\text{предложение - supply});$$

$$Q^d = Q^s \quad (\text{равновесие}),$$

где P - цена товара, I - доход потребителя.

Эндогенные переменные - формирующиеся внутри системы (P , Q^d , Q^s).

Экзогенные переменные - задаваемые извне (I).

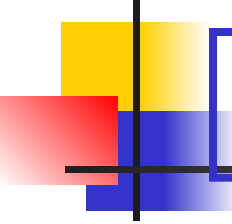


СИСТЕМА ОДНОВРЕМЕННЫХ УРАВНЕНИЙ

Лаговые переменные - значения переменных в предыдущий (-ие) момент (-ы) времени.

Пример. $Q_t^s = \beta_4 + \beta_5 P_t + \beta_6 P_{t-1} + \varepsilon_2$

Смысл: высокая цена провоцирует производство.



ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

РЕГРЕССИОННЫЕ
МОДЕЛИ

МОДЕЛИ
ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

СИСТЕМЫ
ОДНОВРЕМЕННЫХ
УРАВНЕНИЙ

ЛИНЕЙНЫЕ

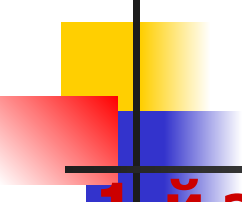
НЕЛИНЕЙНЫЕ

ПАРНАЯ РЕГРЕССИЯ
($p=1$)

МНОЖЕСТВЕННАЯ
РЕГРЕССИЯ ($p>1$)

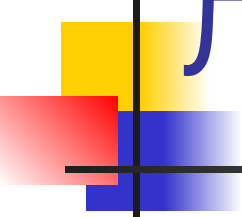
ГОМОСКЕДАСТИЧНАЯ
МОДЕЛЬ

ГЕТЕРОСКЕДАСТИЧНАЯ
МОДЕЛЬ



ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

- **1-й этап - постановочный:** определение цели исследования, отбор экономических переменных.
- **2-й этап - априорный:** формирование априорной информации.
- **3-й этап - параметризация:** определение взаимосвязей с точностью до параметров.
- **4-й этап - информационный:** сбор статистических данных - активный и пассивный эксперимент.
- **5-й этап - идентификация модели:** статистический анализ модели и оценка ее параметров.
- **6-й этап - верификация модели:** проверка соответствия модели реальному экономическому объекту.



ЛИТЕРАТУРА

- 1. Кремер Н.Ш., Путко Б.А. Эконометрика: Учебник для вузов/ Под ред. проф. Н.Ш. Кремера. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2003.-311 с.
- 2. Практикум по эконометрике: Учеб. пособие/ И.И. Елисеева, С.В. Курышева, Н.М. Гордеенко и др.; Под ред. И.И.Елисеевой. - М.: Финансы и статистика, 2003. - 192 с.: ил.
- 3. Салманов О.Н. Математическая экономика с применением Mathcad и Excel. - СПб.:БХВ-Петербург, 2003. - 464 с.: ил.
- 4. Кейн Э. Экономическая статистика и эконометрия. Вып.1:Пер. с англ. М.: Статистика, 1977. - 255 с.: ил.
- 5. Эконометрика. Учебник./Под ред. И.И. Елисеевой. - М.: Финансы и статистика, 2004. - 344 с.: ил.
- 6. Мур Дж., Уэдерфорд Л., и др. Экономическое моделирование в Microsoft Excel, 6-е изд.:Пер с англ. - М.:Издательский дом «Вильямс»,2004. - 1024 с.: ил.