

Презентация по теме: «Формула Шеннона. Использование формулы Шеннона»

Подготовил студент группы 13Т
Приказчик
Никита

- Существует множество ситуаций, когда возможные события имеют различные вероятности реализации. Например, если монета несимметрична (одна сторона тяжелее другой), то при ее бросании вероятности выпадения "орла" и "решки" будут различаться.
- Формулу для вычисления количества информации в случае различных вероятностей событий предложил К. Шеннон в 1948 году. В этом случае количество информации определяется по формуле:
- I - количество информации;
- N - количество возможных событий;
- p_i - вероятность i -го события.

$$I = - \sum_{i=1}^N p_i \log_2 p_i,$$

- Например, пусть при бросании несимметричной четырехгранной пирамидки вероятности отдельных событий будут равны: $P_1 = 1/2$, $p_2 = 1/4$, $p_3 = 1/8$, $p_4 = 1/8$.
- Тогда количество информации, которое мы получим после реализации одного из них, можно рассчитать по формуле: $I = -(1/2 \log_2 1/2 + 1/4 \log_2 1/4 + 1/8 \log_2 1/8 + 1/8 \log_2 1/8) = (1/2 + 2/4 + 3/8 + 3/8) \text{ битов} = 14/8 \text{ битов} = 1,75 \text{ бита}$.
- Этот подход к определению количества информации называется вероятностным.
- Для частного, но широко распространенного и рассмотренного выше случая, когда события равновероятны ($p_i = 1/N$), величину количества информации I можно рассчитать по формуле:

$$I = -\sum_{i=1}^N \frac{1}{N} \log_2 \frac{1}{N} = \log_2 N.$$

- По формуле можно определить, например, количество информации, которое мы получим при бросании симметричной и однородной четырехгранной пирамидки:
- **$I = \log_2 4 = 2$ бита.** Таким образом, при бросании симметричной пирамидки, когда события равновероятны, мы получим большее количество информации (2 бита), чем при бросании несимметричной (1,75 бита), когда события неравновероятны.
- **Количество информации, которое мы получаем, достигает максимального значения, если события равновероятны.**

- Качественную связь между вероятностью события и количеством информации в сообщении об этом событии можно выразить так: чем меньше вероятность некоторого события, тем больше информации содержит сообщение об этом событии.
- Формула Шеннона совпала по форме с формулой Больцмана, полученной на 70 лет ранее для измерения термодинамической энтропии идеального газа. Эта связь между количеством информации и термодинамической энтропией послужила сначала причиной горячих дискуссий, а затем — ключом к решению ряда научных проблем. В самом общем случае энтропия понимается как мера неупорядоченности, неорганизованности материальных систем.

- В 1948 году, исследуя проблему рациональной передачи информации через зашумлённый коммуникационный канал, Клод Шеннон предложил революционный вероятностный подход к пониманию коммуникаций и создал первую, истинно математическую, теорию энтропии. Его сенсационные идеи быстро послужили основой разработки двух основных направлений: теории информации, которая использует понятие вероятности и эргодическую теорию для изучения статистических характеристик данных и коммуникационных систем, и теории кодирования, в которой используются главным образом алгебраические и геометрические инструменты для разработки эффективных кодов.
- Понятие энтропии, как меры случайности, введено Шенноном в его статье «Математическая теория связи» (англ. A Mathematical Theory of Communication), опубликованной в двух частях в Bell System Technical Journal в 1948 году.

• Задача.

- В озере обитает 12500 окуней, 25000 пескарей, а карасей и щук по 6250. Какое количество информации несет сообщение о ловле рыбы каждого вида. Сколько информации мы получим, когда поймем какую-нибудь рыбу?
- Дано: $K_o=12500$; $K_p=25000$; $K_k=K_{щ}=6250$
- Найти: I_o , I_p , I_k , $I_{щ}$, I
- Решение: Найдем общее количество рыбы: $N=K_o+K_p+K_k+K_{щ}$. Найдем вероятность ловли каждого вида рыбы: $p_o=K_o/N$; $p_p=K_p/N$; $p_k=p_{щ}=K_k/N$. Найдем количество информации о ловле рыбы каждого вида: $I_o=\log_2(1/p_o)$; $I_p=\log_2(1/p_p)$; $I_k=I_{щ}=\log_2(1/p_k)$ Найдем количество информации о ловле рыбы любого вида: $I=p_o \cdot \log_2 p_o + p_p \cdot \log_2 p_p + p_k \cdot \log_2 p_k + p_{щ} \cdot \log_2 p_{щ}$

Вопросы:

- 1.Формула Шеннона.
- 2.Для чего используется Формула Шеннона?
- 3.