

Расстояние от точки до плоскости. Теорема о трёх перпендикулярах.



Актуализация знаний.

1. Угол между прямыми равен 90° . Как называются такие прямые?

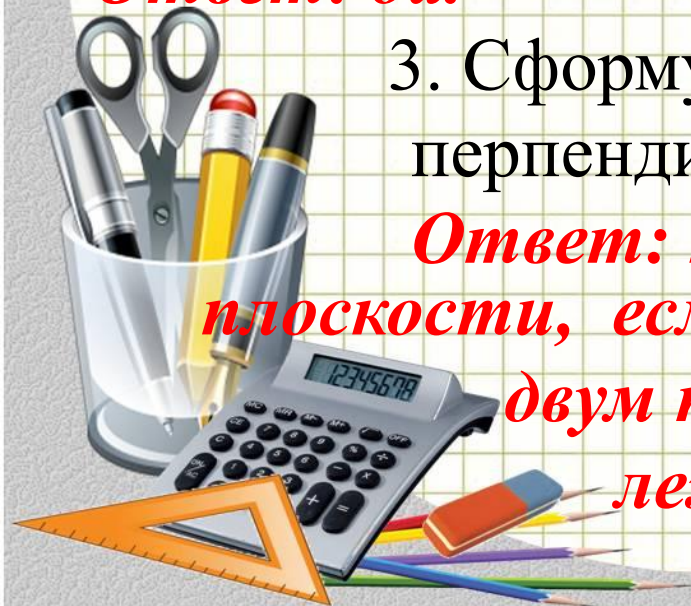
Ответ: перпендикулярные.

2. Верно ли утверждение: «Прямая называется перпендикулярной плоскости, если она перпендикулярна некоторой прямой, лежащей в этой плоскости»

Ответ: да.

3. Сформулируйте признак перпендикулярности прямой и плоскости.

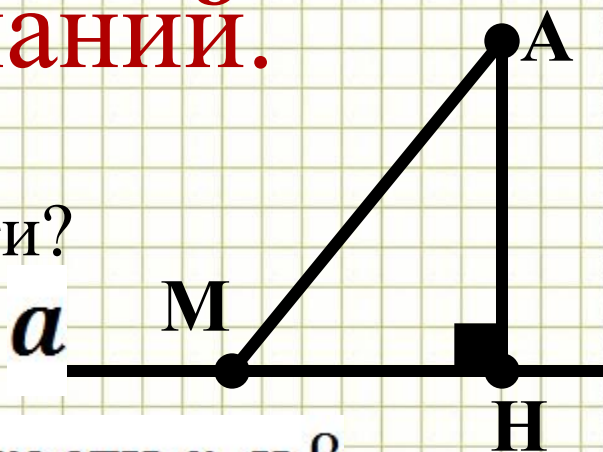
Ответ: прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в этой плоскости.



Актуализация знаний.

4. Что можно сказать о двух прямых, перпендикулярных к одной плоскости?

Ответ: прямые параллельны.



5. Закончи предложение «Если плоскости α и β перпендикулярны прямой a , то они ...»

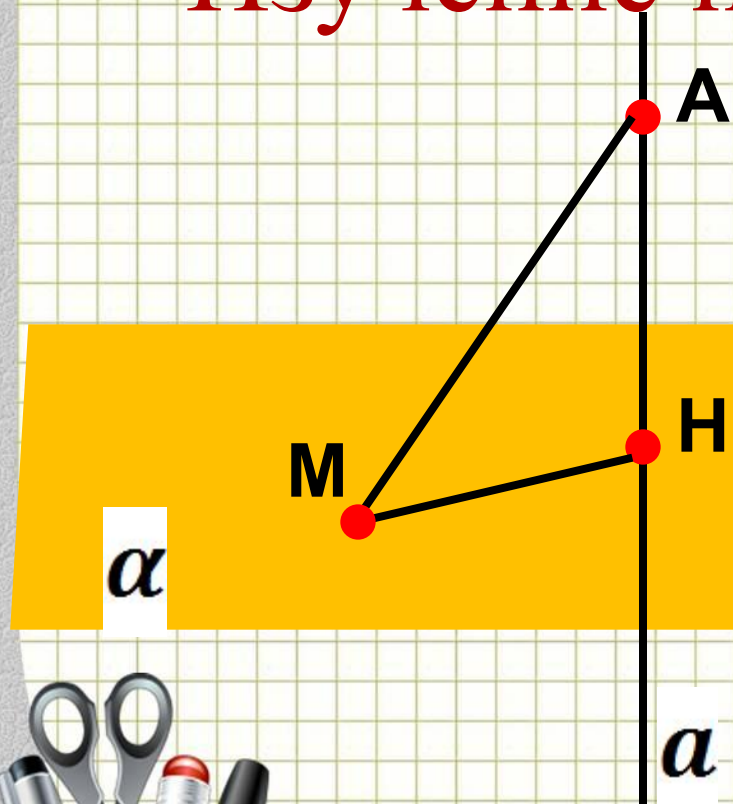
Ответ: параллельны.

6. Как определяется расстояние от точки до прямой на плоскости?

7. Вспомним, как называются отрезки AM , AN , точка M , точка N .



Изучение нового материала.



1) $A \in a, a \perp \alpha, a \cap \alpha = H$
 AH – перпендикуляр

H – основание
перпендикуляра

2) $M \in \alpha, M \neq H,$
 $AM \neq AH.$

AM – наклонная
 M – основание
наклонной

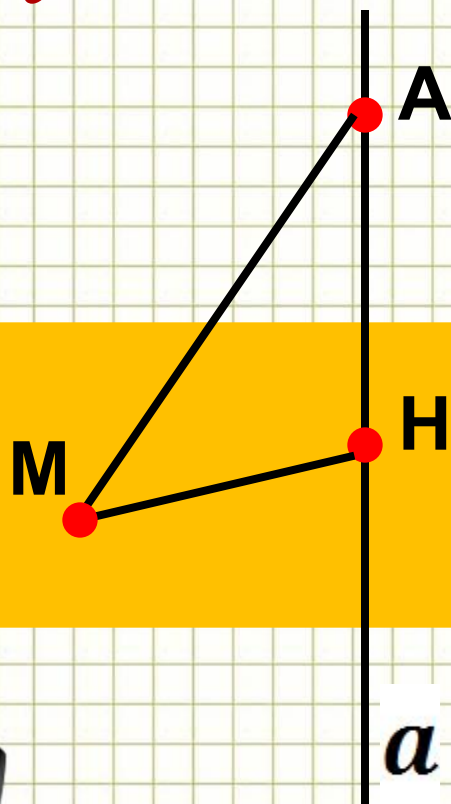
MH – проекция
наклонной AM на плоскость α .



Изучение нового материала.

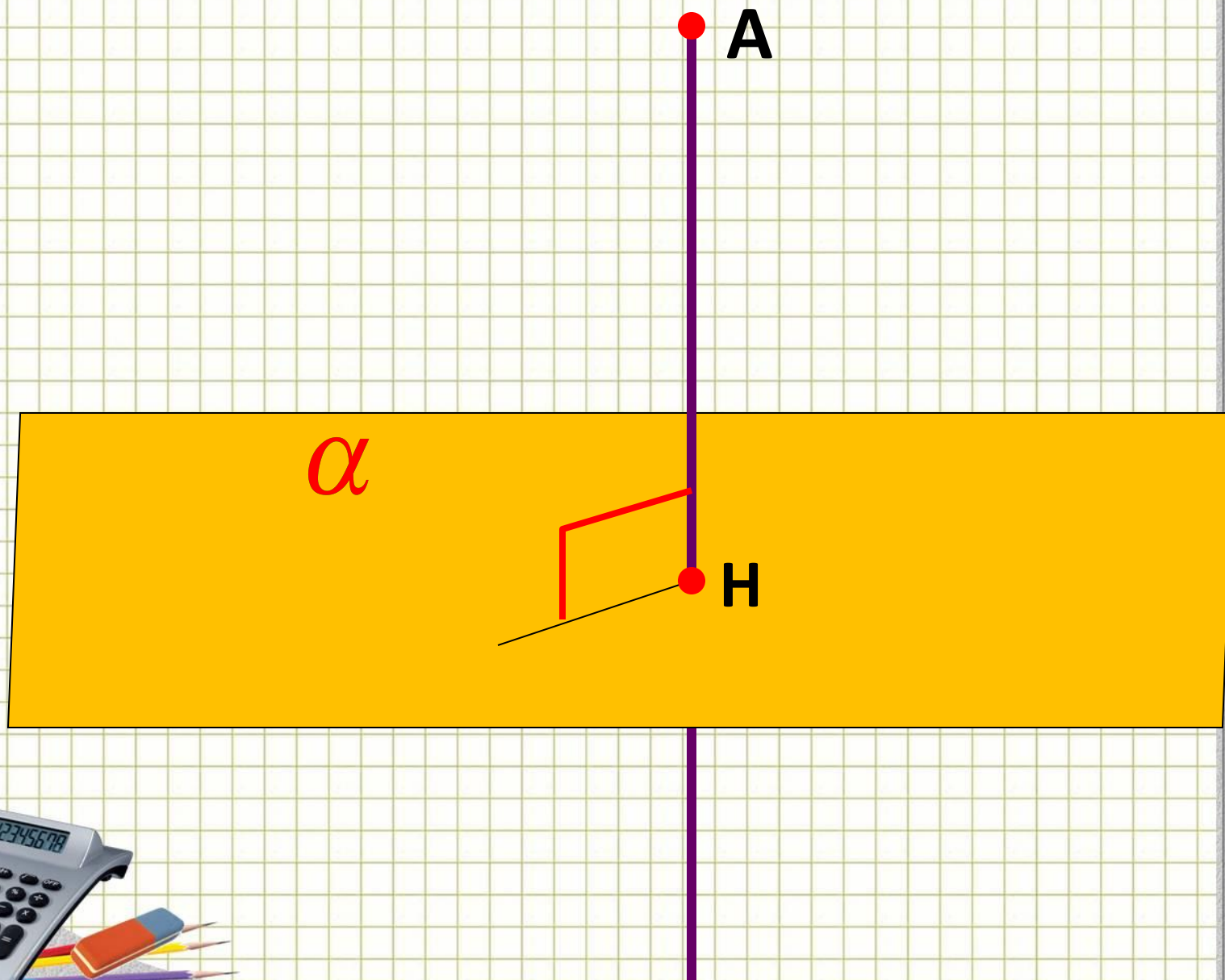
$АН$ — перпендикуляр
 $АМ$ — наклонная

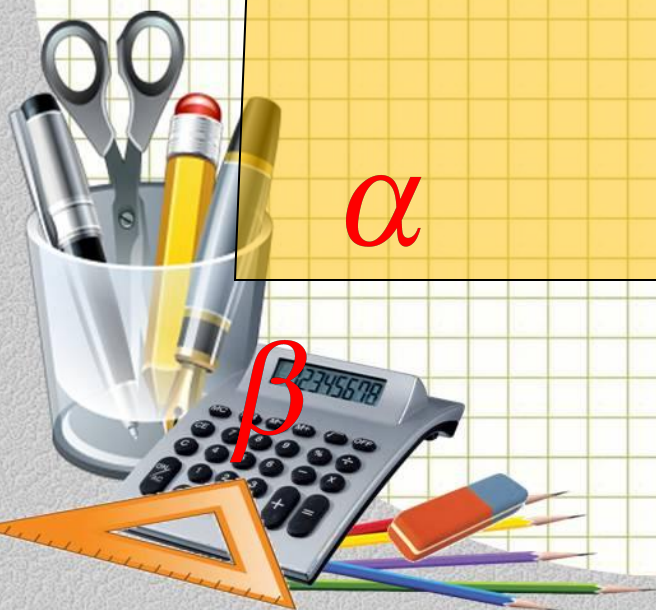
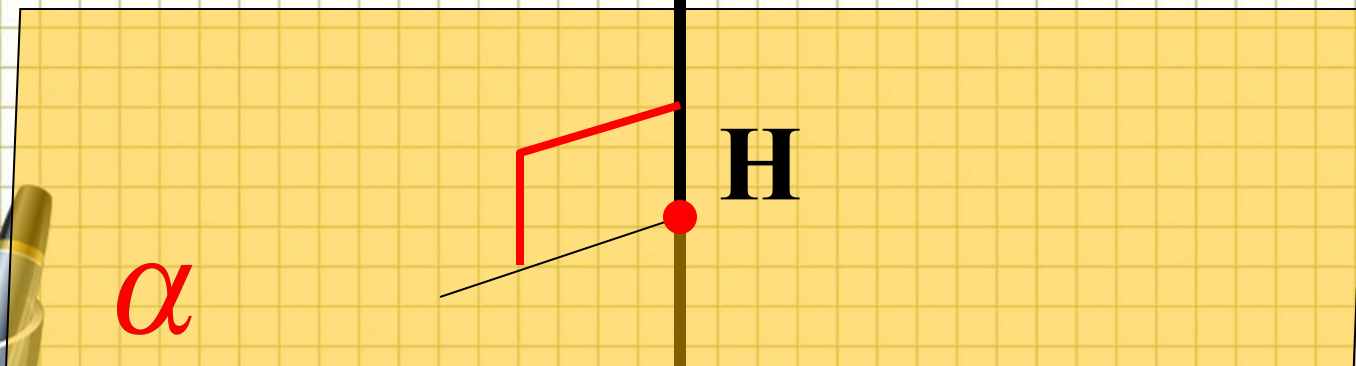
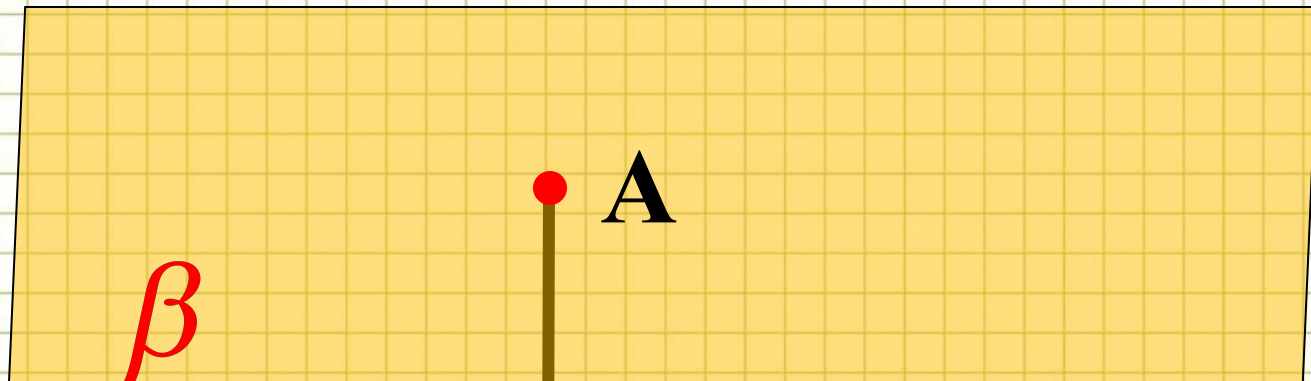
Докажите, что $АН < АМ$.



$АН$ — расстояние
от точки A
до плоскости α .





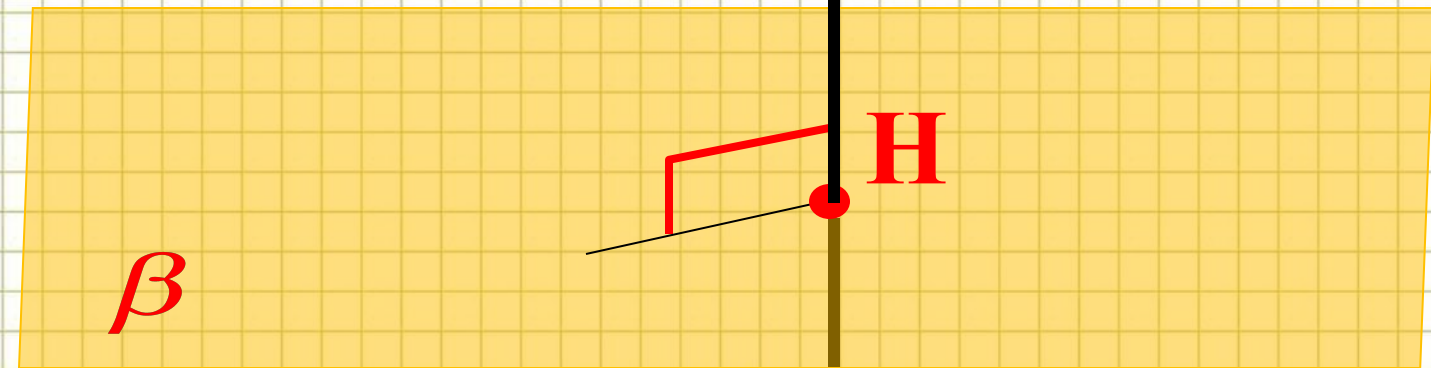


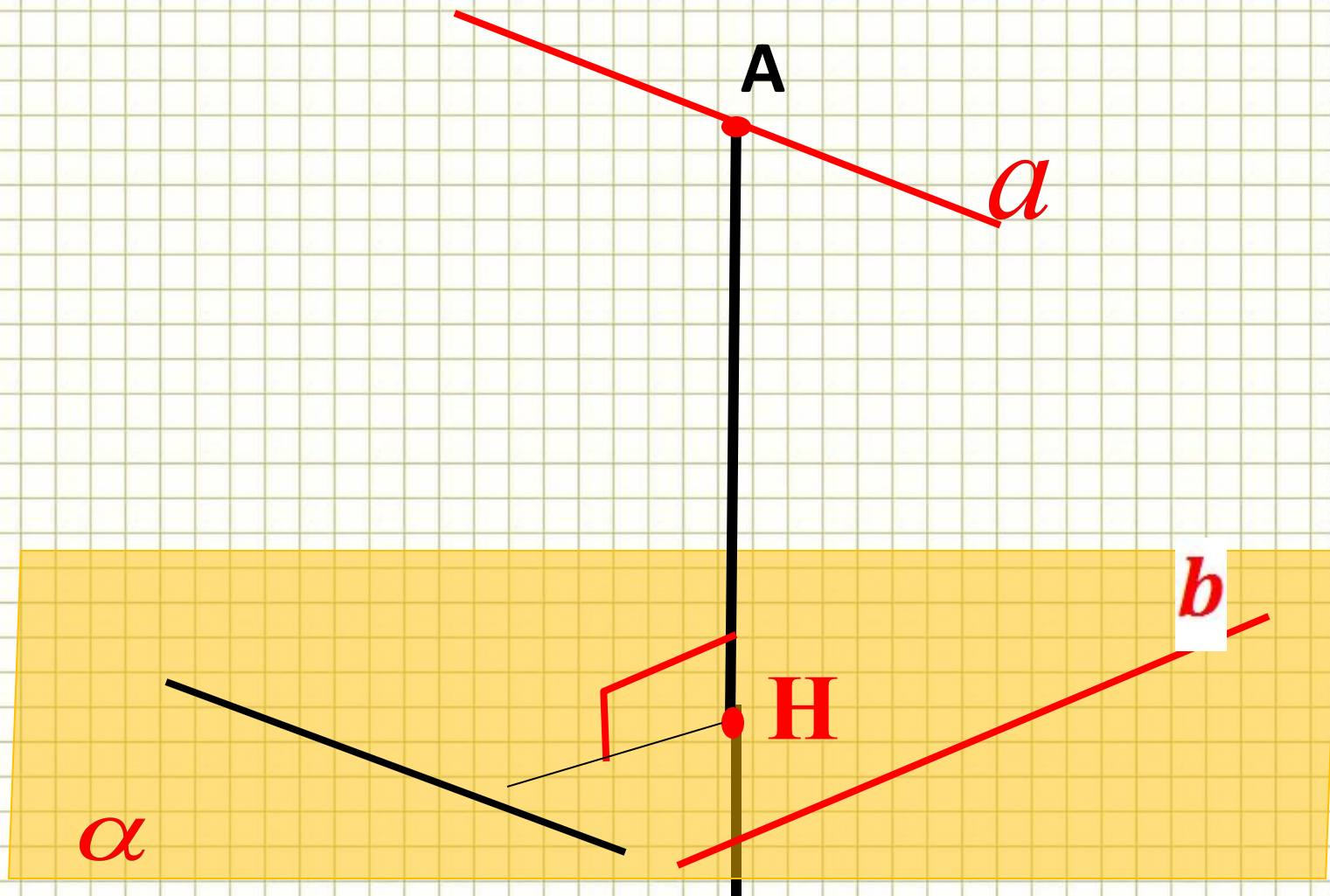
α

A

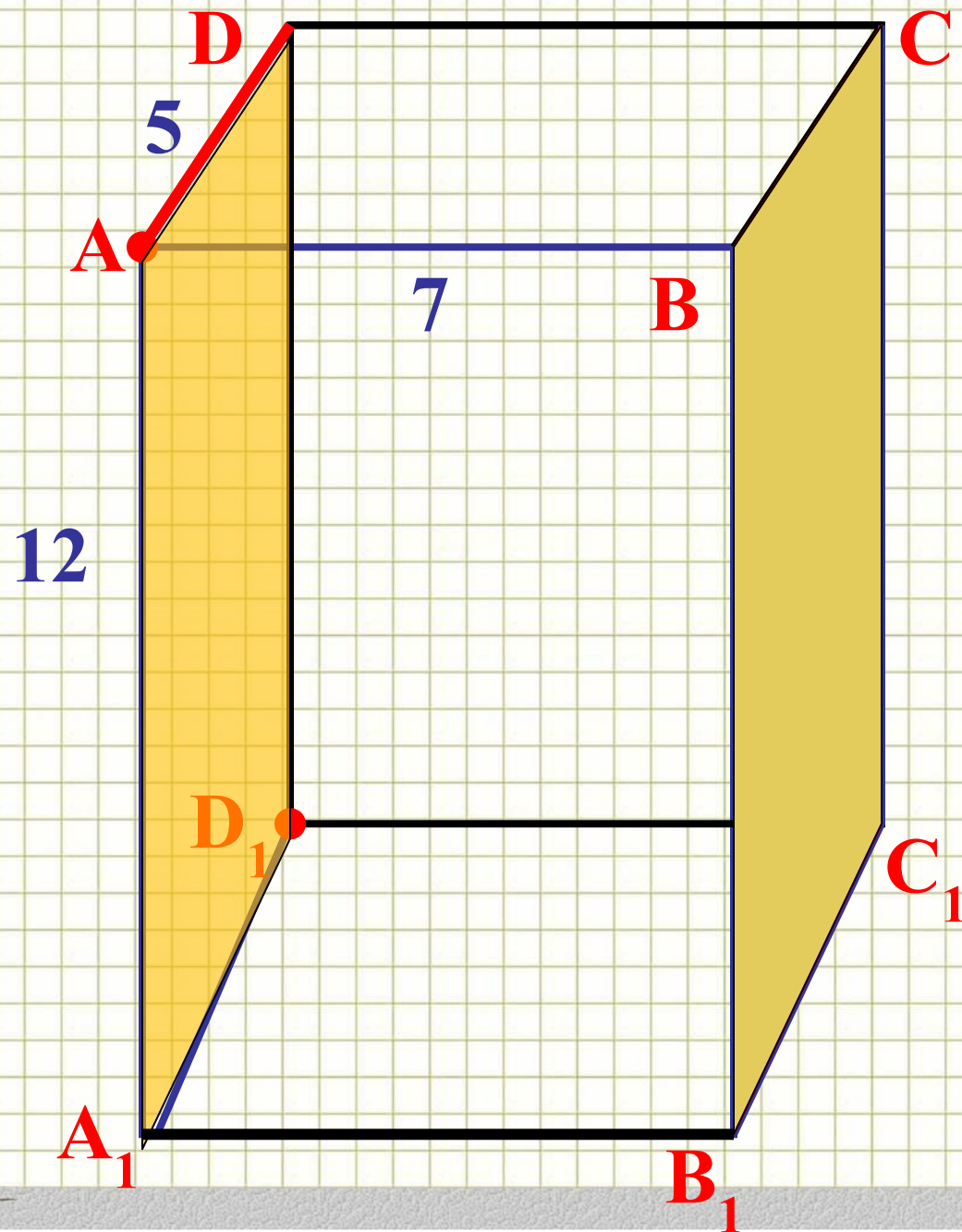
β

H





Реши задачу.



Теорема о трёх перпендикулярах.

Прямая, проведённая в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к её проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной.

Обратно: Прямая, проведённая в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ней перпендикулярна и к её проекции.



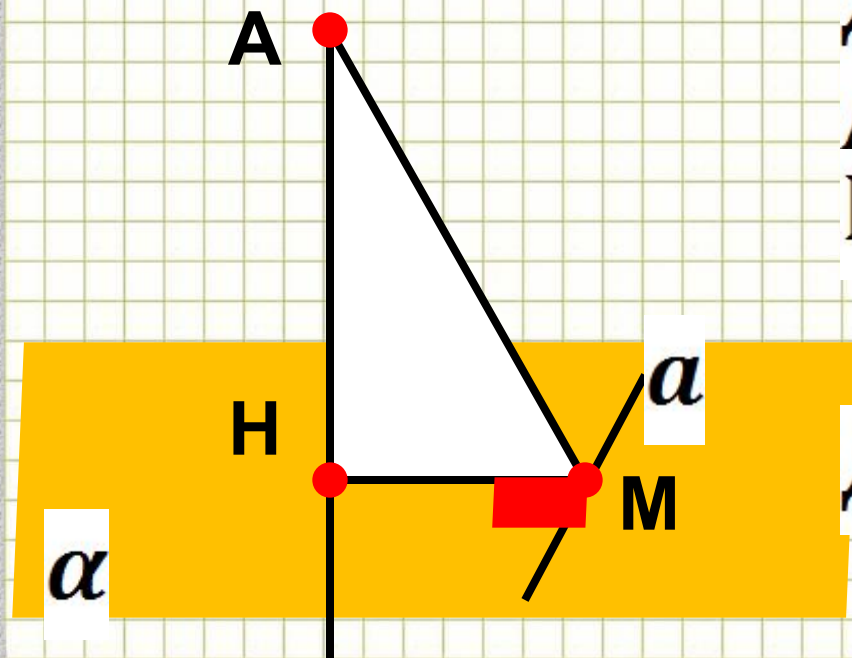
Теорема о трёх перпендикулярах.

Прямая, проведённая в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к её проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной.

Что дано: плоскость
некоторая прямая в плоскости,
наклонная
прямая перпендикулярна к проекции
проекция наклонной
перпендикуляр к плоскости

Что докажем:
прямая перпендикулярна
к наклонной.





Дано: $AH \perp \alpha$

AM — наклонная

HM — проекция
наклонной

$a \in \alpha \quad a \perp HM$

Доказать: $a \perp AM$



«Перпендикулярность прямых и плоскостей»

Обобщающий урок

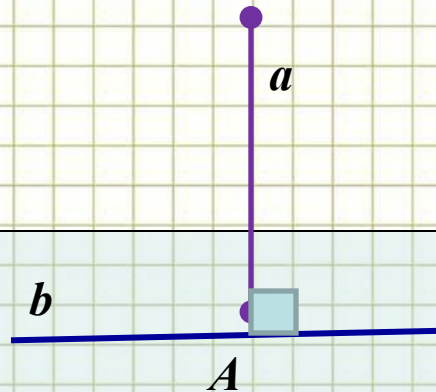


Вопрос 1.

Какие прямые в пространстве называются перпендикулярными?

Ответ:

Прямые в пространстве называются перпендикулярными если угол между ними равен 90^0



α



Вопрос 2.

Сформулируйте лемму о перпендикулярности двух параллельных прямых к третьей

a



b



c

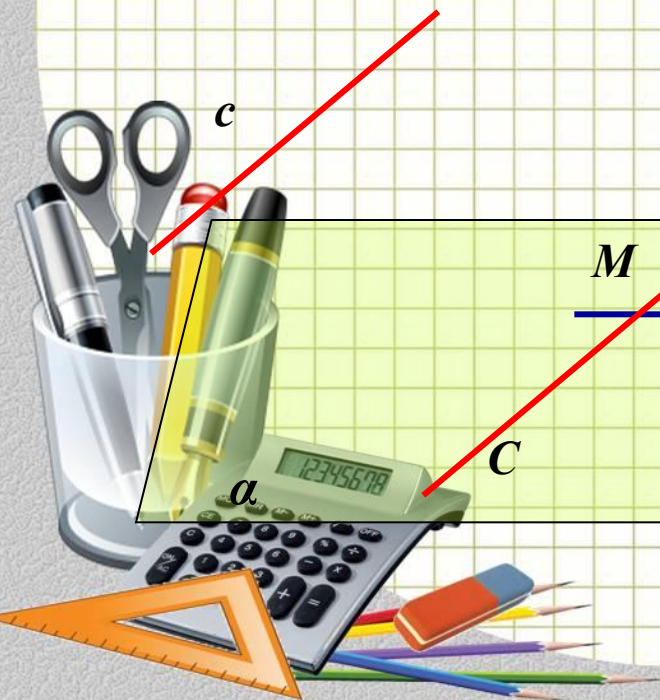
M

A



c

α



Вопрос 3.

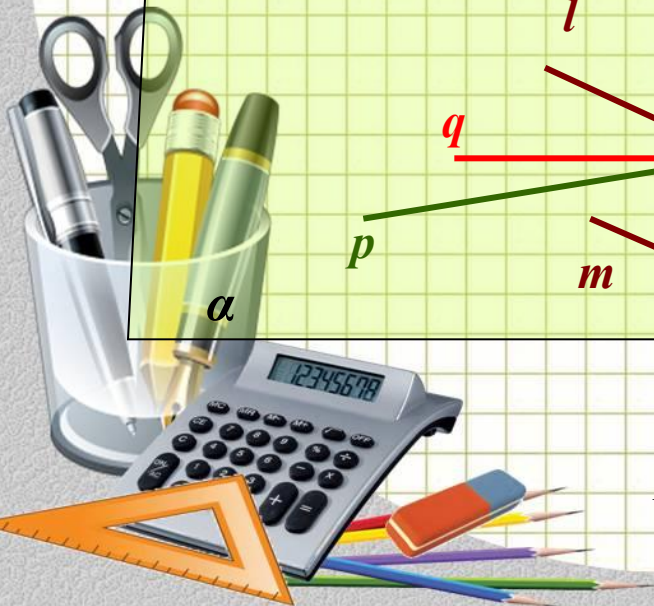
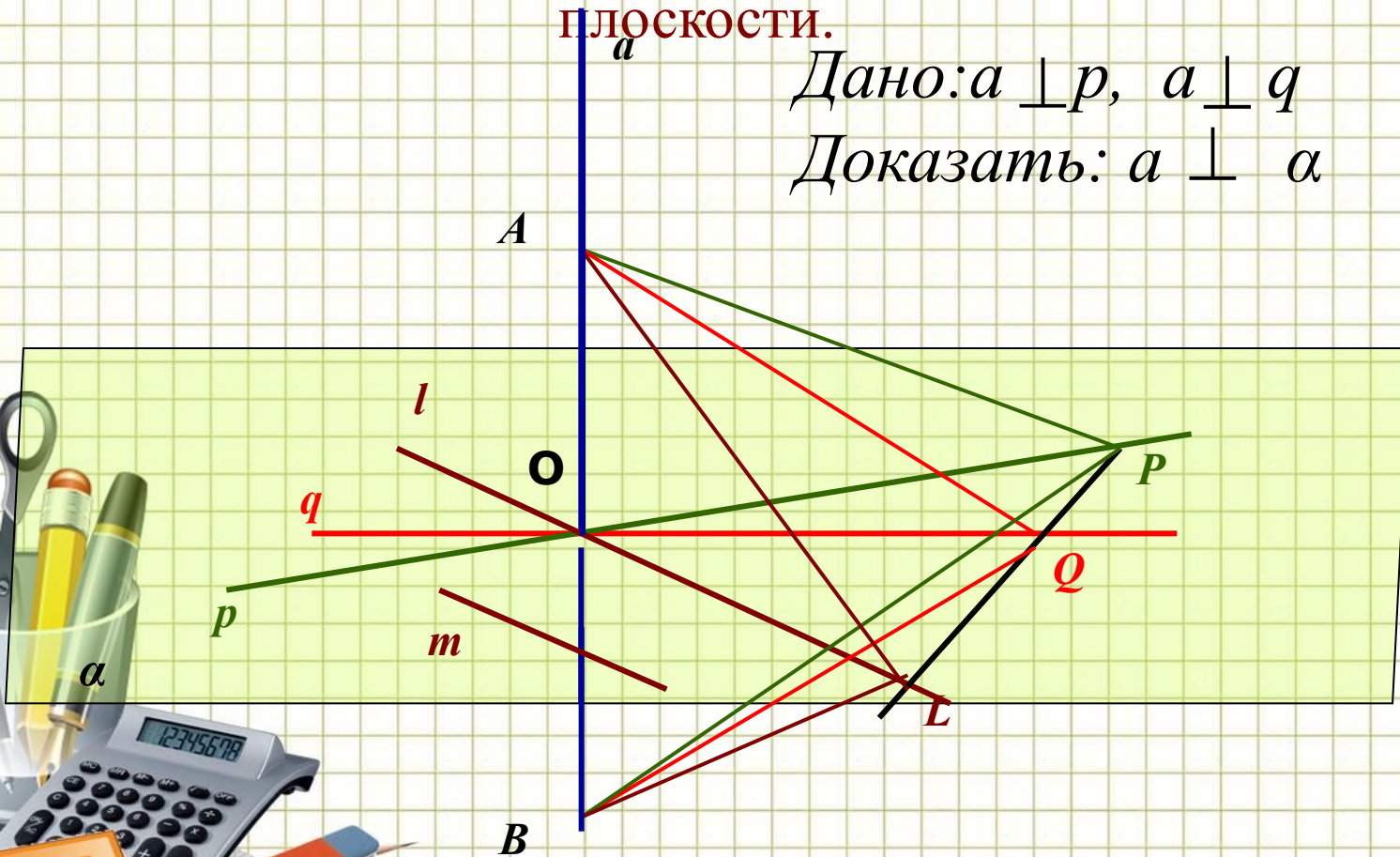
Какая прямая называется перпендикулярной к плоскости?

Вопрос 4.

Сформулируйте признак перпендикулярности прямой и плоскости.

Дано: $a \perp p, a \perp q$

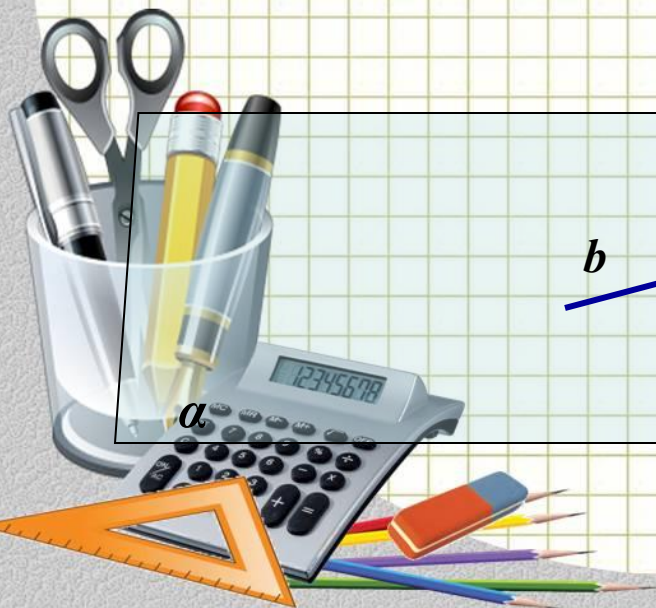
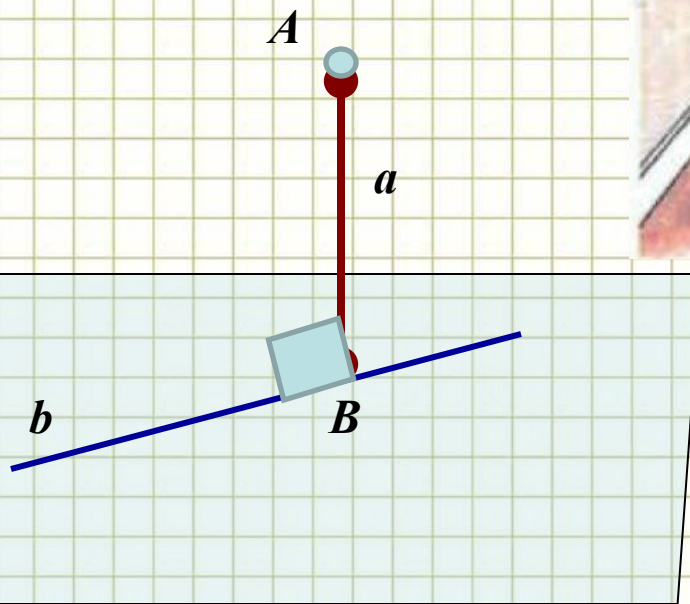
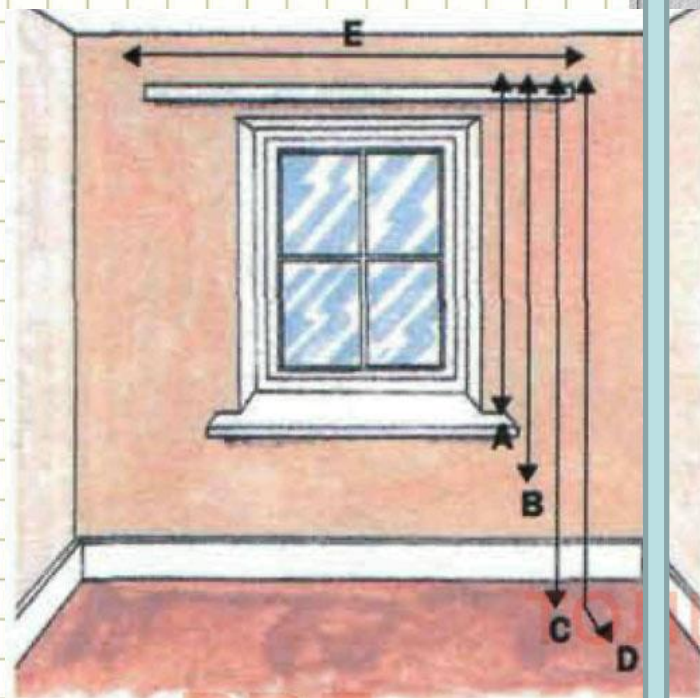
Доказать: $a \perp \alpha$



Вопрос 5.

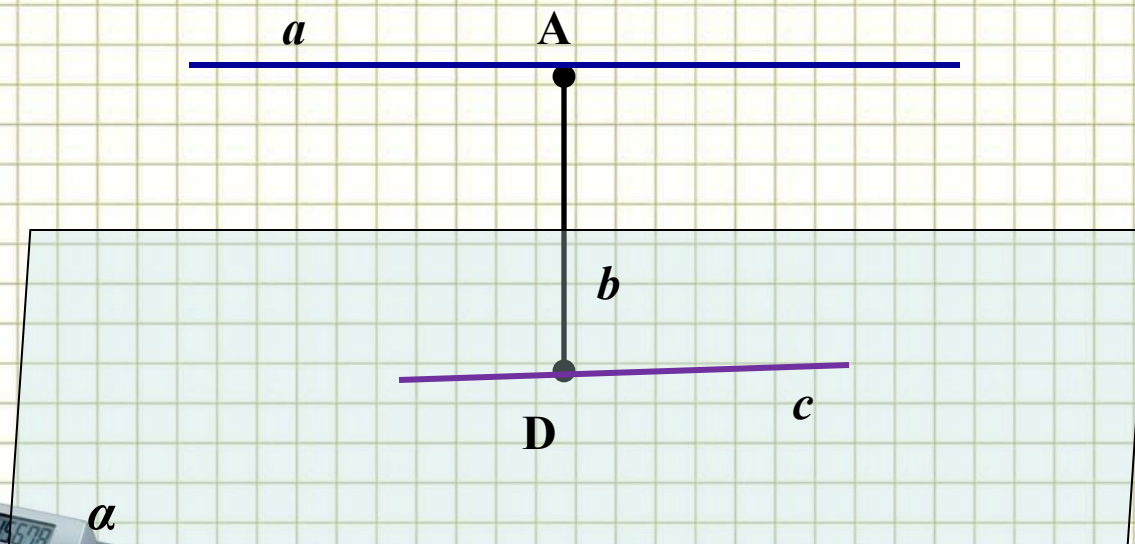
Что называется расстоянием
от точки до плоскости?

Расстоянием от точки до плоскости
называется длина перпендикуляра от
данной точки до плоскости



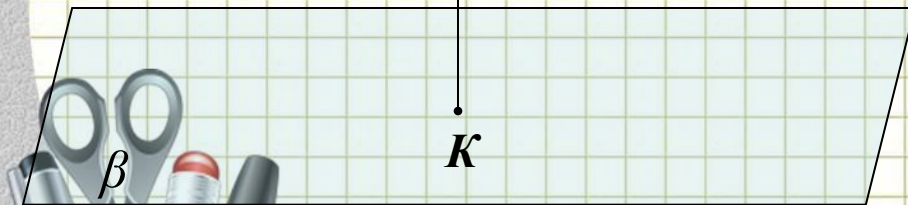
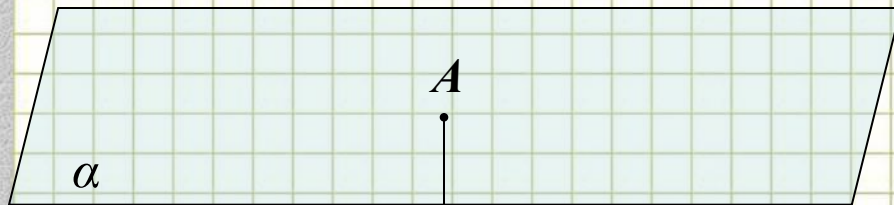
Вопрос 6.

Что называется расстоянием между прямой и параллельной ей плоскостью?



Вопрос 7.

Что называется расстоянием между
параллельными плоскостями?



A

α

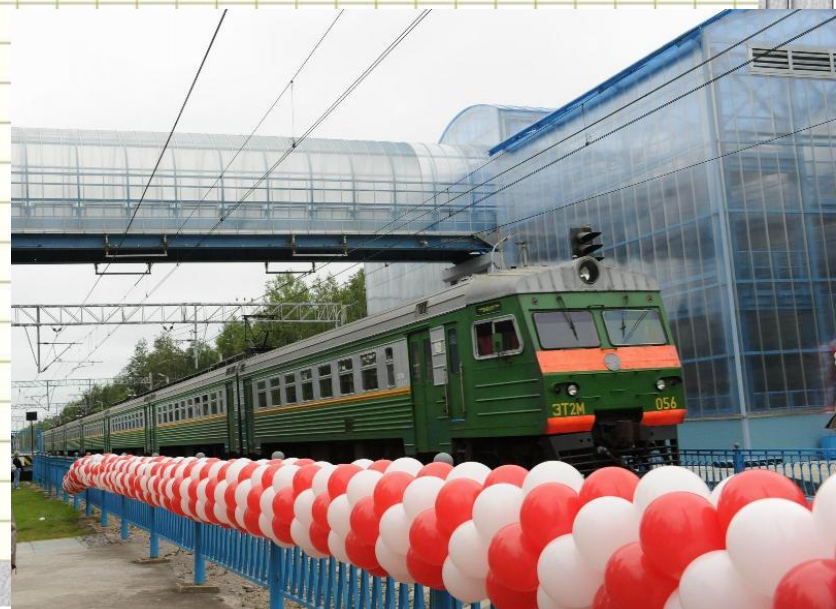
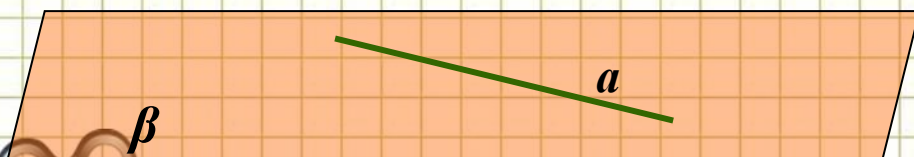
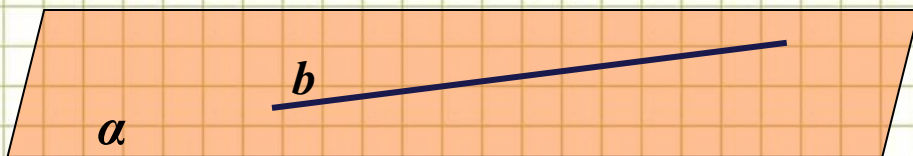
K

β

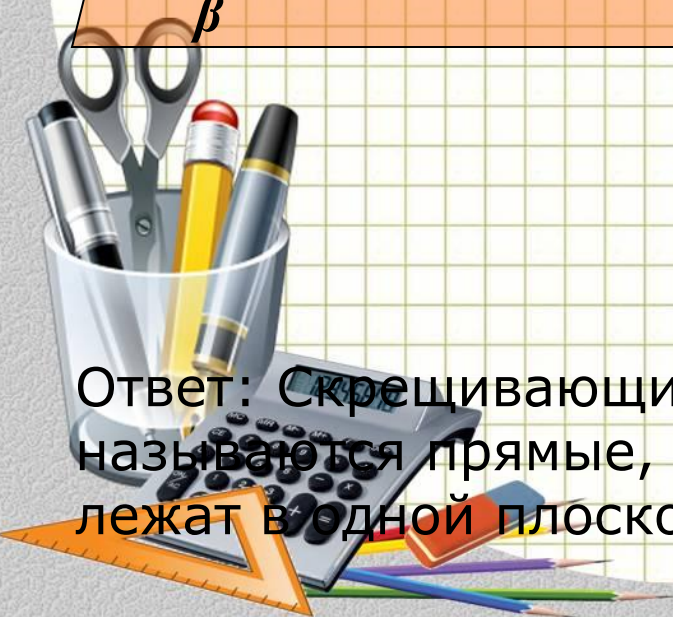


Вопрос 8.

Какие прямые называются скрещивающимися?

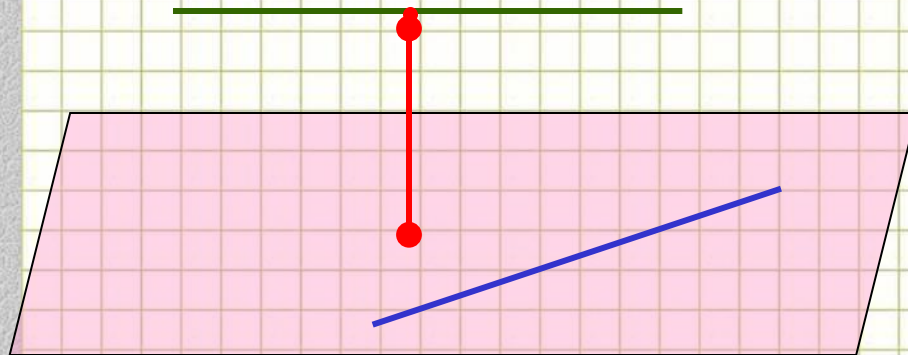


Ответ: Скрещивающимися называются прямые, которые не лежат в одной плоскости



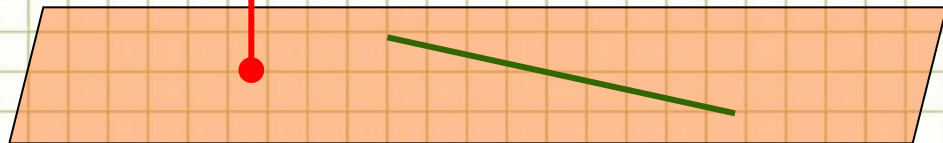
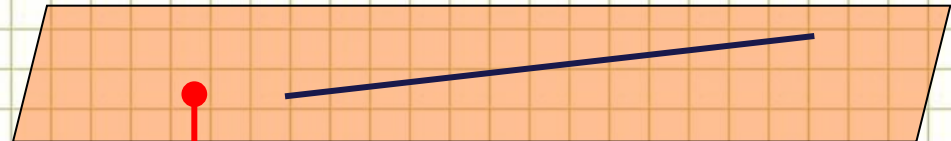
Вопрос 9.

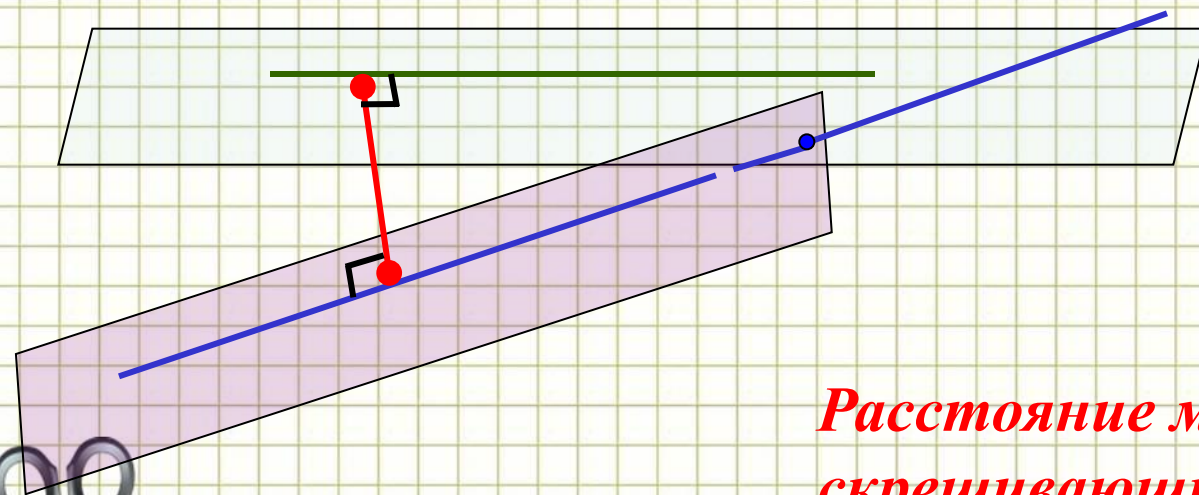
Как измерить расстояние между скрещивающимися прямыми?



Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми равно расстоянию от любой точки одной из этих прямых до плоскости, проходящей через вторую прямую, параллельно первой.

Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми равно расстоянию между двумя параллельными плоскостями, содержащими эти прямые.





Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми равно длине их общего перпендикуляра (такой отрезок единственный).



Докажите теорему о трех перпендикулярах

A

H

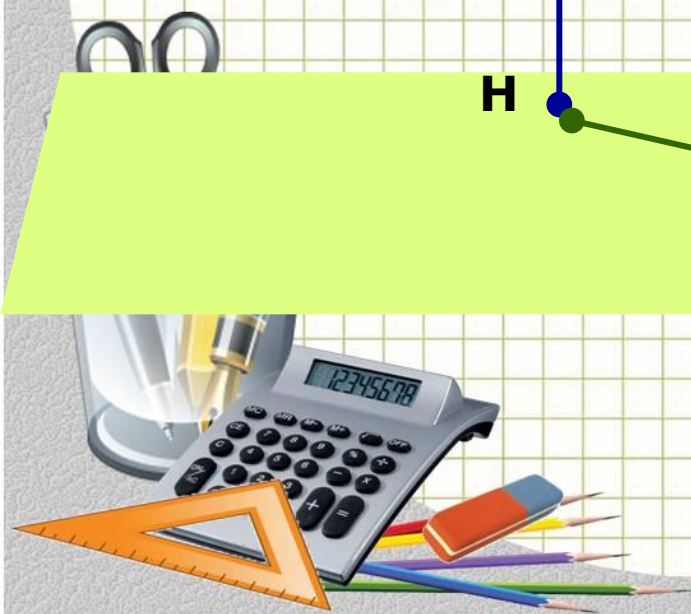
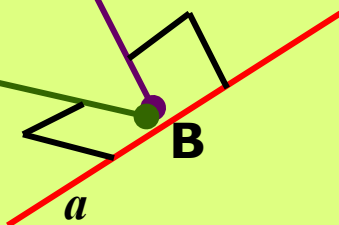
B

АН – перпендикуляр к плоскости

AB – наклонная

BH – проекция AB на плоскость

Если $a \perp BH$, то $a \perp AB$



Докажите теорему, обратную теореме о трех перпендикулярах

A



D



B



A не лежит в плоскости α

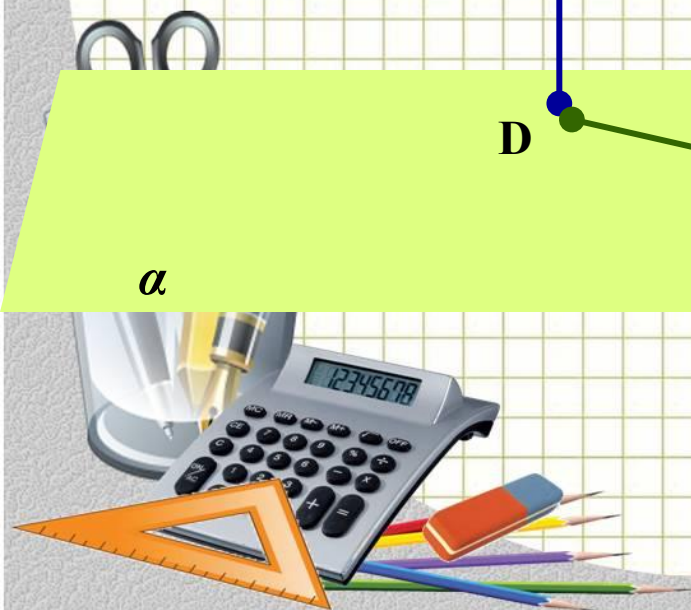
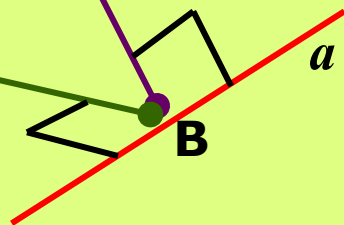
AD – перпендикуляр к плоскости α

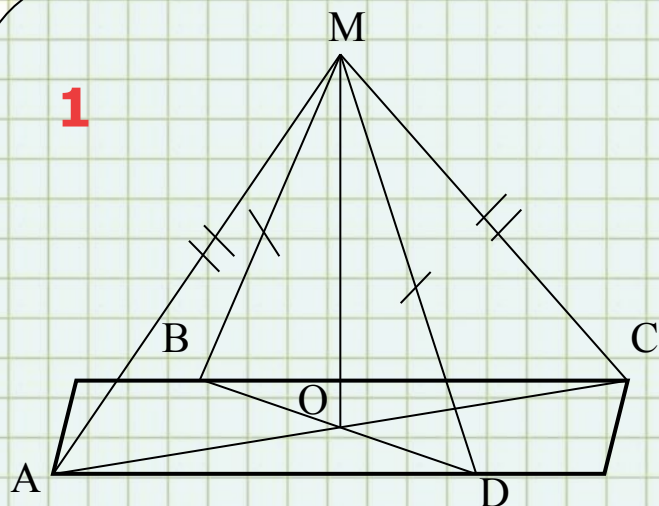
AB – наклонная

BD – проекция AB на плоскость α

Если $a \perp AB$, то $a \perp BD$

α



1

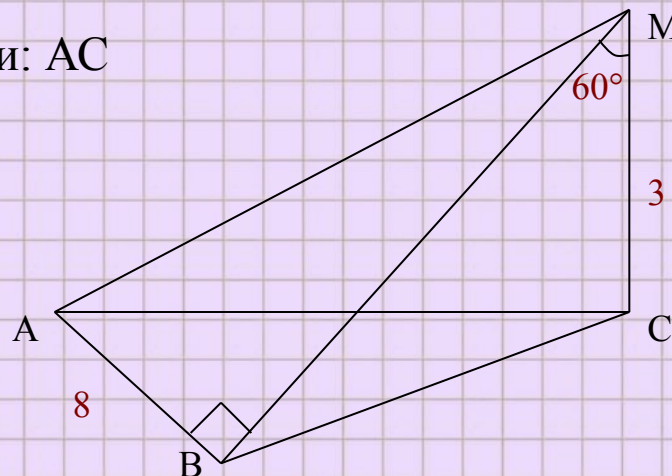
$ABCD$ – ромб.

Доказать: $MO \perp ABC$

2

Дано: $MC \perp ABC$

Найти: AC



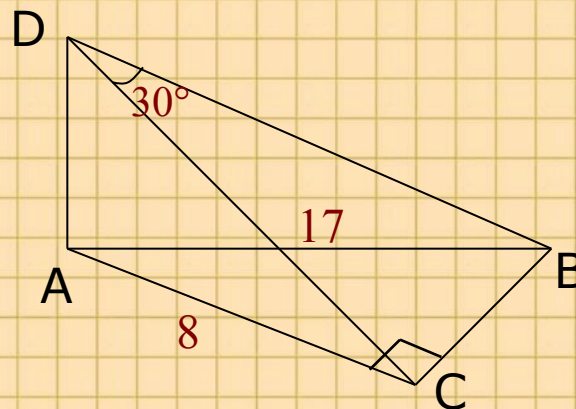
Дано: $ABCD$ – параллелограмм, $MB \perp ABC$

Доказать: $ABCD$ - прямоугольник

3**M****B****C****A****D**

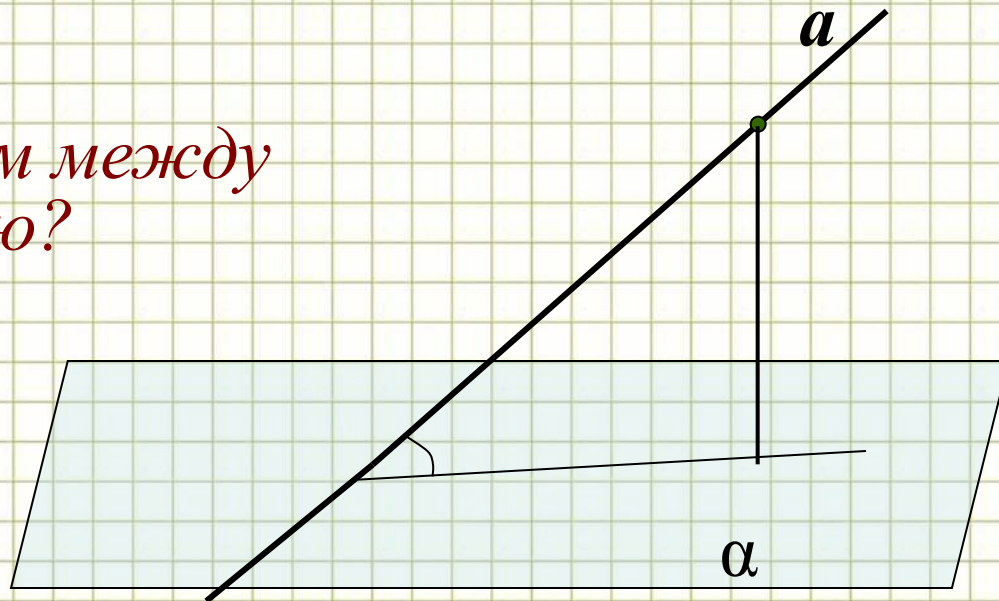
Дано: $DA \perp ABC$

Найти: DB

4

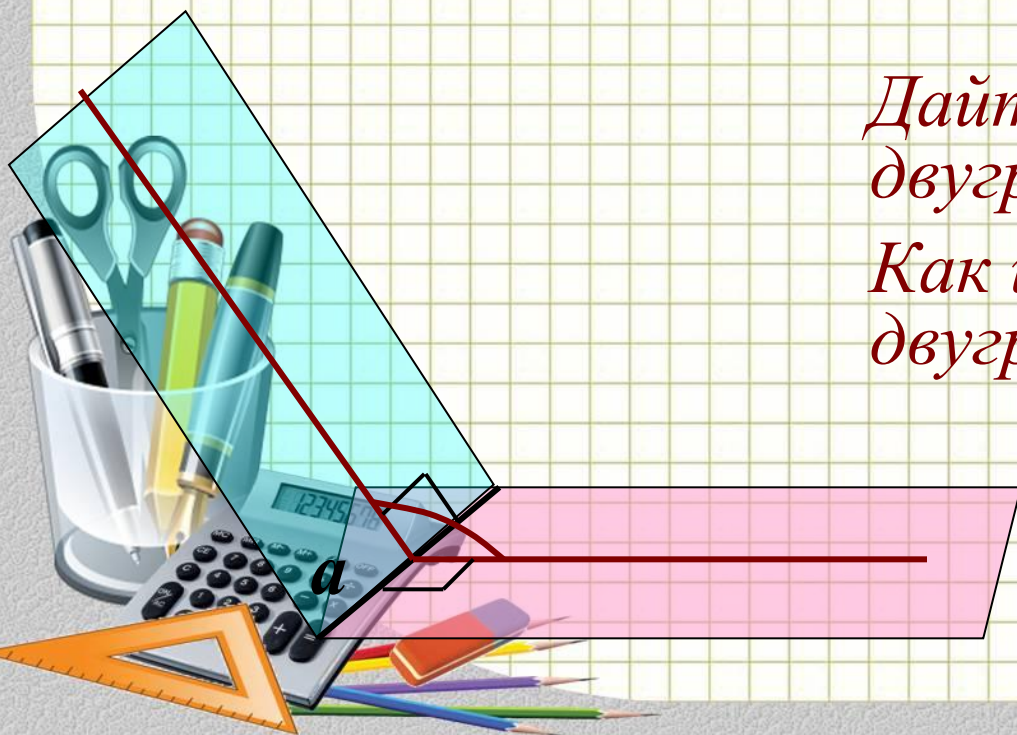
Вопрос 10:

Что называют углом между прямой и плоскостью?



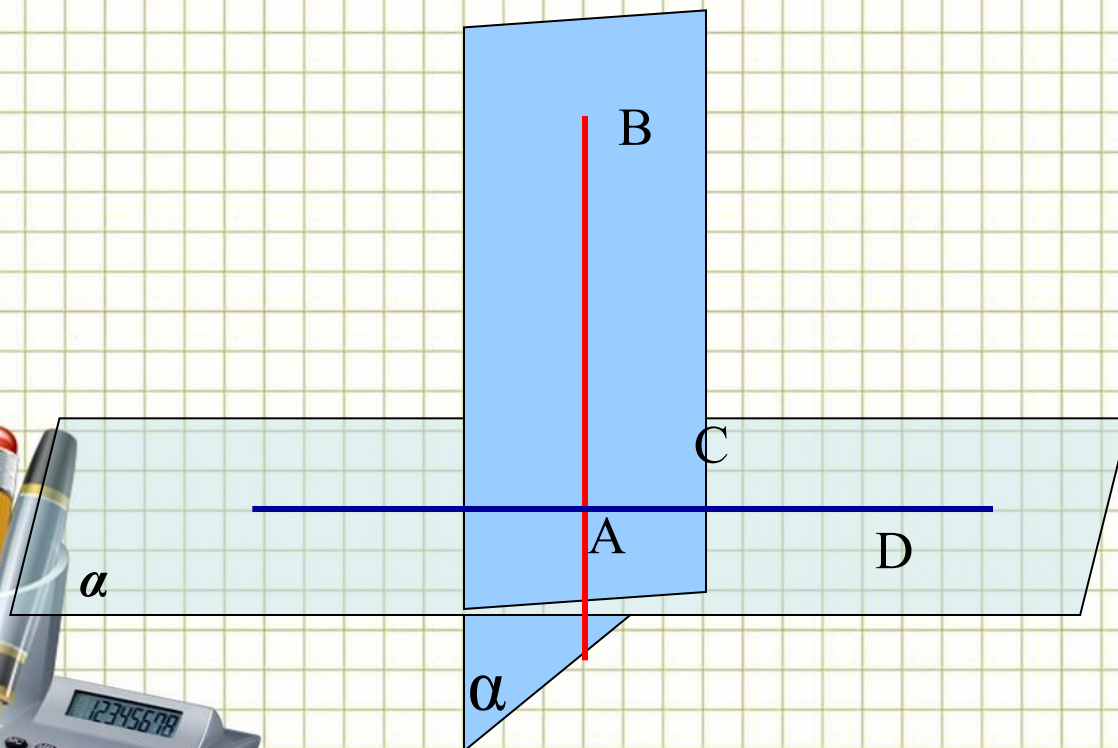
Дайте определение двугранного угла.

Как измеряется двугранный угол?



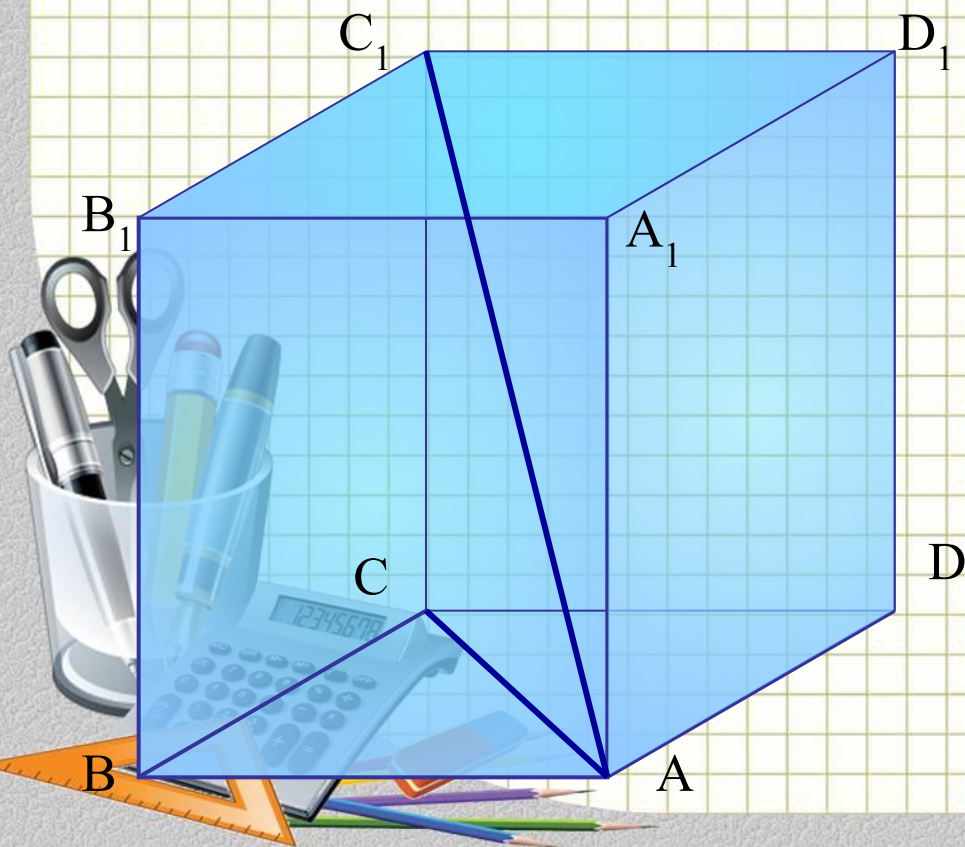
Вопрос 11: *Какие плоскости называются перпендикулярными?*

Вопрос 12: *Сформулируйте и докажите признак перпендикулярности двух плоскостей.*



Вопрос 13: *Какой параллелепипед называют прямоугольным?*

Вопрос 14: *Перечислите свойства прямоугольного параллелепипеда.*



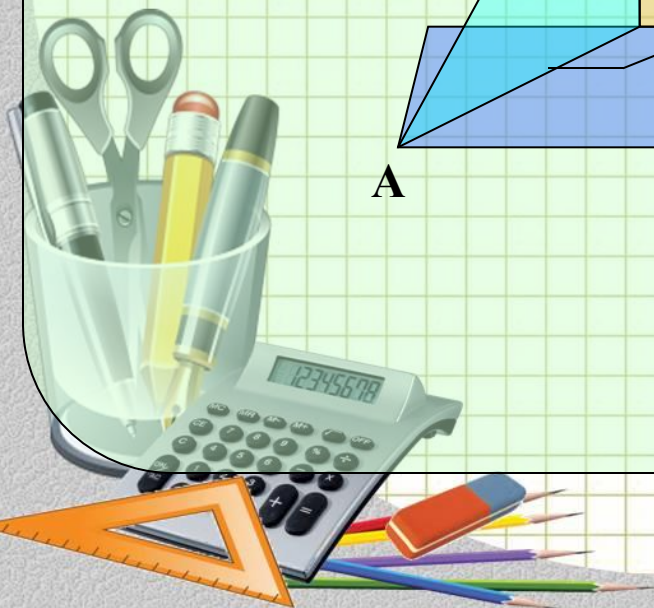
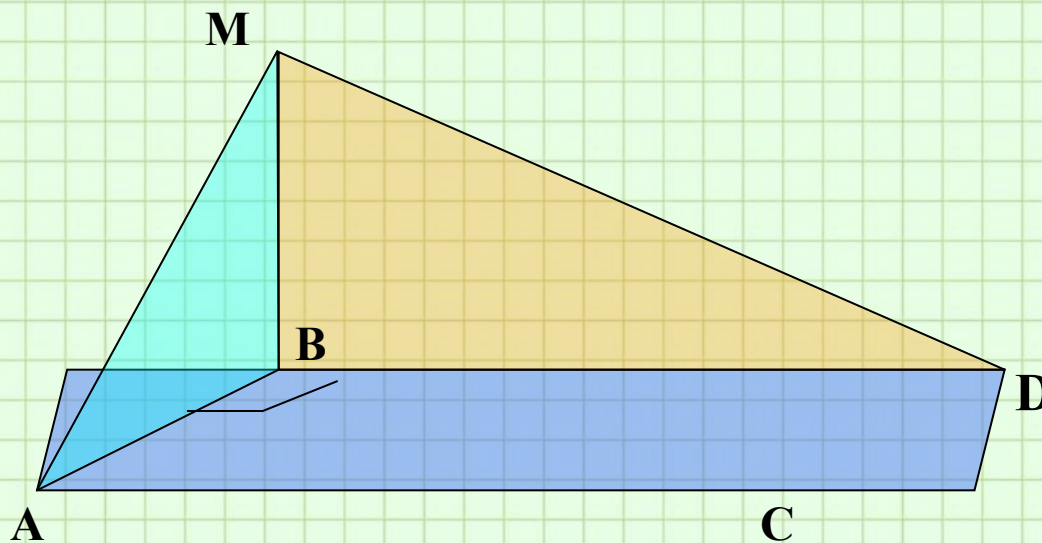
Вопрос 15:
Сформулируйте и докажете теорему о диагонали прямоугольного параллелепипеда.

Решите задачу:

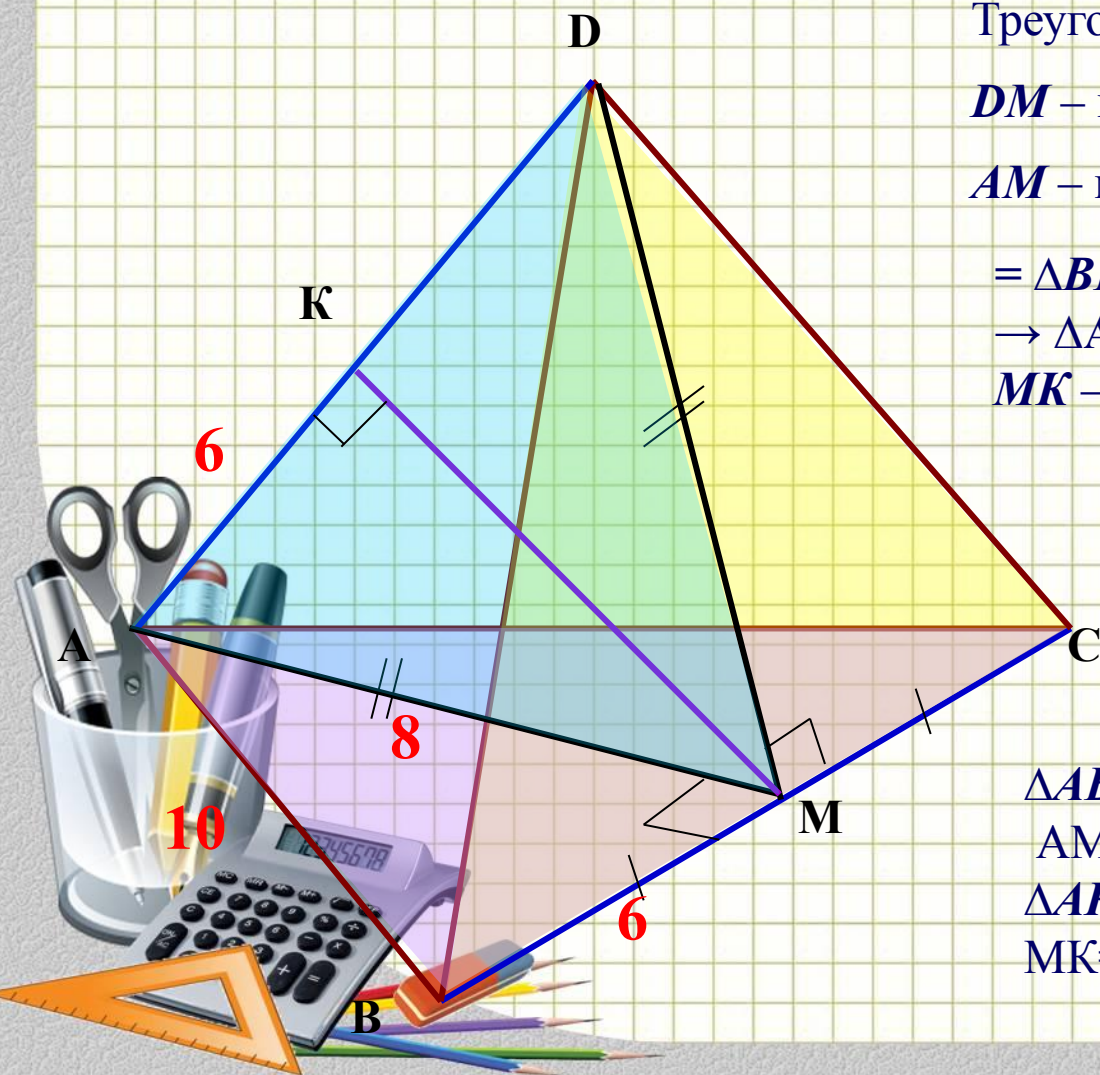
Дано: $ABCD$ – прямоугольник,

$MB \perp (ABC)$.

Доказать: $(AMB) \perp (MBC)$



В пирамиде $DAVC$ известны длины ребер:
 $AB=AC=DB=DC=10$, $BC=DA=12$. найдите
 расстояние между прямыми DA и BC .



Треугольники BDC и ABC равнобедренные
 DM – высота $\triangle BDC$, DM – медиана,
 AM – медиана $\triangle ABC \rightarrow AM$ – высота.

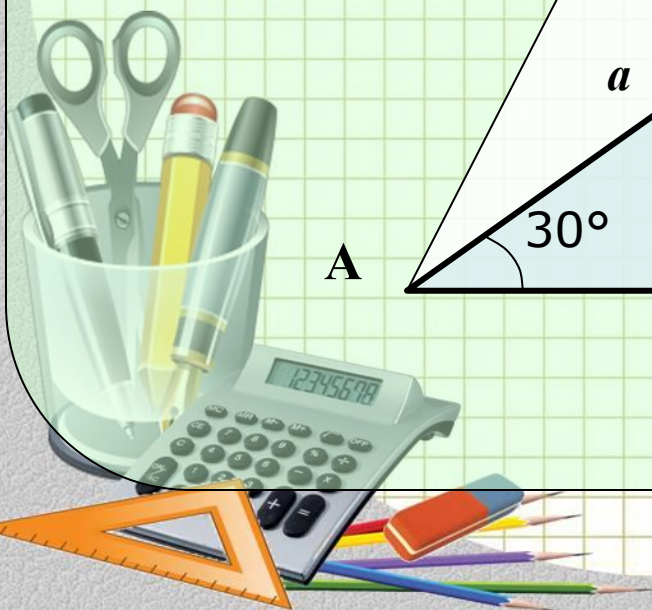
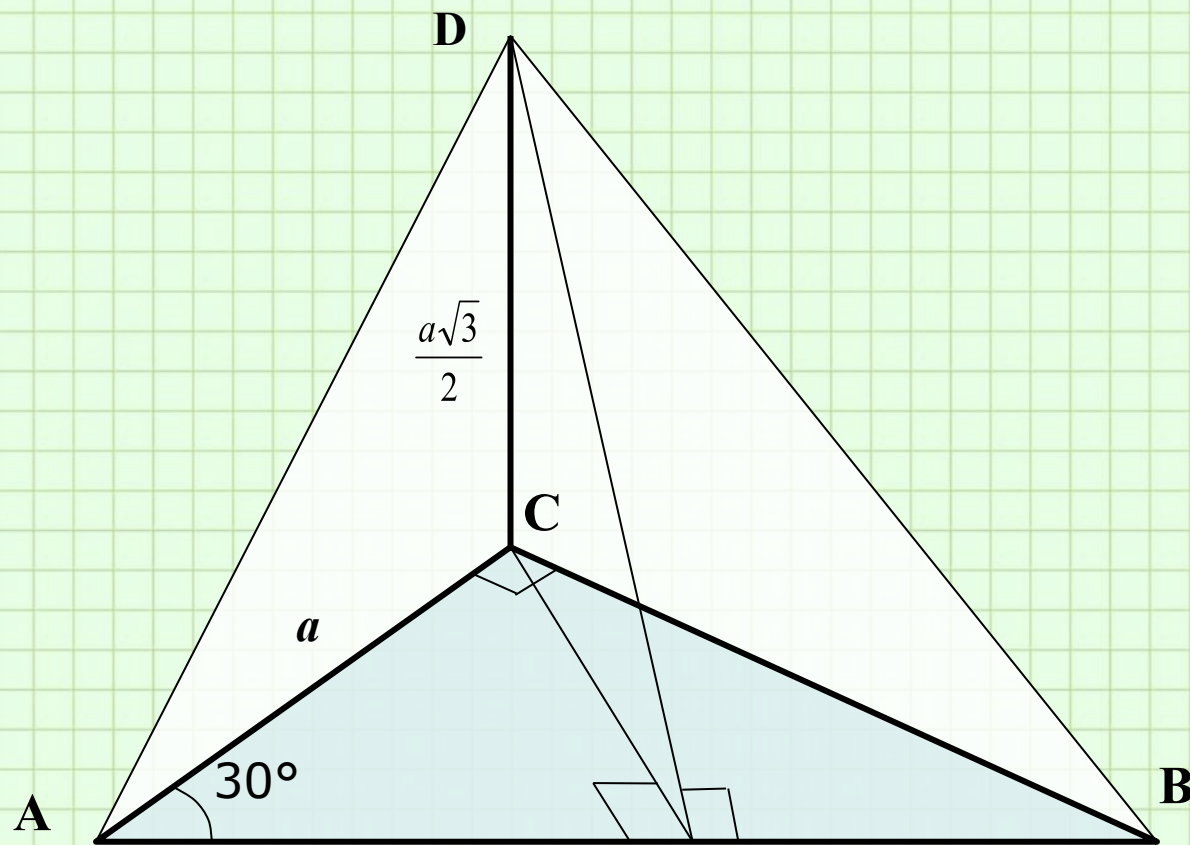
$\triangle BDC = \triangle ABC$ по трем сторонам, $DM = AM$
 $\rightarrow \triangle AMD$ равнобедренный
 MK – медиана и высота.

$MC \perp AMD \rightarrow MC \perp MK$, $AD \perp MK$
 MK – общий перпендикуляр
 скрещивающихся прямых AD и BC

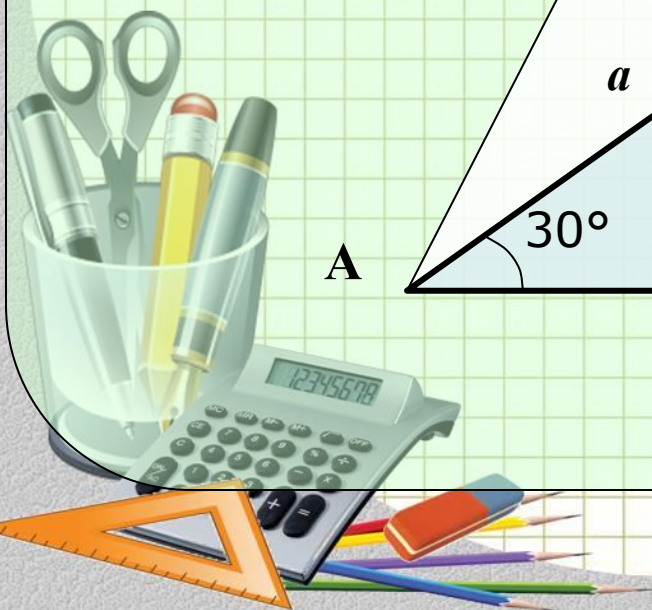
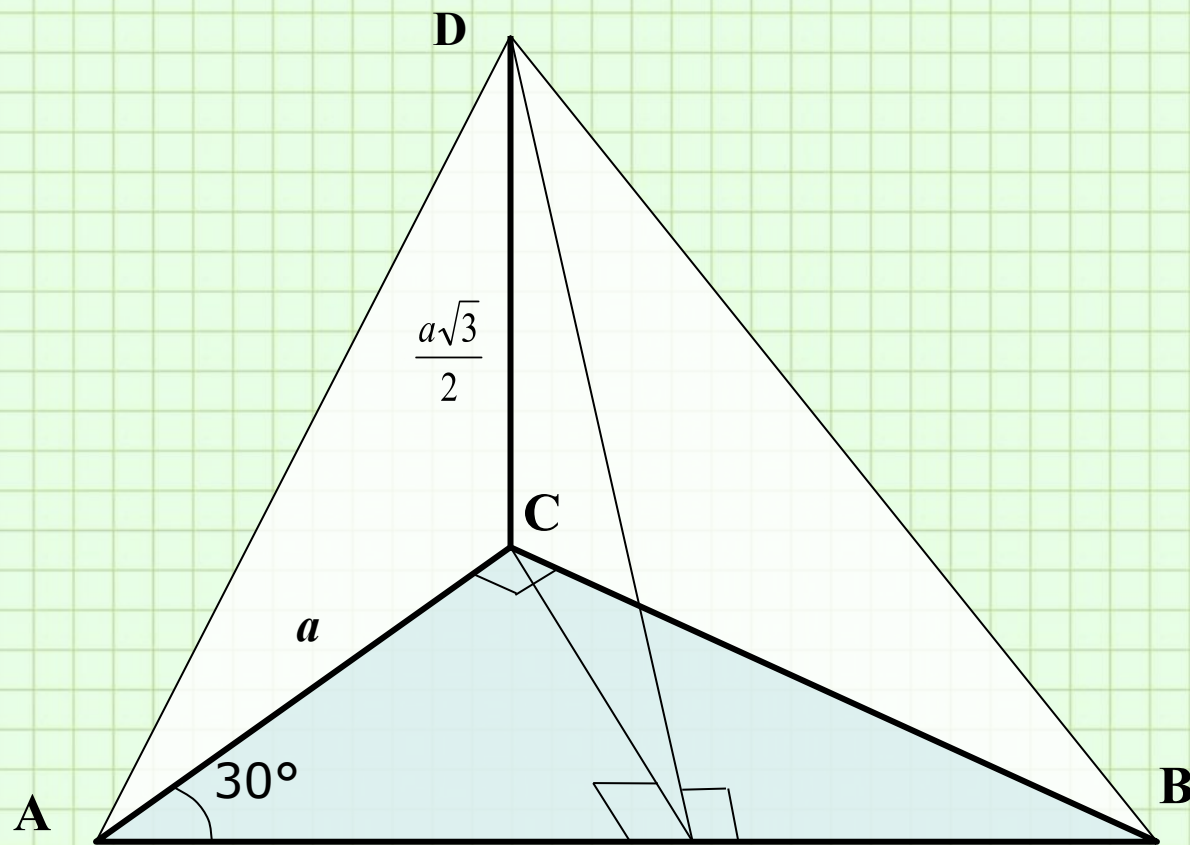
$\triangle ABM$ прямоугольный, $AB=10$, $BM=6$,
 $AM=8$.

$\triangle AKM$ прямоугольный, $AM=8$, $AK=6$,
 $MK=2\sqrt{7}$.

Решите задачу (по рисунку):

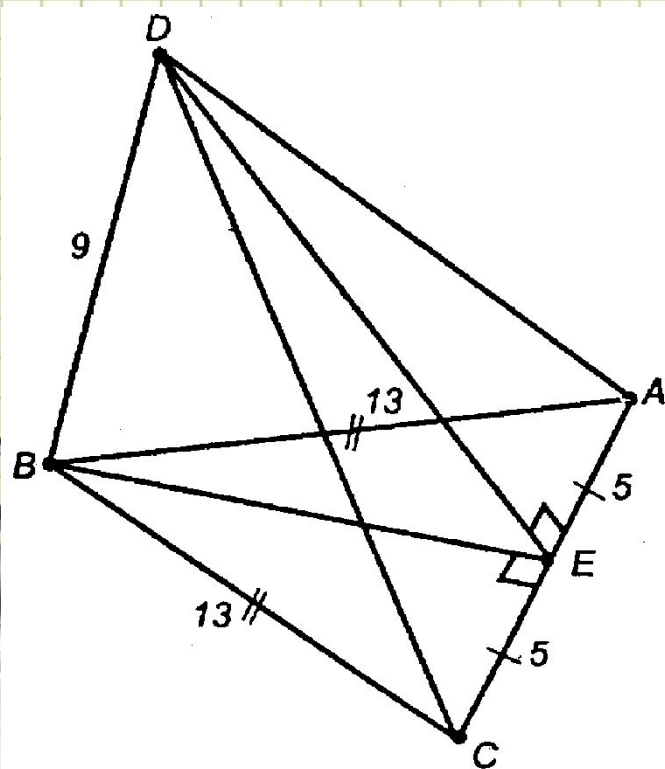


Решите задачу (по рисунку):



Дано:

$BD \perp (ABC)$; $BD = 9$ см; $AC = 10$ см; $BC = BA = 13$ см.



Проведем $BE \perp AC$, $CE = EA$, так как $\triangle ABC$ - равнобедренный и высота является также медианой.

$$BD \perp AC, BE \perp AC,$$

то по теореме о 3-х перпендикулярах $DE \perp AC$.

$$\rho(D, AC) = DE = \sqrt{BD^2 + BE^2};$$

$$\triangle CBE: BE = \sqrt{BC^2 - EC^2}; BE = \sqrt{169 - 25} = 12 \text{ см.}$$

$$\rho(D, AC) = DE = \sqrt{81 + 144} = 15 \text{ см.}$$



ИСТОЧНИКИ:

Учебник Геометрии 10 класс
Атанасян Л.С. и др. М.:
Просвещение. 2001

<http://5terka.com/node/7155>

