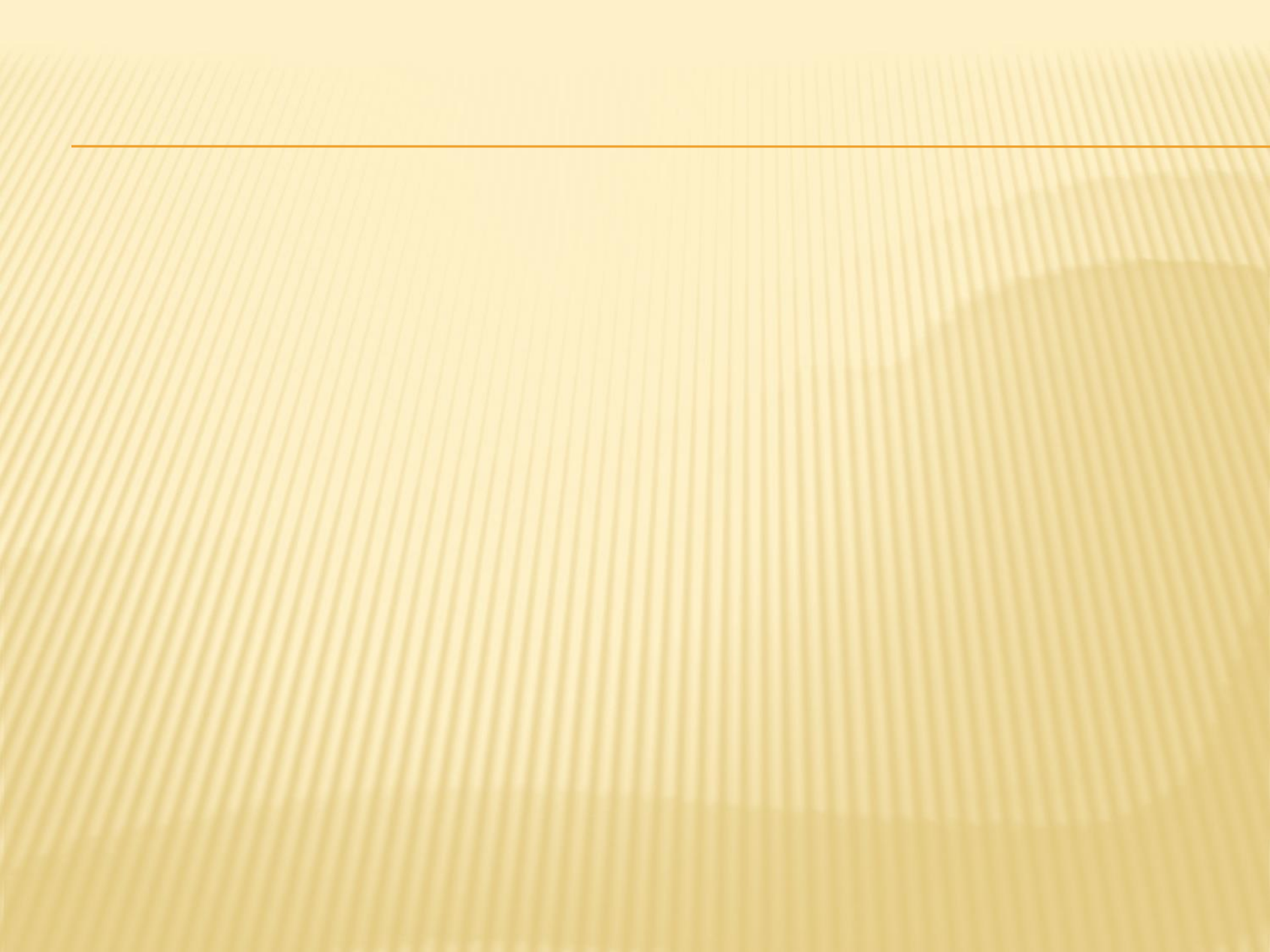

Линейные неравенства

Квадратные неравенства

Линейные неравенства

(8 класс)



Неравенства бывают:



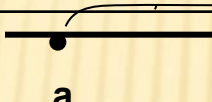
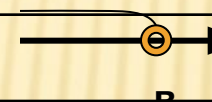
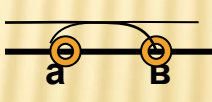
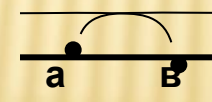
линейные

квадратные

рациональные

иррациональные

ВСПОМНИМ:

Аналитическая модель	Геометрическая модель	Обозначение	Название числовых промежутков
$x > a$		$(a ; + \infty)$	открытый луч
$x \geq a$		$[a ; + \infty)$	луч
$x < b$		$(- \infty ; b)$	открытый луч
$x \leq b$		$(- \infty ; b]$	луч
$a < x < b$		$(a ; b)$	интервал
$a \leq x \leq b$		$[a ; b]$	отрезок
$a \leq x < b$		$[a ; b)$	полуинтервал

ИЗОБРАЗИТЕ НА КООРДИНАТНОЙ ПРЯМОЙ ПРОМЕЖУТОК

(РАБОТАЕМ В ПАРАХ):

1) $[-2;4]$

2) $(-3;3)$

3) $(3;+\infty)$

4) $(-\infty;4]$

5) $(-5;+\infty)$

6) $(0;7]$

а) $x \geq 2$

в) $x \leq 3$

с) $x > 8$

д) $x < 5$

е) $-4 < x < 7$

ж) $-2 \leq x < 6$

ЛИНЕЙНЫЕ НЕРАВЕНСТВА

Определения:

- 1) Запись вида $a > b$; $a \geq b$ или $a < b$; $a \leq b$ называется *неравенством*
- 2) Неравенства вида $a \geq b$, $a \leq b$ называются *нестрогими*.
- 3) Неравенства вида $a > b$, $a < b$ называются *строгими*
- 4) Решением неравенства с одной переменной называется то значение переменной, которое обращает его в **верное числовое неравенство**

ЛИНЕЙНЫЕ НЕРАВЕНСТВА

Правила:

- 1) Любой член неравенства можно переносить из одной части неравенства в другую, изменив его знак на противоположный, при этом **знак неравенства не изменится.**

ЛИНЕЙНЫЕ НЕРАВЕНСТВА

Правила:

2) Обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и тоже положительное число, при этом знак неравенства *не изменится*.

ЛИНЕЙНЫЕ НЕРАВЕНСТВА

Правила:

3) Обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и тоже отрицательное число, при этом знак неравенства изменится на противоположный.

РЕШИМ НЕРАВЕНСТВО: $16x > 13x + 45$

Решение:

$$16x - 13x > 45$$

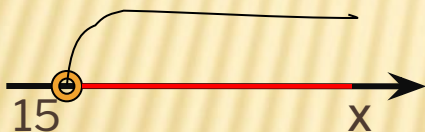
*слагаемое $13x$ с противоположным знаком
перенесли в левую часть неравенства*

$$3x > 45$$

привели подобные слагаемые

$$x > 15$$

поделили обе части неравенства на 3



Ответ: $(15; +\infty)$

РЕШИТЬ НЕРАВЕНСТВО:

$$2x + 4 \geq 6,$$

$$2x \geq -4 + 6,$$

$$2x \geq 2,$$

$$x \geq 1.$$



Ответ: $[1; +\infty)$.

РЕШИТЬ НЕРАВЕНСТВА В ПАРАХ:

1) $x+2 \geq 2,5x-1;$

2) $x-0,25(x+4)+0,5(3x-1) > 3;$

3) $x^2+x < x(x-5)+2;$

ПРОВЕРИМ:

1) $x+2 \geq 2,5x-1$

Решение:

$$x-2,5x \geq -2-1$$

$$-1,5x \geq -3$$

$$x \leq 2$$



2) $x^2+x < x(x-5)+2$

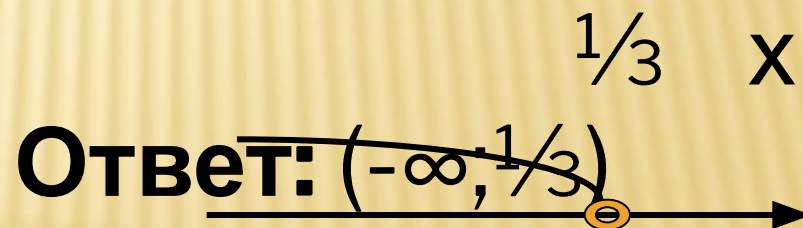
Решение:

$$x^2+x < x^2-5x+2$$

$$\underline{x^2} + x - \underline{x^2} + 5x < 2$$

$$6x < 2$$

$$x < 1/3$$



САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА ПО ВАРИАНТАМ: РЕШИТЬ НЕРАВЕНСТВА

Вариант 1.

1) $3x \leq 21$

2) $-5x < 35$

3) $3x + 6 \leq 3$

4) $2 - 6x > 14$

5) $3 - 9x \leq 1 - x$

6) $5(x + 4) < 2(4x - 5)$

Вариант 2.

1) $2x \geq 18$

2) $-4x > 16$

3) $5x + 11 \geq 1$

4) $3 - 2x < -1$

5) $17x - 2 \leq 12x - 1$

6) $3(3x - 1) > 2(5x - 7)$

ПРОВЕРИМ ОТВЕТЫ:

Вариант 1.

- 1) $(-\infty; 7]$
- 2) $(7; \infty)$
- 3) $(-\infty; -1]$
- 4) $(-\infty; -2)$
- 5) $[0,25; \infty)$
- 6) $(10; \infty)$

Вариант 2.

- 1) $[9; \infty)$
- 2) $(-\infty; -4)$
- 3) $[-2; \infty)$
- 4) $(2; \infty)$
- 5) $(-\infty; 0,5]$
- 6) $(-\infty; 9)$

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

Найдите наименьшее целое число,
являющееся решением неравенства:

1) $2(x-3)-1-3(x-2)-4(x+1) < 0;$

2) $0,2(2x+2)-0,5(x-1)<2$

ПРОВЕРИМ:

1)

$$\underline{2(x-3)-1-3(x-2)-4(x+1)} \\ \underline{< 0}$$

$$\underline{2x} - 6 - 1 - \underline{3x} + 6 - \underline{4x} - 4 < 0$$

$$-5x < 5$$

$$x > -1$$



Ответ: 0

2)

$$\underline{0,2(2x+2)-0,5(x-1)} < 2 \\ \underline{0,4x} + 0,4 - \underline{0,5x} + 0,5 \\ < 2$$

$$-0,1x < -0,9 + 2$$

$$-0,1x < +1,1$$

$$x > 11$$



Ответ: 12

РЕШАЕМ САМИ:

Найдите наименьшее натуральное число,
являющееся решением неравенства

$$3x - 3 < x + 4$$

Решение: $3x - x < 3 + 4$

$$2x < 7$$

$$x < 3,5$$



Ответ: 1

КВАДРАТНЫЕ НЕРАВЕНСТВА

КВАДРАТНЫЕ НЕРАВЕНСТВА

Определение: **Квадратным** называется неравенство, левая часть которого – **квадратный трёхчлен**, а правая часть равна **нулю**:

$$ax^2+bx+c>0$$

$$ax^2+bx+c\geq 0$$

$$ax^2+bx+c<0$$

$$ax^2+bx+c\leq 0$$

Решением неравенства с одним неизвестным называется то значение неизвестного, при котором это неравенство обращается в верное числовое неравенство

Решить неравенство – это значит найти все его решения или установить, что их нет.

ЯВЛЯЮТСЯ ЛИ СЛЕДУЮЩИЕ НЕРАВЕНСТВА КВАДРАТНЫМИ?

А) $4y^2 - 5y + 7 > 0$

Б) $2x - 4 > 0$

В) $4x^2 - 2x \geq 0$

Г) $3y - 5y^2 + 7 < 0$

Д) $4 - 6x + 5x^2 \leq 0$

Е) $5y^4 + 3y - 6 < 0$

ОСНОВНЫЕ СПОСОБЫ РЕШЕНИЯ КВАДРАТНЫХ НЕРАВЕНСТВ:

Метод интервалов

Графический метод

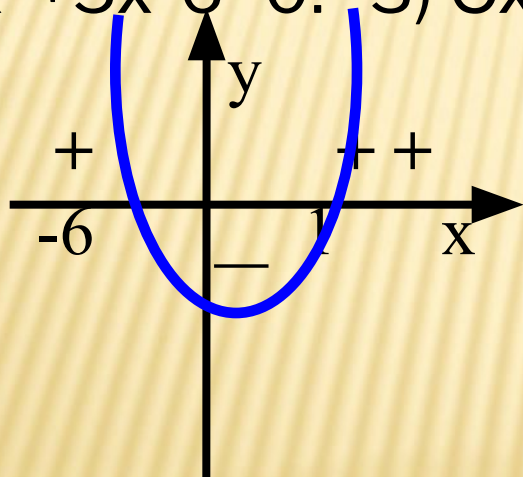
ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ КВАДРАТНОГО НЕРАВЕНСТВА:

- 1) **Определить направление ветвей параболы, по знаку первого коэффициента квадратичной функции.**
- 2) **Найти корни соответствующего квадратного уравнения;**
- 3) **Построить эскиз графика и по нему определить промежутки, на которых квадратичная функция принимает положительные или отрицательные значения.**

НАПРИМЕР:

Решить графически неравенство
 $x^2 + 5x - 6 \leq 0$

Решение: 1) Рассмотрим ф-цию: $y = x^2 + 5x - 6$,
это квадратичная функция, графиком является
парабола, т.к. $a=1$, то ветви направлены вверх.
2) Нули ф-ции, решаем квадратное уравнение
 $x^2 + 5x - 6 = 0$. 3) Схематично изображаем параболу.



Ответ: $[-6; 1]$

РЕШИТЕ ГРАФИЧЕСКИ НЕРАВЕНСТВА В ПАРАХ:

1) $x^2 - 3x < 0$;

2) $x^2 - 4x > 0$;

3) $x^2 + 2x \geq 0$;

4) $-2x^2 + x + 1 \leq 0$

Проверим ответы:

1) $(0; 3)$

2) $(-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$

3) $(-\infty; -2] \cup [0; +\infty)$

4) $(-\infty; -0,5] \cup [1; +\infty)$

ИСТОЧНИКИ ИЗОБРАЖЕНИЙ



<http://www.istina.org/Video/Glbs.JPG>



<http://www.ufps.kamchatka.ru/uploads/news/school/Colorful%20notebooks%20and%20pen.jpg>



<http://88.198.21.149/images/photoframes/2010/6/02/17/55/ZkYjfVBHuYRh97SNf65.jpg>

<http://psychology.careeredublogs.com/files/2010/02/school.jpg>

ЗАПОМНИМ:

Чтобы решить квадратное неравенство $ax^2+bx+c > 0$ методом интервалов надо:

- 1) Найти корни соответствующего квадратного уравнения $ax^2+bx+c = 0$;
- 2) Корни уравнения нанести на числовую ось;
- 3) Разделить числовую ось на **интервалы**;
- 3) Определить знаки функции в каждом из интервалов;
- 4) Выбрать подходящие интервалы и записать ответ.

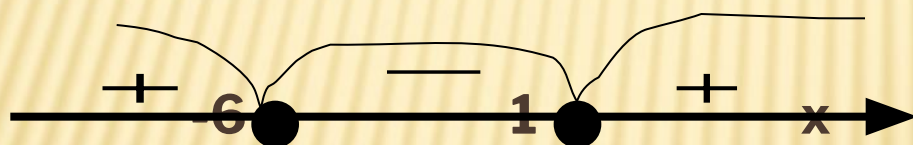
РЕШИМ КВАДРАТНОЕ НЕРАВЕНСТВО МЕТОДОМ ИНТЕРВАЛОВ:

Дано неравенство: $x^2 + x - 6 \geq 0$

Решение: 1) решим соответствующее
квадратное уравнение $x^2 + 5x - 6 = 0$.

Т.к. $a+b+c=0$, то $x_1 = 1$, а $x_2 = -6$

2)



3) Запишем ответ:

$$(-\infty; -6] \cup [1; +\infty)$$

РАБОТАЕМ В ПАРАХ:

Решить

неравенства:

1) $x^2 - 3x < 0;$

2) $x^2 - 4x > 0;$

3) $x^2 + 2x \geq 0;$

4) $-2x^2 + x + 1 \leq 0$

Проверим ответы:

1) $(0; 3)$

2) $(-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$

3) $(-\infty; -2] \cup [0; +\infty)$

4) $(-\infty; -0,5] \cup [1; +\infty)$

РЕШИТЕ НЕРАВЕНСТВА МЕТОДОМ ИНТЕРВАЛОВ САМОСТОЯТЕЛЬНО:

Решить

неравенства

- 1) $x(x+7) \geq 0;$
- 2) $(x-1)(x+2) \leq 0;$
- 3) $x - x^2 + 2 < 0;$
- 4) $-x^2 - 5x + 6 > 0;$
- 5) $x(x+2) < 15$

Проверим ответы:

- 1) $(-\infty; -7] \cup [0; +\infty)$
- 2) $[-2; 1]$
- 3) $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$
- 4) $(-6; 1)$
- 5) $(-5; 3)$