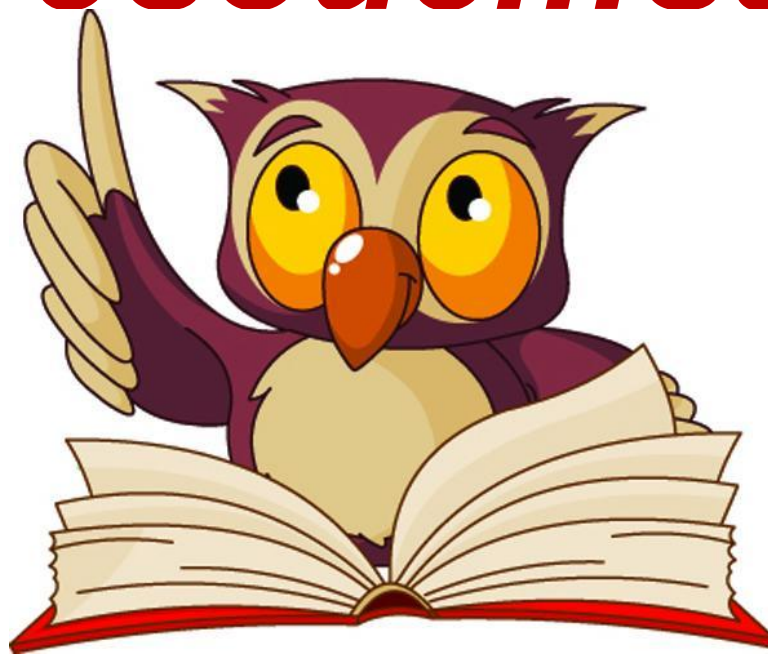


Рациональные дроби и их свойства



Рациональные выражения

Выражение, составленное из чисел и переменных с помощью действий сложения, вычитания, умножения и деления на число, отличное от нуля называется целыми выражениями

Например : $7a^2b$; $m^2 + d^3$; $(x - y)(x^2 + y)$; b^7 ;

$$19; x^{\frac{a+5}{8}}; 2 : 9; 10 - \frac{b(3b+c)}{7}$$

Выражение, составленное из чисел, переменных с помощью действий и деления на выражение с переменными называется дробным

выражением.
Например : $\frac{3}{a}$; $\frac{x+y}{x-y}$; $2p:c$; $\frac{n}{3} - \frac{5}{n^2+1}$

Целые и дробные выражения называются рациональными

1) **Найти значение рационального выражения**

$$\frac{a-4}{a+2}, \text{ если } a = 3$$

$$\frac{9-4}{3+2} = \frac{5}{5} = 1$$

2) **Найти значение рационального выражения**

$$\frac{3a+1}{a+4}, \text{ если } a = -4$$

$$\frac{-12+1}{-4+4} = \frac{-11}{0}$$

—не имеет смысла

на 0 делить нельзя, значит $a = -4$ недопустимое значение для этой дроби

**Целое выражение имеет смысл
всегда. Дробное не всегда имеет
смысл(на нуль делить нельзя)!!!**

Например : 1) $\frac{3}{a}; a \neq 0$

2) $\frac{1}{x-4}; x \neq 4$

3) $\frac{3k}{k^2+2}; k - \text{любое}$

4) $\frac{3k}{k^2-4}; k \neq \pm 2$

5) $\frac{1}{x-4} + \frac{1}{x+5}; x \neq 4; -5$

**Значения переменных, при которых
выражения имеют смысл называют
допустимыми значениями**

**a
— — рациональная дробь
 b**

**Найти допустимые значения
переменной дроби:**

$$1) \frac{5}{a(a-3)}; \quad a - \text{любое число, кроме } 0; 3$$
$$a(a-3) = 0$$
$$a = 0; a - 3 = 0$$
$$a = 3$$

$$2) \frac{(x-2)^2 - 25}{2x+6}; \quad x - \text{любое число, кроме } -3$$

$$2x + 6 = 0$$

$$2x = -6$$

$$x = -3$$

Дробь $\frac{a}{b} = 0$ тогда и только тогда,

когда $a = 0$; $b \neq 0$

Узнаем когда дробь равна 0

$$\frac{(x-2)^2 - 25}{2x+6} = 0$$

$$(x-2)^2 - 25 = 0$$

$$(x-2)^2 = 25$$

$$x-2 = -5; \quad x-2 = 5$$

$$x = -5 + 2 \quad x = 5 + 2$$

$$x = -3 \quad x = 7$$

$$2x + 6 \neq 0$$

$$2x \neq -6$$

$$x \neq -3$$

Ответ : при $x = 7$

Формулы:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Основное свойство дроби.

Сокращение дробей

Если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на один и тот же не равный нулю многочлен, то получится равная ей дробь.

$$1) \frac{x+2}{x+3} = \frac{(x+2)a}{(x+3)a}$$

$$2) \frac{2x}{4y} = \frac{x}{2y}$$

Если числитель и знаменатель рациональной дроби разделить на один и тот же не равный нулю многочлен, то получится равная ей дробь. Данную операцию называют сокращение дробей.

$$1) \frac{5xy}{10xk} = \frac{y}{2k}$$

$$4) \frac{21y}{3yx} = \frac{7}{x}$$

$$2) \frac{3(x+3)}{4a(x+3)} = \frac{3}{4a}$$

$$5) \frac{a-b}{b-a} = -\frac{a-b}{a-b} = -1$$

$$3) \frac{a^2-9}{av+3v} = \frac{(a-3)(a+3)}{v(a+3)} = \frac{a-3}{v}$$

**Равенство, которое получается при
сокращении дробей или при
умножении числителя и
знаменателя на один и тот же не
равный нулю многочлен называется
тождеством.**

1) Приведите дробь к знаменателю $35y^3$

$$\frac{2x}{7y} = \frac{10xy^2}{35y^3}$$

2) Приведите дробь к знаменателю $x-4k$

$$\frac{3}{4k-x} = -\frac{3}{x-4k}$$

3) Сократите дробь:

$$\frac{a^3 + b^3}{a^2 - ab + b^2} = \frac{(a + b)(a^2 - ab + b^2)}{a^2 - ab + b^2} = \frac{a + b}{1} = a + b$$

4) Постройте график функции:

$$y = \frac{x^2 - 16}{2x - 8} = \frac{(x - 4)(x + 4)}{2(x - 4)} = \frac{x + 4}{2} = \frac{1}{2}x + 2$$

$$2x - 8 \neq 0$$

$$2x \neq 8$$

$$x \neq 4$$

$y = \frac{1}{2}x + 2$ – линейная функция, график прямая
 $x \neq 4$ (0; 2); (2; 3)

