

# Неравенства с одной переменной и их свойства

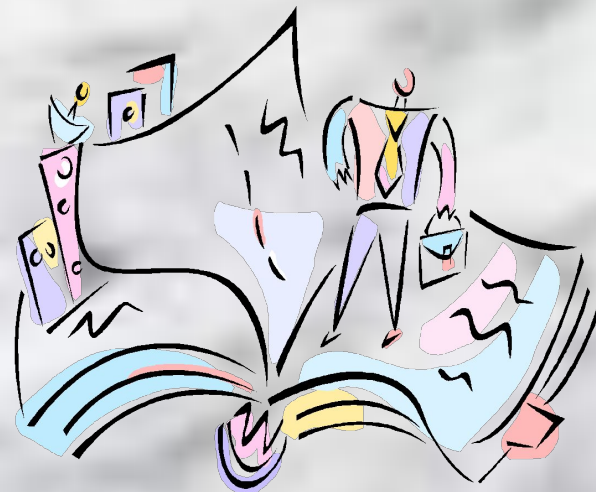
Подготовила:

учитель математики

МОУ сош №30 имени А.И.Колдунова

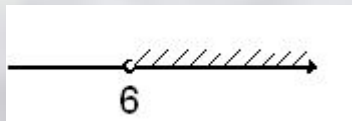
Кутоманова Е.М.

2009-2010 учебный год



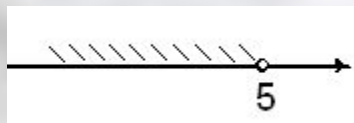
# 1. Числовые промежутки

1)  $x > 6$ ,



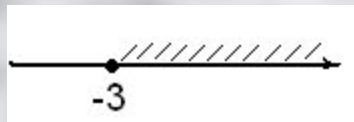
$$x \in (6; \infty)$$

2)  $x < 5$ ,



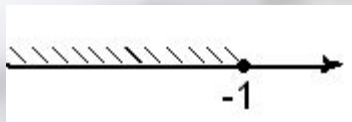
$$x \in (-\infty; 5)$$

3)  $x \geq -3$ ,



$$x \in [-3; \infty)$$

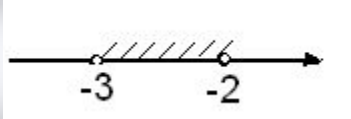
4)  $x \leq -1$ ,

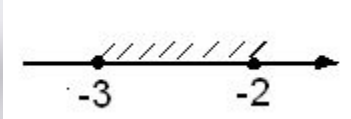


$$x \in (-\infty; -1]$$

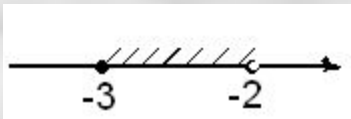




5)  $-3 < x < -2$ ,   $x \in (-3; -2)$

6)  $-3 \leq x \leq -2$ ,   $x \in [-3; -2]$

7)  $-3 < x \leq -2$ ,   $x \in (-3; -2]$

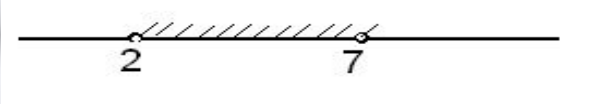
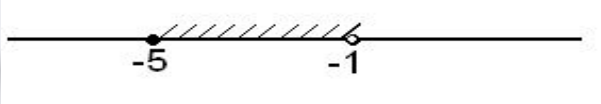
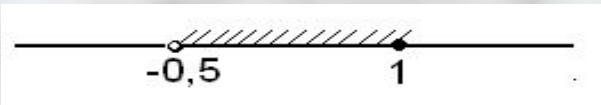
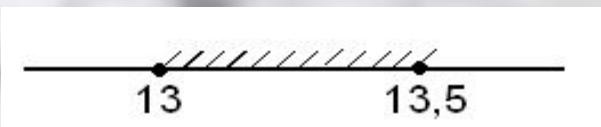
8)  $-3 \leq x < -2$ ,   $x \in [-3; -2)$

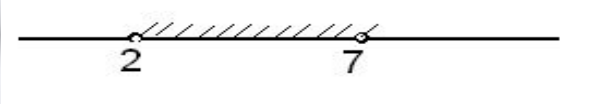
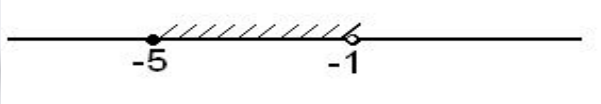
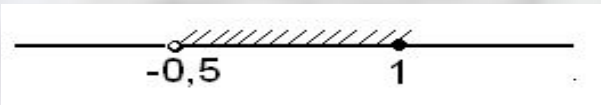
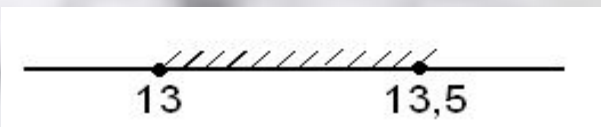
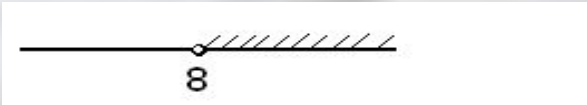
[illegible]



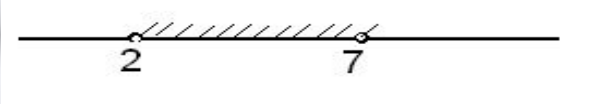
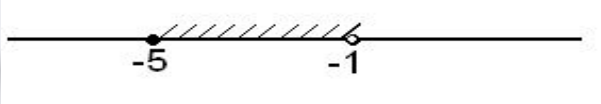
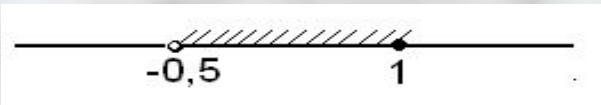
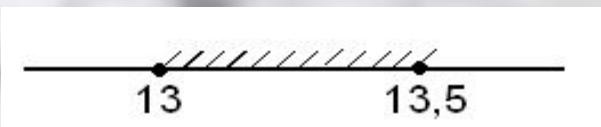
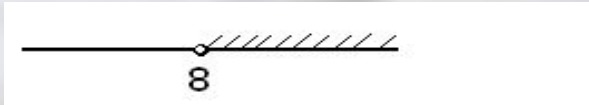
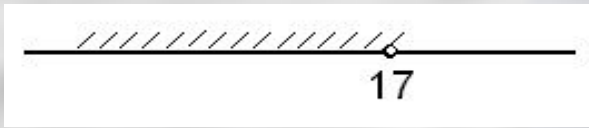


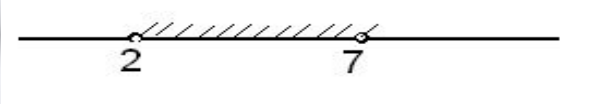
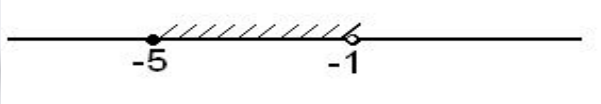
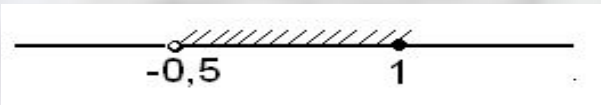
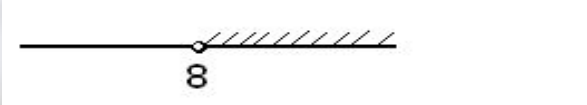
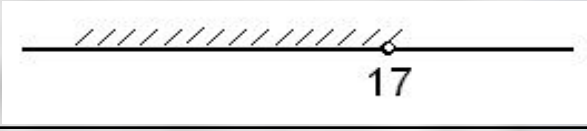
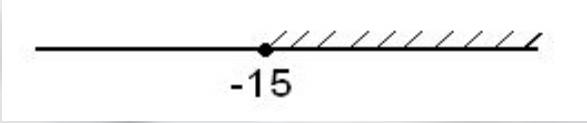


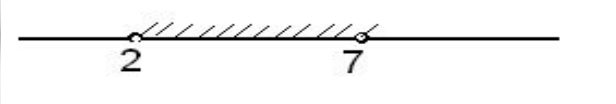
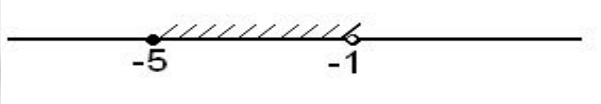
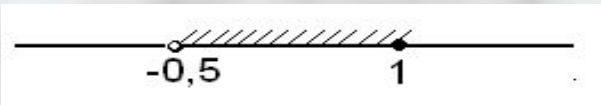
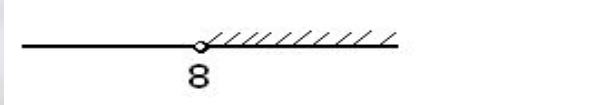
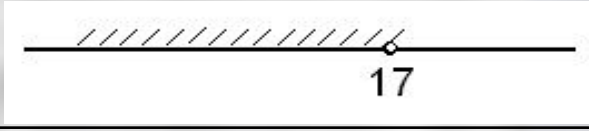
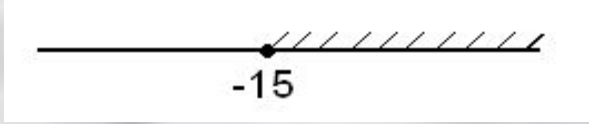
| Неравенство           | Числовой промежуток | Геометрическая интерпретация                                                        |
|-----------------------|---------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| $2 < x < 7$           | $(2; 7)$            |  |
| $-5 \leq x < -1$      | $[-5; -1)$          |  |
| $0,5 < x \leq 1$      | $(-0,5; 1]$         |  |
| $13 \leq x \leq 13,5$ | $[13; 13,5]$        |  |
|                       |                     |                                                                                     |
|                       |                     |                                                                                     |
|                       |                     |                                                                                     |
|                       |                     |                                                                                     |

| Неравенство           | Числовой промежуток | Геометрическая интерпретация                                                        |
|-----------------------|---------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| $2 < x < 7$           | $(2; 7)$            |  |
| $-5 \leq x < -1$      | $[-5; -1)$          |  |
| $0,5 < x \leq 1$      | $(-0,5; 1]$         |  |
| $13 \leq x \leq 13,5$ | $[13; 13,5]$        |  |
| $x > 8$               | $(8; +\infty)$      |  |
|                       |                     |                                                                                     |
|                       |                     |                                                                                     |
|                       |                     |                                                                                     |

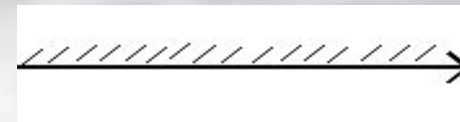


| Неравенство           | Числовой промежуток | Геометрическая интерпретация                                                         |
|-----------------------|---------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| $2 < x < 7$           | $(2; 7)$            |   |
| $-5 \leq x < -1$      | $[-5; -1)$          |   |
| $0,5 < x \leq 1$      | $(-0,5; 1]$         |   |
| $13 \leq x \leq 13,5$ | $[13; 13,5]$        |   |
| $x > 8$               | $(8; +\infty)$      |   |
| $x < 17$              | $(-\infty; 17)$     |  |
|                       |                     |                                                                                      |
|                       |                     |                                                                                      |

| Неравенство           | Числовой промежуток | Геометрическая интерпретация                                                          |
|-----------------------|---------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| $2 < x < 7$           | $(2; 7)$            |    |
| $-5 \leq x < -1$      | $[-5; -1)$          |    |
| $0,5 < x \leq 1$      | $(-0,5; 1]$         |    |
| $13 \leq x \leq 13,5$ | $[13; 13,5]$        |    |
| $x > 8$               | $(8; +\infty)$      |    |
| $x < 17$              | $(-\infty; 17)$     |   |
| $x \geq -15$          | $[-15; +\infty)$    |  |
|                       |                     |                                                                                       |

| Неравенство           | Числовой промежуток | Геометрическая интерпретация                                                          |
|-----------------------|---------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| $2 < x < 7$           | $(2; 7)$            |    |
| $-5 \leq x < -1$      | $[-5; -1)$          |    |
| $0,5 < x \leq 1$      | $(-0,5; 1]$         |    |
| $13 \leq x \leq 13,5$ | $[13; 13,5]$        |    |
| $x > 8$               | $(8; +\infty)$      |    |
| $x < 17$              | $(-\infty; 17)$     |   |
| $x \geq -15$          | $[-15; +\infty)$    |  |
| $x \leq 6$            | $(-\infty; 6]$      |  |

❖ Множество действительных чисел изображается всей координатной прямой. Его обозначают так:  $(-\infty; \infty)$ .



Например:

1)



$$[1; 5] \cap [3; 7] = [3; 5].$$

2)



$$[1; 5] \cup [3; 7] = [1; 7].$$



## 2. Решение неравенств с одной переменной.

*Определение.*

**Решением неравенства с одной переменной называется значение переменной, которое обращает его в верное равенство.**

*Например:* Рассмотрим неравенство  $6x-5>7$ .

Подставим вместо  $x$  число 1, тогда получится неравенство  $6 \cdot 1 - 5 > 7$ , которое не является верным.

Подставим вместо  $x$  число 3, тогда получится верное неравенство  $6 \cdot 3 - 5 > 7$ .

Число 3 является решением неравенства  $6x-5>7$  или удовлетворяет этому неравенству.





*Свойства:*

1. Если из одной части неравенства перенести в другую слагаемое с противоположным знаком, то получится равносильное неравенство.

2. Если обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же положительное число, то получится равносильное неравенство.

Если обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же отрицательное число, изменив при этом знак неравенства на противоположный, то получится равносильное неравенство.

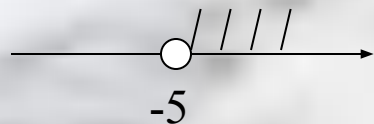
Например:

$$1) \quad 15 + 3x > 0,$$

$$3x > -15,$$

$$x > -5.$$

$$x \in (-5; \infty)$$



$$2) \quad 10x + 20 < 5x,$$

$$10x - 5x < -20,$$

$$5x < -20,$$

$$x < -4.$$

$$x \in (-\infty; -4)$$





## Решим задачу:

Длина стороны стороны прямоугольника 8 см. Какой должна быть длина другой стороны, чтобы периметр прямоугольника был меньше периметра квадрата со стороной 10 см?

Пусть  $x$  см длина другой стороны прямоугольника ( $x > 0$ ), тогда его периметр  $P$  равен  $2(x+8)$  см.

Периметр квадрата со стороной 10 см равен 40 см.

Имеем:  $2(x+8) < 40$ ,

$$x+8 < 20,$$

$$x < 12.$$

Учитывая, что  $x > 0$ , имеем  $0 < x < 12$ .



**Рассмотрим ещё один пример:**

**При каких значениях переменной выражение  $\sqrt{5x-15}$  имеет смысл?**



$$5x-15 \geq 0,$$

$$5x \geq 15,$$

$$x \geq 5.$$

Выражение  $\sqrt{5x-15}$  имеет смысл при  $x \geq 5$ .