Тема 4:

Часть 2:

Оптимальная оценка неэнергетического параметра сигнала.

Оптимальная оценка параметра сигнала с неизвестной начальной фазой.

Апостериорная плотность вероятности параметра

$$w_{ps}(\lambda) = c_1 L(\lambda) w_{pr}(\lambda) = c_1 c_2 e^{c_3} \cdot e^{q(\lambda)} \cdot e^{-\frac{E_c(\lambda)}{G_0}} \cdot w_{pr}(\lambda) = C e^{q(\lambda)} e^{-\frac{E_c(\lambda)}{G_0}} w_{pr}(\lambda)$$

$$\ln w_{ps}(\lambda) = \ln\left(C e^{q(\lambda)} e^{-\frac{E_c(\lambda)}{G_0}} w_{pr}(\lambda) \right) = \ln C + q(\lambda) - \frac{E_c(\lambda)}{G_0} + \ln w_{pr}(\lambda)$$

$q(\lambda) = \frac{2}{G_0}\int_0^T y(t) s_\lambda(t)\,dt$ – корреляционный интеграл

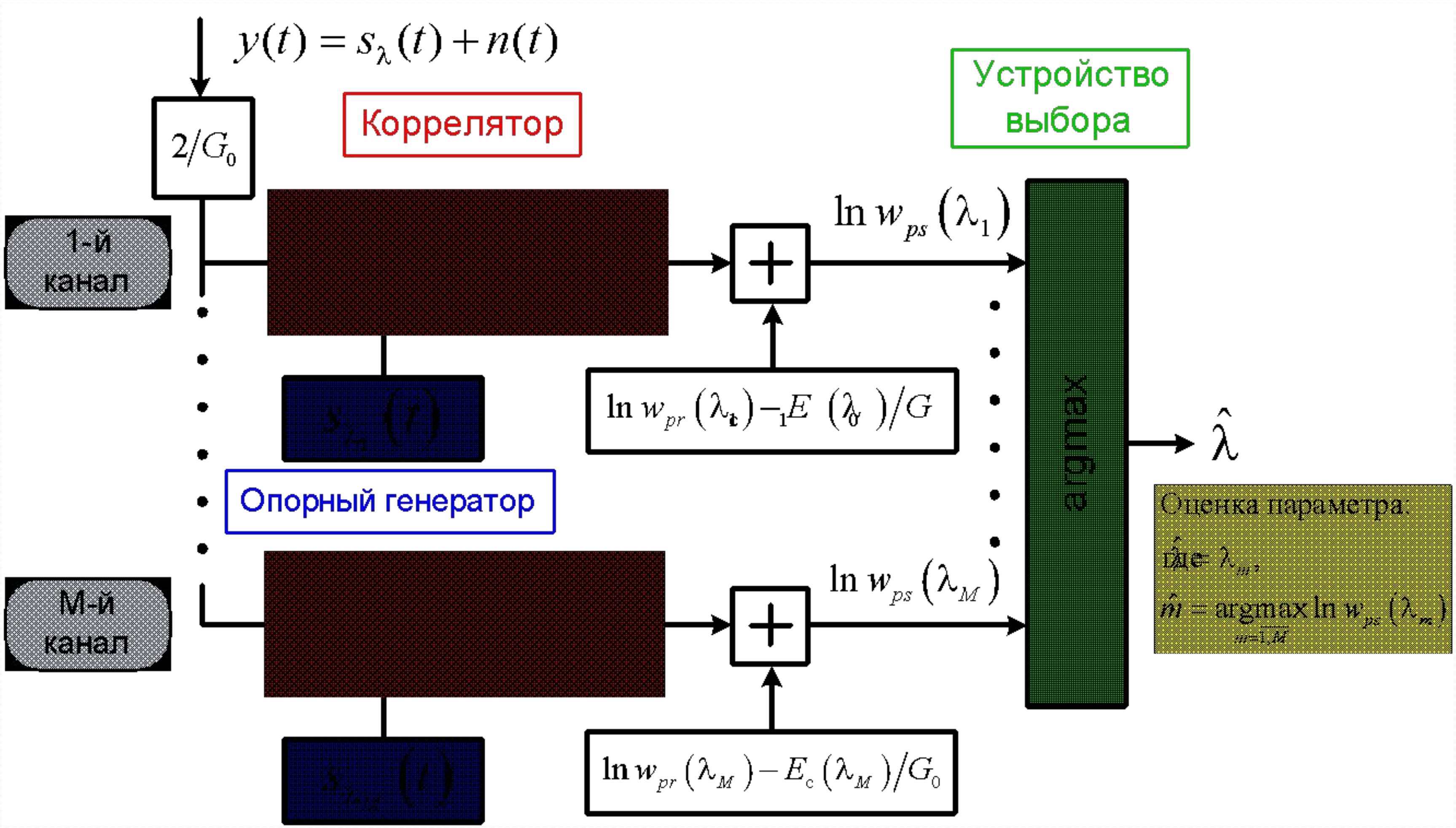
$E_c(\lambda) = \int_0^T s_\lambda^2(t)\,dt$ – энергия сигнала

Оценка параметра по критерию максимума апостериорной вероятности:

$$\hat{\lambda} = \operatorname{argmax} w_{ps}(\lambda) = \operatorname{argmax} \ln w_{ps}(\lambda)$$

Оценка параметра полностью известного сигнала

(корреляционный приёмник)

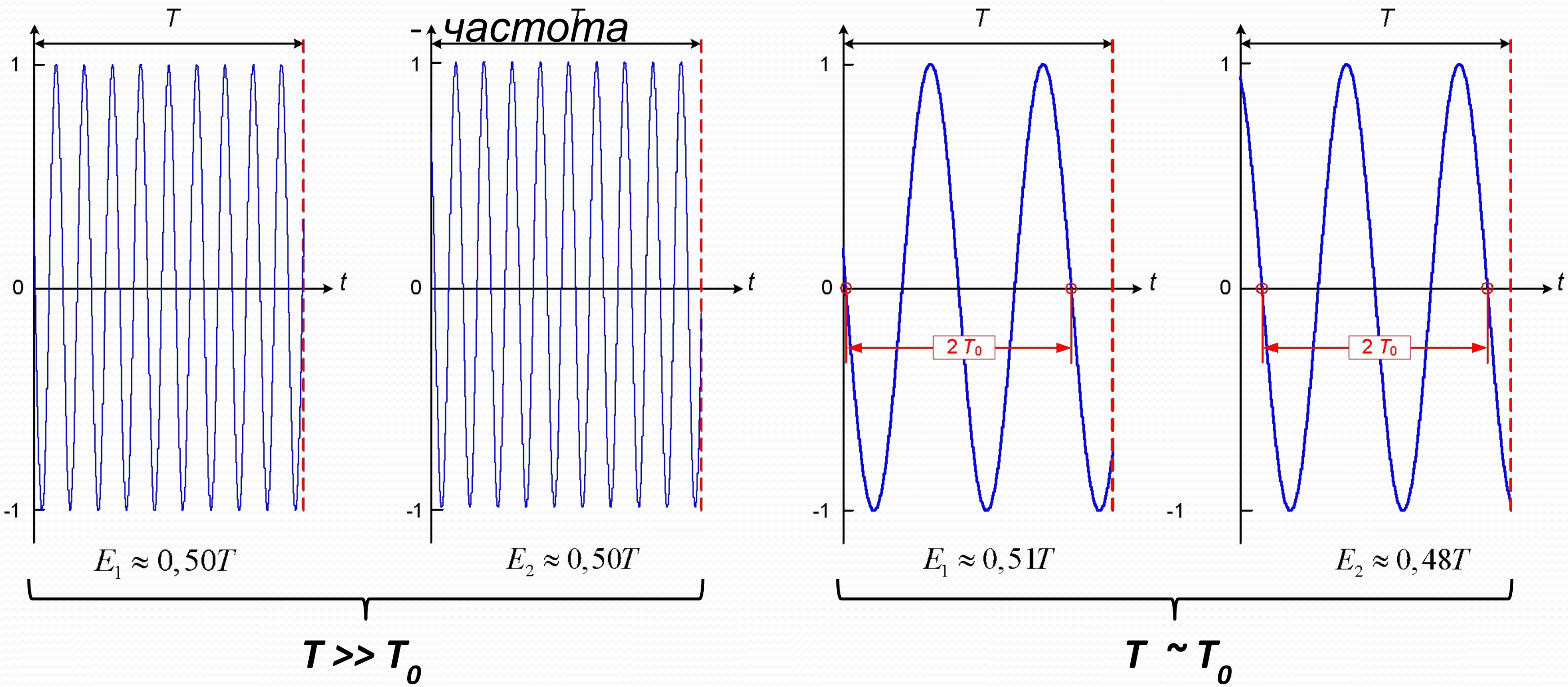


Оценка неэнергетического параметра

Неэнергетические параметры:

- *задержка*
- *фаза*
- *частота*

при $T >> T_0$



Оценка неэнергетического параметра с равномерным априорным распределением

$$\hat{\lambda} = \arg\max \omega_{ps}(\lambda) = \arg\max \ln \omega_{ps}(\lambda)$$

$$\ln w_{ps}(\lambda) = \ln c + \frac{2}{G_0}\int_0^T y(t)s_\lambda(t)dt - \frac{1}{G_0}\int_0^T s^2{}_\lambda(t)dt + \ln w_{pr}(\lambda)$$

При равномерном априорном распределении в интервале [λ_{min}, λ_{max}]

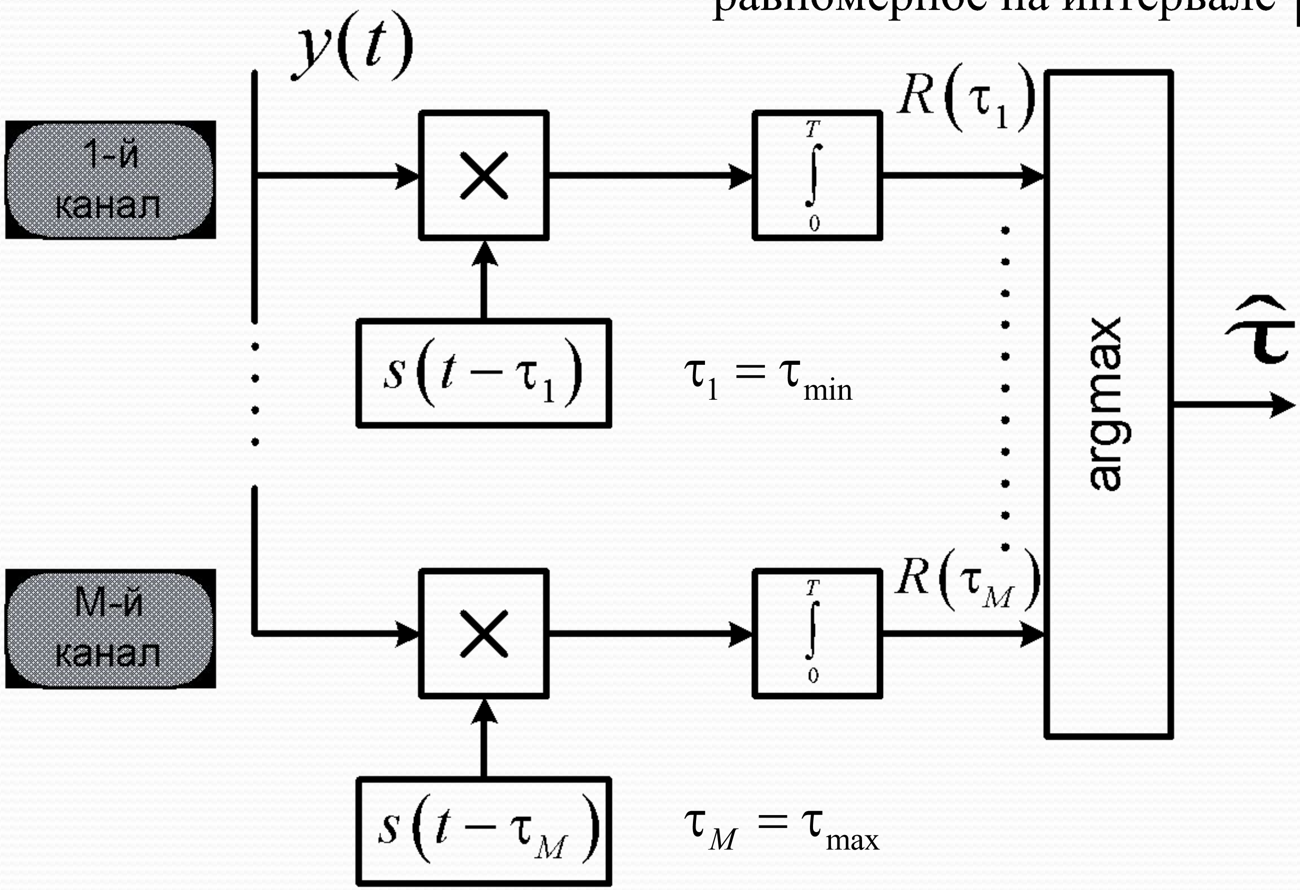
$$\hat{\lambda} = \arg\max_{\lambda\in[\lambda_{\min},\lambda_{\max}]}\left[2\int_0^T y(t)s_\lambda(t)dt - \int_0^T s^2{}_\lambda(t)dt\right] = \arg\max_{\lambda\in[\lambda_{\min},\lambda_{\max}]}\left[2R(\lambda) - E_c(\lambda)\right]$$

Если $E_c(\lambda)=const$

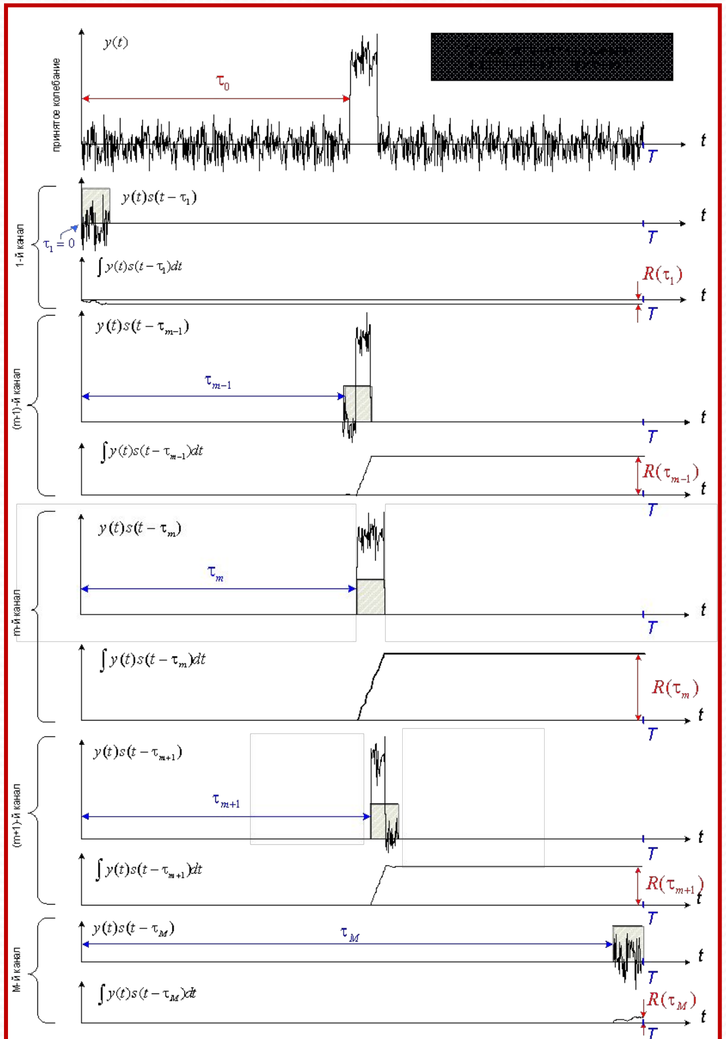
$$\hat{\lambda} = \arg\max_{\lambda\in[\lambda_{\min},\lambda_{\max}]} R(\lambda) = \arg\max_{\lambda\in[\lambda_{\min},\lambda_{\max}]}\left(\int_0^T y(t)s_\lambda(t)dt\right)$$

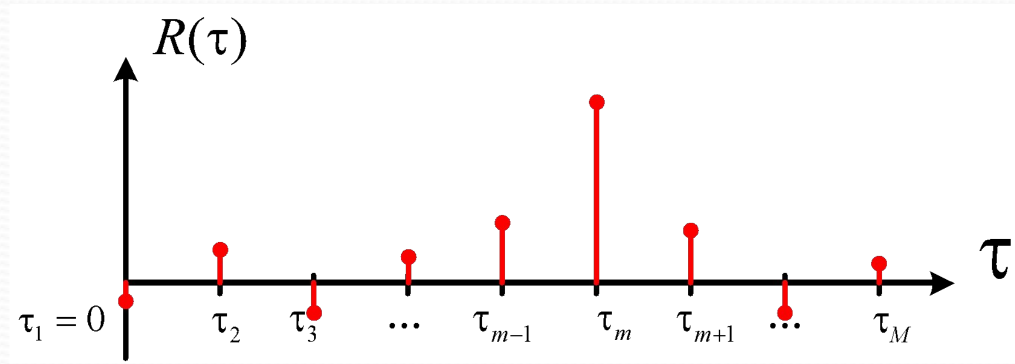
Корреляционный приёмник для оценки задержки известного сигнала

Априорное распределение задержки – равномерное на интервале $[\tau_{min}, \tau_{max}]$



Эпюры напряжений в корреляционном приёмнике прямоугольного видеоимпульса

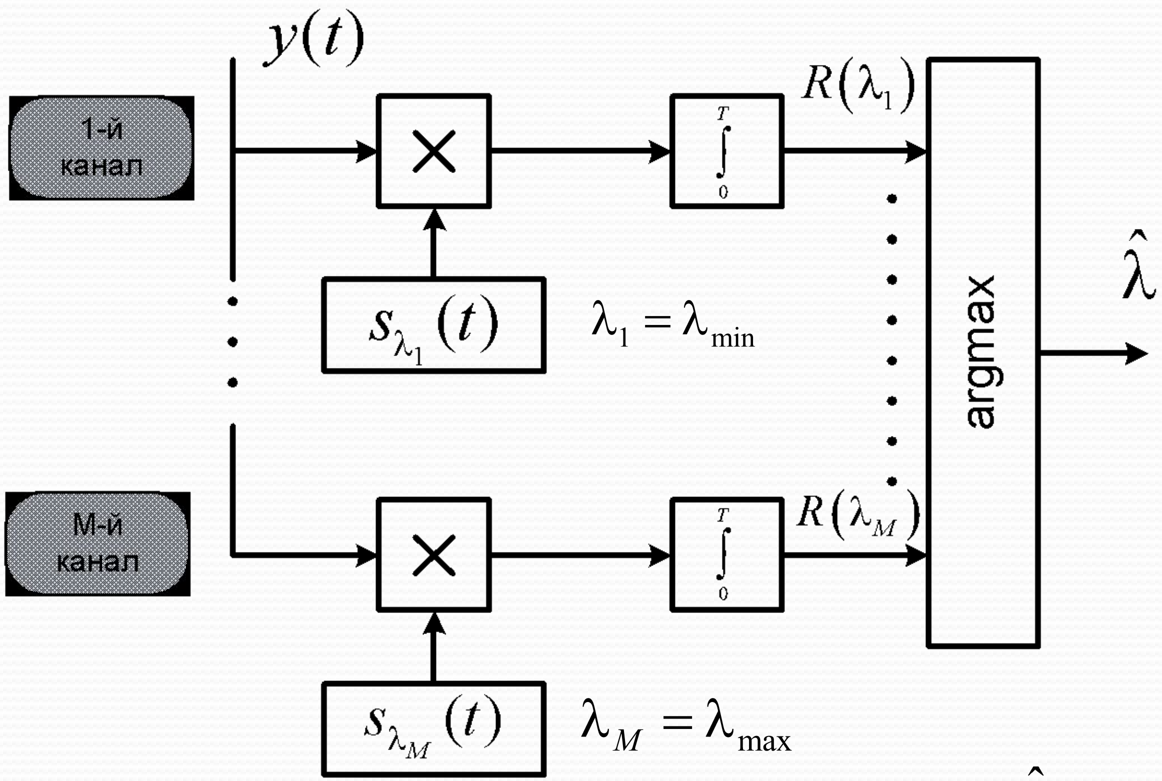




$$\hat{m} = \underset{m=\overline{1,M}}{\operatorname{argmax}} R(\tau_m)$$

$$\hat{\tau} = \tau_{\hat{m}}$$

Корреляционный приёмник для оценки неэнергетического параметра



$$\hat{m} = \underset{m=\overline{1,M}}{\operatorname{argmax}} R(\lambda_m)$$

$$\hat{\lambda} = \lambda_{\hat{m}}$$

Априорное распределение параметра – равномерное на интервале $[\lambda_{\min}, \lambda_{\max}]$

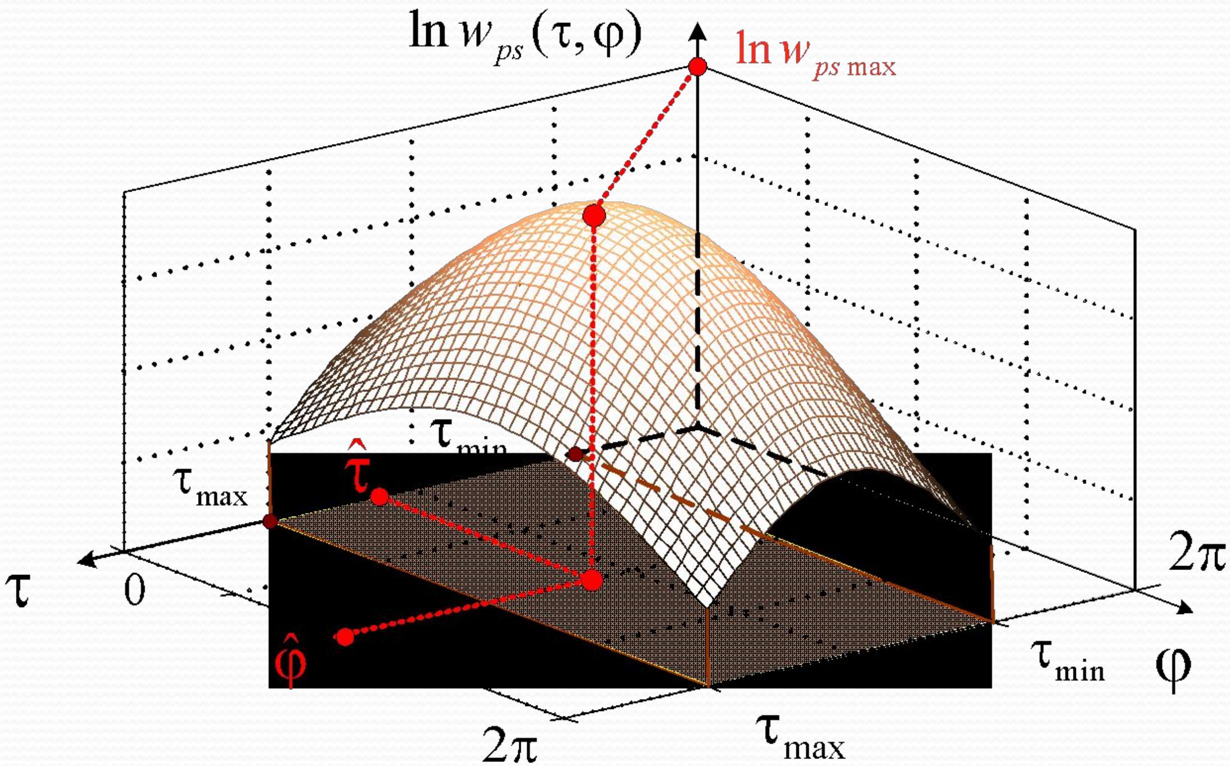
Оценка задержки радиосигнала с неизвестной начальной фазой

Сигнал с неизвестной начальной фазой

$$s_{\tau,\varphi}(t) = \underbrace{U(t-\tau)}_{\text{закон АМ}} \cos\left(\omega_0 (t-\tau) + \underbrace{\psi(t-\tau)}_{\text{закон ФМ}} + \varphi \right)$$

Совместная оценка задержки и фазы

$$(\hat{\tau}, \hat{\varphi}) = \underset{\substack{\tau \in [\tau_{min}, \tau_{max}] \\ \varphi \in [\varphi_{min}, \varphi_{max}]}}{\operatorname{argmax}} \ln w_{ps}(\tau, \varphi)$$



Оценка задержки радиосигнала с неизвестной начальной фазой

Усреднение по случайной начальной фазе

Апостериорная плотность вероятности задержки $w_{ps}(\tau) = \int_0^{\infty} w_{ps}(\tau \mid \varphi) w_{pr}(\varphi) d\varphi$

Априорная плотность вероятность фазы $w_{pr}(\varphi) = \dfrac{1}{2\pi}, \quad \varphi \in [0, 2\pi]$

Условная апостериорная плотность вероятности:

$$w_{ps}(\tau \mid \varphi) = c \cdot e^{q(\tau,\varphi)} \cdot \underbrace{e^{-\frac{E_c(\tau,\varphi)}{G_0}}}_{const} \cdot w_{pr}(\tau) = c' \cdot e^{q(\tau,\varphi)} \cdot w_{pr}(\tau)$$

$$w_{ps}(\tau) = c' \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{q(\tau,\varphi)} d\varphi \cdot w_{pr}(\tau)$$

Оценка задержки радиосигнала с неизвестной начальной фазой

Корреляционный интеграл

$$q(\tau,\varphi)=\frac{2}{G_0}\int_0^T y(t)s_{\tau,\varphi}(t)\,dt=\frac{2}{G_0}\int_0^T y(t)U(t-\tau)\cos\left(\underbrace{\omega_0(t-\tau)+\psi(t-\tau)+\varphi}_{\omega_0 t+\psi(t-\tau)+\varphi-\omega_0\tau}\right)dt=$$

$$\cos\left(\omega_0 t+\psi(t-\tau)+\varphi-\omega_0\tau\right)=\cos\left(\left[\omega_0 t+\psi(t-\tau)\right]+(\varphi-\omega_0\tau)\right)=$$
$$=\cos\left(\omega_0 t+\psi(t-\tau)\right)\cdot\cos\left(\varphi-\omega_0\tau\right)-\sin\left(\omega_0 t+\psi(t-\tau)\right)\cdot\sin\left(\varphi-\omega_0\tau\right)$$

$$=\underbrace{\frac{2}{G_0}\int_0^T y(t)U(t-\tau)\cos\left(\omega_0 t+\psi(t-\tau)\right)dt}_{Z^{c}(\tau)}\cdot\cos\left(\varphi-\omega_0\tau\right)-$$

$$-\underbrace{\frac{2}{G_0}\int_0^T y(t)U(t-\tau)\sin\left(\omega_0 t+\psi(t-\tau)\right)dt}_{Z^{s}(\tau)}\cdot\sin\left(\varphi-\omega_0\tau\right)$$

Оценка задержки радиосигнала с неизвестной начальной фазой

Корреляционный интеграл

$$q(\tau,\varphi)=\frac{2}{G_0}\left[Z^{c}(\tau)\cos\left(\varphi-\omega_0\tau\right)-Z^{s}(\tau)\sin\left(\varphi-\omega_0\tau\right)\right]=\frac{2}{G_0}Z(\tau)\cos\left(\theta(\tau)+\varphi-\omega_0\tau\right)$$

$$Z(\tau)=\sqrt{Z^{c}(\tau)^2+Z^{s}(\tau)^2},\quad Z^{c}(\tau)=Z(\tau)\cos\theta(\tau),\quad Z^{s}(\tau)=Z(\tau)\sin\theta(\tau)$$

Апостериорная плотность вероятности задержки

$$w_{ps}(\tau)=c'\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}e^{q(\tau,\varphi)}d\varphi\cdot w_{pr}(\tau)=c'\cdot\underbrace{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}e^{\frac{2}{G_0}Z(\tau)\cos\left(\theta(\tau)+\varphi-\omega_0\tau\right)}d\varphi}_{I_0\left(\frac{2}{G_0}Z(\tau)\right)}\cdot w_{pr}(\tau)$$

$$w_{ps}(\tau)=c'I_0\left(\frac{2}{G_0}Z(\tau)\right)\cdot w_{pr}(\tau)$$

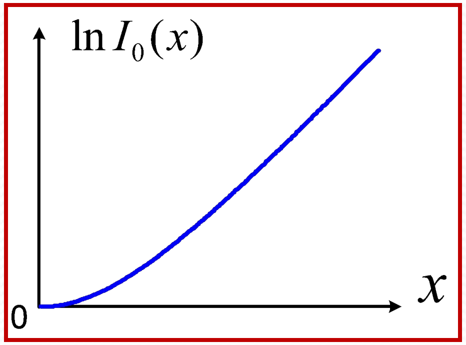
Оценка задержки радиосигнала с неизвестной начальной фазой

Логарифм апостериорной плотности вероятности задержки

$$\ln w_{ps}(\tau) = \ln c' + \ln I_0\left(\frac{2}{G_0} Z(\tau)\right) + \ln w_{pr}(\tau)$$

При равномерном априорном распределении задержки

$$\ln w_{ps}(\tau) = const + \ln I_0\left(\frac{2}{G_0} Z(\tau)\right)$$



$\ln I_0(x)$ – *монотонно возрастающая функция*

Оценка задержки:

$$\hat{\tau} = \underset{\tau\in[\tau_{\min},\tau_{\max}]}{\operatorname{argmax}} \ln w_{ps}(\tau) = \underset{\tau\in[\tau_{\min},\tau_{\max}]}{\operatorname{argmax}} Z(\tau) =$$

$$= \underset{\tau\in[\tau_{\min},\tau_{\max}]}{\operatorname{argmax}} Z(\tau)^2 = \underset{\tau\in[\tau_{\min},\tau_{\max}]}{\operatorname{argmax}} \left(Z^{c}(\tau)^2 + Z^{s}(\tau)^2\right)$$

Оценка задержки радиосигнала с неизвестной начальной фазой

Сигнал с задержкой τ_0: $s_{\tau_0,\varphi}(t) = U(t-\tau_0)\cos\left(\omega_0(t-\tau_0)+\psi(t-\tau_0)+\varphi\right)$

Алгоритм оценки задержки

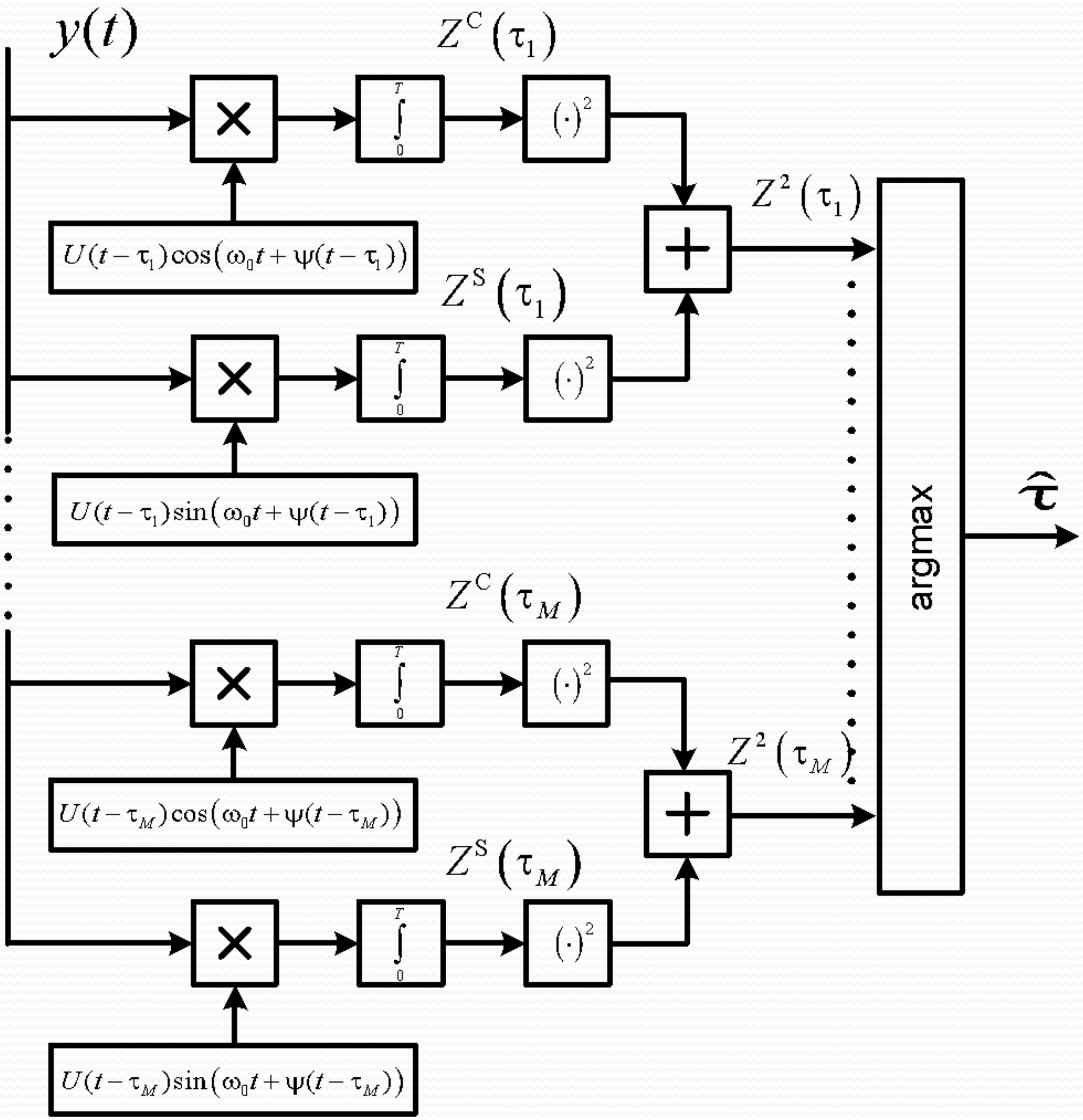
$$Z^{c}(\tau) = \int_0^T y(t)U(t-\tau)\cos\left(\omega_0 t + \psi(t-\tau)\right)dt$$

$$Z^{s}(\tau) = \int_0^T y(t)U(t-\tau)\sin\left(\omega_0 t + \psi(t-\tau)\right)dt$$

$$Z(\tau) = \sqrt{Z^{c}(\tau)^2 + Z^{s}(\tau)^2}$$

$$\hat{\tau} = \underset{\tau\in[\tau_{\min},\tau_{\max}]}{\operatorname{argmax}} Z(\tau) = \underset{\tau\in[\tau_{\min},\tau_{\max}]}{\operatorname{argmax}}\left(Z^{c}(\tau)^2 + Z^{s}(\tau)^2\right)$$

Оптимальный корреляционный приёмник радиосигнала с неизвестной начальной фазой



$$\hat{m} = \underset{m=\overline{1,M}}{\operatorname{argmax}}\, Z^2(\tau_m)$$

$$\hat{\tau} = \tau_{\hat{m}}$$