10.4. ПРИМЕНЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛА В ПРИБЛИЖЕННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЯХ

Приращение функции отличается от дифференциала на бесконечно малую величину:

$$\Delta y = dy + \alpha(\Delta x) \cdot \Delta x$$

Поэтому при достаточно малых Δx:

$$\Delta y \approx dy$$

или

$$f(x+\Delta x) \approx f(x) + f'(x)\cdot\Delta x$$

Эта формула может использоваться для приближенных вычислений.

Пример.

Вычислить приближенно

$$\sqrt[4]{16{,}64}$$

Решение:

Получим вначале приближенную формулу для вычисления корней *n*-ой степени.

$$f(x)=\sqrt[n]{x}$$

Находим производную функции:

$$f'(x)=\frac{1}{n}\cdot x^{\frac{1}{n}-1}=\frac{\sqrt[n]{x}}{n\cdot x}$$

$$f(x+\Delta x)=\sqrt[n]{x+\Delta x}\approx\sqrt[n]{x}+\frac{\sqrt[n]{x}}{n\cdot x}\cdot\Delta x=$$

$$=\sqrt[n]{x}\left(1+\frac{\Delta x}{n\cdot x}\right)$$

В нашем примере:

$$\sqrt[4]{x+\Delta x}\approx\sqrt[4]{x}\left(1+\frac{\Delta x}{4\cdot x}\right)$$

В качестве *x* возьмем число, близкое к *16.64*, но так, чтобы был известен корень 4 степени из этого числа, при этом *Δx* должно быть малым:

$$x = 16 \qquad \Delta x = 0.64$$

Тогда

$$\sqrt[4]{16.64} \approx \sqrt[4]{16}\left(1 + \frac{0.64}{4 \cdot 16}\right) = 2.02$$