ЛЕКЦИЯ 1

ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ

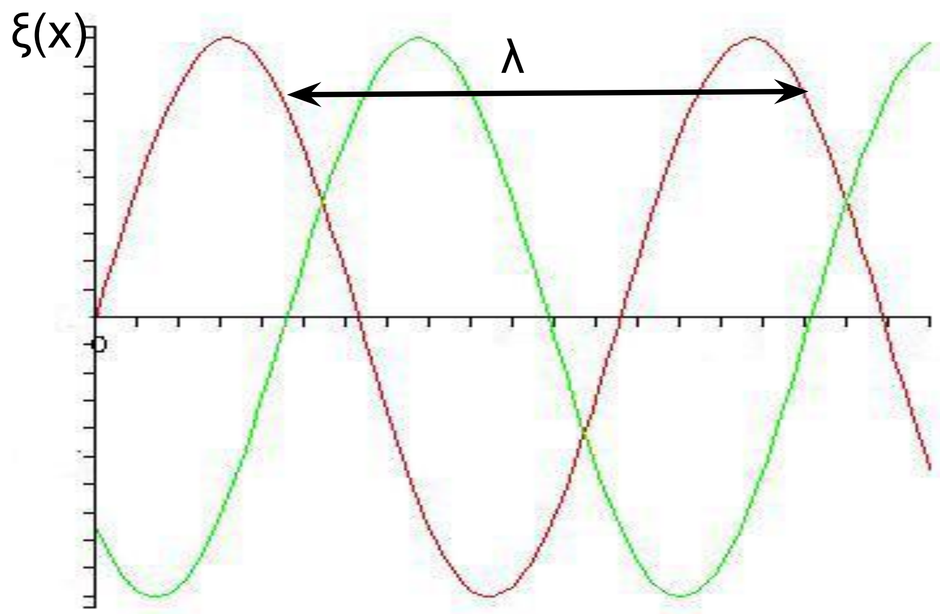
МОНОХРОМАТИЧЕСКАЯ ВОЛНА

$$\xi(x,t) = a\cos(\omega \cdot t - kx + \alpha)$$

$$\lambda = \mathrm{v}T$$

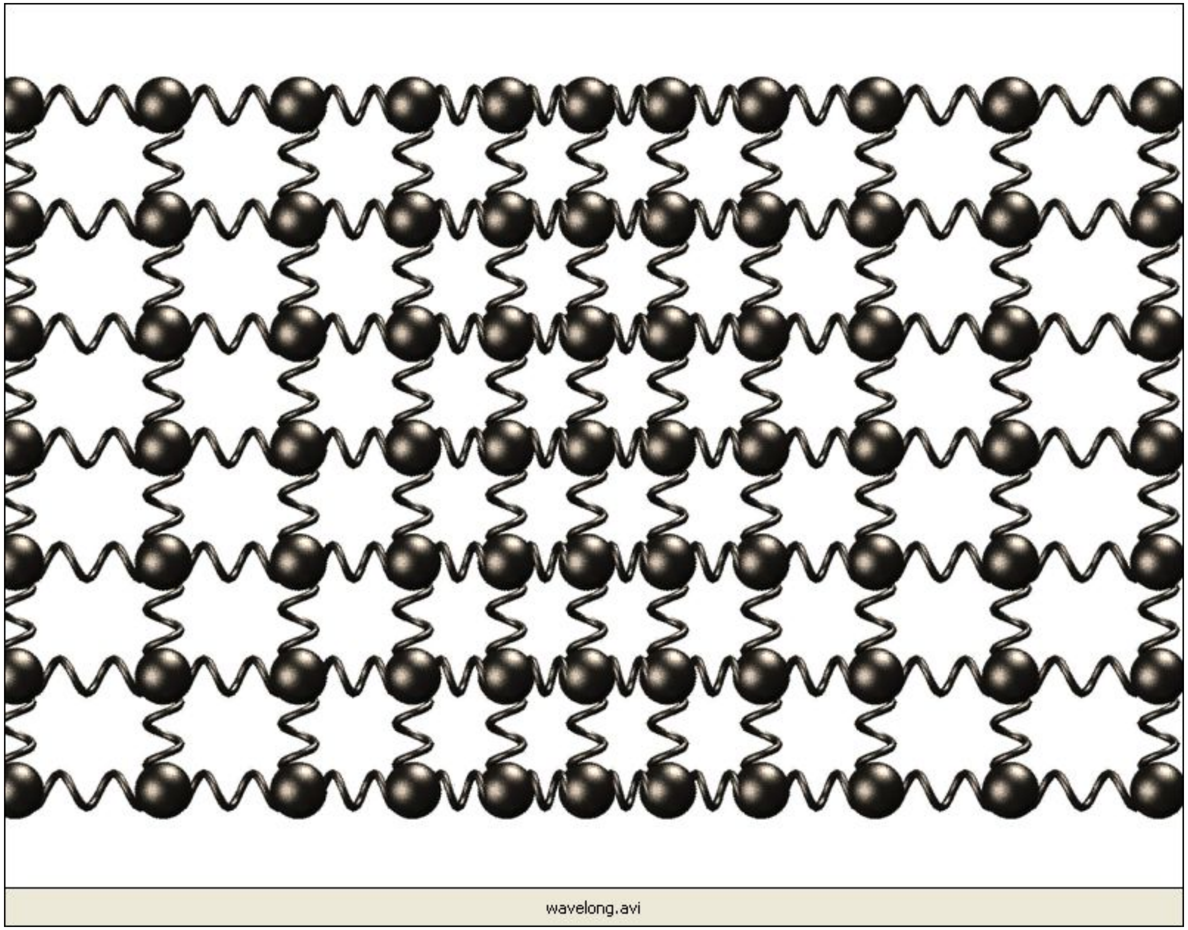
$$\mathrm{v} = \frac{dx}{dt}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$



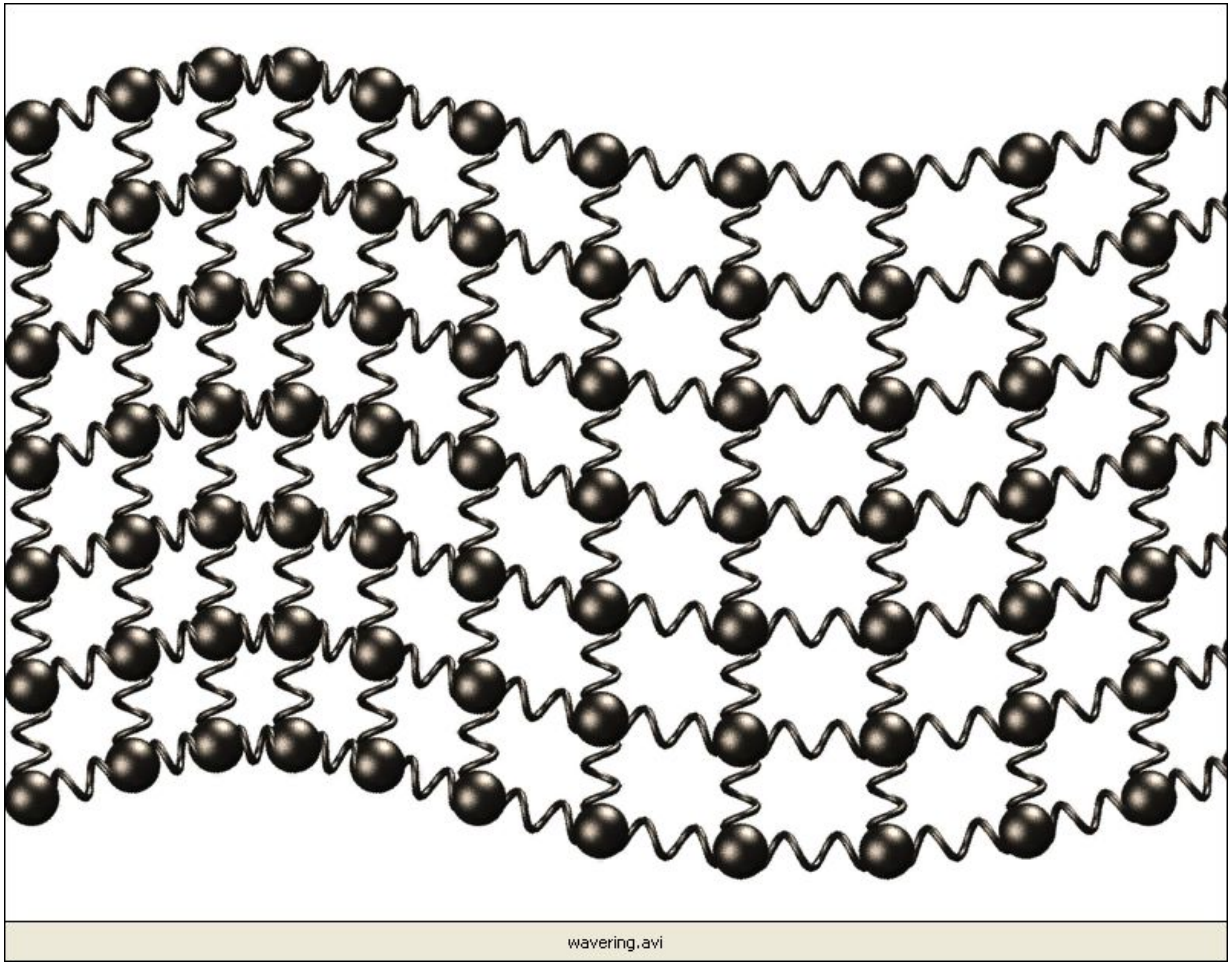
ПРОДОЛЬНЫЕ ВОЛНЫ В УПРУГОЙ СРЕДЕ

$$v_{II} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$



ПОПЕРЕЧНЫЕ ВОЛНЫ В УПРУГОЙ СРЕДЕ

$$v_{\perp} = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$



ВОЛНОВОЕ УРАВНЕНИЕ

$$\Delta\xi = \frac{1}{\mathrm{v}^2}\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} \qquad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Общее решение волнового дифференциального уравнения

$$\vec{f}(\vec{r},t) = \vec{f}_1(\omega t - \vec{k}\vec{r}) + \vec{f}_2(\omega t + \vec{k}\vec{r})$$

Плоская монохроматическая волна

$$\xi(\vec{r},t) = a\cos(\omega\cdot t - \vec{k}\vec{r} + \alpha)$$

Сферическая монохроматическая волна

$$\xi(\vec{r},t) = \frac{a}{r}\cos(\omega\cdot t - \vec{k}\vec{r} + \alpha)$$

ВОЛНОВАЯ ПОВЕРХНОСТЬ

Геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе, называется *волновой поверхностью*.

Волновой фронт **(или *фронт волны*) – геометрическое место точек, до которых доходят колебания к *данному* моменту времени *t*. Волновой фронт представляет собой поверхность, которая отделяет область пространства, *уже* вовлеченную в волновой процесс, так называемую *волновую зону*, от той части пространства, куда колебания *еще* не дошли.**

ЭНЕРГИЯ УПРУГОЙ ВОЛНЫ

$$\Delta W = \frac{1}{2}\rho\left[\left(\frac{\partial\xi}{\partial t}\right)^2 + \mathrm{v}^2\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)^2\right]\Delta V$$

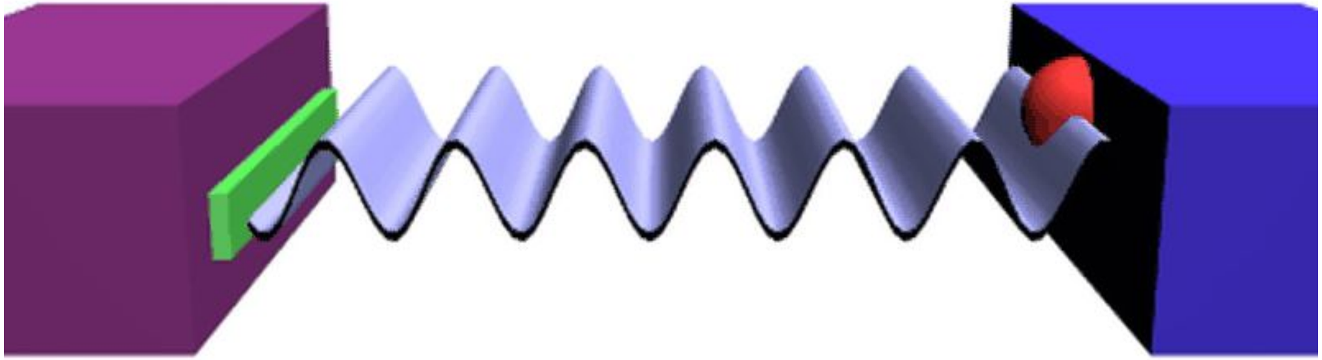
$$\langle w\rangle = \frac{1}{2}\rho\cdot a^2\omega^2$$

Вектор Умова-Пойнтинга

$$S = \frac{\Delta\Phi}{\Delta S_{площадь}} = \frac{\Delta W}{\Delta S_{площадь}\Delta t}$$

$$\vec{S} = w\vec{v}$$

ЭФФЕКТ ДОППЛЕРА



СУЩНОСТЬ ЯВЛЕНИЯ

Если источник волн движется относительно среды, то расстояние между гребнями волн (длина волны) зависит от скорости и направления движения. Если источник движется по направлению к приёмнику, то есть догоняет испускаемую им волну, то длина волны уменьшается. Если удаляется — длина волны увеличивается.

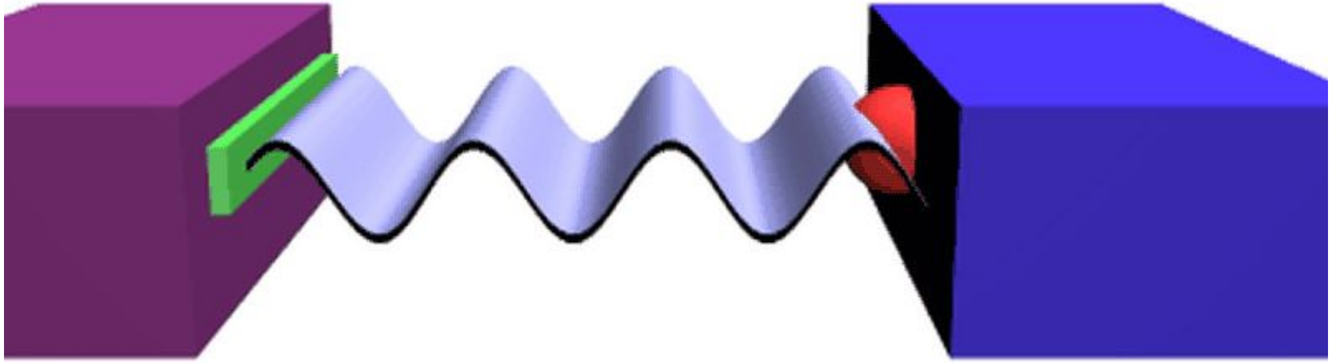
$$\lambda = \frac{\mathrm{v}_{\text{волны отн. неподв. источника и приёмника}} - u_{\text{источника}}}{\omega_0}$$

ПАРАМЕТРЫ ВОЛНЫ

$$\lambda = \frac{\text{v}_{\text{волны отн. неподв. источника и приёмника}} - \text{u}_{\text{источника}}}{\omega_0}$$

$$\omega = \frac{\text{v}}{\lambda} = \omega_0 \cdot \frac{1}{1 - \frac{\text{u}}{\text{v}}}$$

ЭФФЕКТ ДОППЛЕРА



СУЩНОСТЬ ЯВЛЕНИЯ

Если приёмник волн движется относительно среды, то время между приходом гребней приходящих волн (период колебаний в волне) зависит от скорости и направления движения. Если приёмник движется по направлению к источнику, то период увеличивается. Если удаляется — уменьшается.

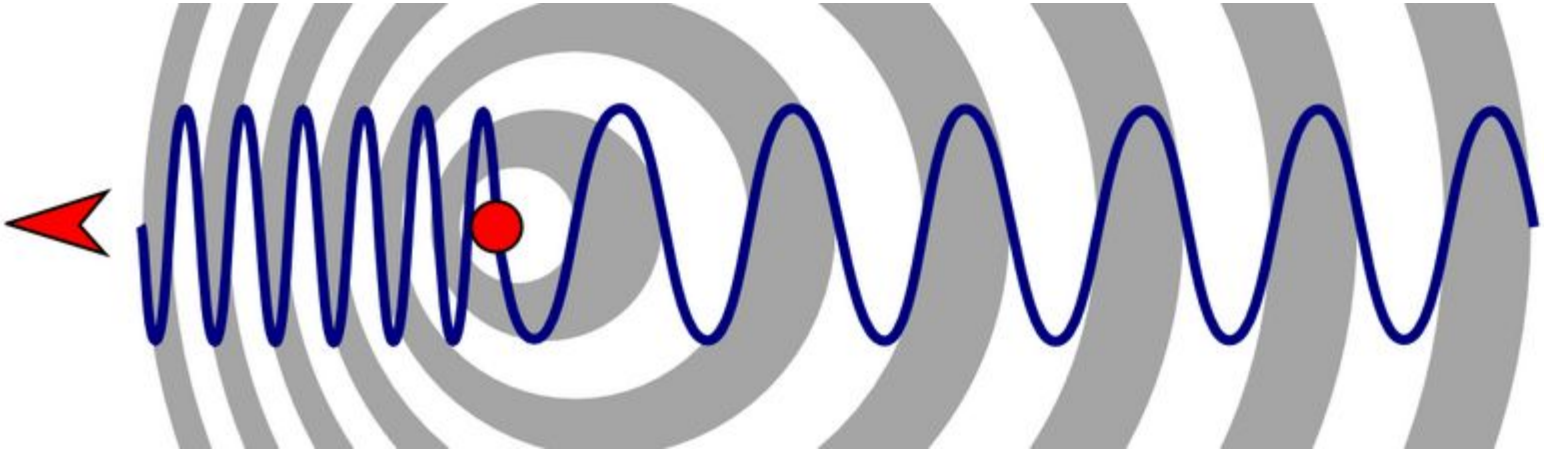
$$T=\frac{\lambda}{v}=T_0\cdot\frac{1}{1+\frac{u}{v}}$$

ПАРАМЕТРЫ ВОЛНЫ

$$T = \frac{\lambda}{\mathrm{v}} = T_0 \cdot \frac{1}{1 + \frac{\mathrm{u}}{\mathrm{v}}}$$

$$f = \frac{\mathrm{v}}{\lambda} = f_0 \cdot \left(1 + \frac{u}{\mathrm{v}}\right)$$

ЭФФЕКТ ДОППЛЕРА



СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА

1	$\oint_\Gamma \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B}\cdot dS$	1	$[\vec{\nabla}\vec{E}] = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
2	$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$	2	$\vec{\nabla}\vec{B} = 0$
3	$\oint_\Gamma \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int \vec{j}\cdot d\vec{S} + \frac{d}{dt}\int_S \vec{D}\cdot dS$	3	$[\vec{\nabla}\vec{H}] = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$
4	$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \int_V \rho dV$	4	$\vec{\nabla}\vec{D} = \rho$

ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ВОЛНА

$$\left[\vec{\nabla}, \vec{E}\right] = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\left[\vec{\nabla}, \left[\vec{\nabla}, \vec{E}\right]\right] = \vec{\nabla}\left(\vec{\nabla}\vec{E}\right) - \nabla^2 \vec{E}$$

$$\vec{\nabla}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0 \varepsilon}$$

если свободных зарядов нет, тт есть $\rho = 0, \quad \Rightarrow$

$$\left[\vec{\nabla}, \left[\vec{\nabla}, \vec{E}\right]\right] = -\nabla^2 \vec{E} = -\Delta \vec{E}$$

ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ВОЛНА

$$\left[\vec{\nabla}, \vec{E}\right] = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$-\left[\vec{\nabla}, \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right] = -\frac{\partial}{\partial t}\left[\vec{\nabla}, \vec{B}\right] = -\mu_0 \mu \frac{\partial}{\partial t}\left[\vec{\nabla}, \vec{H}\right] = -\mu_0 \mu \frac{\partial}{\partial t}\left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)$$

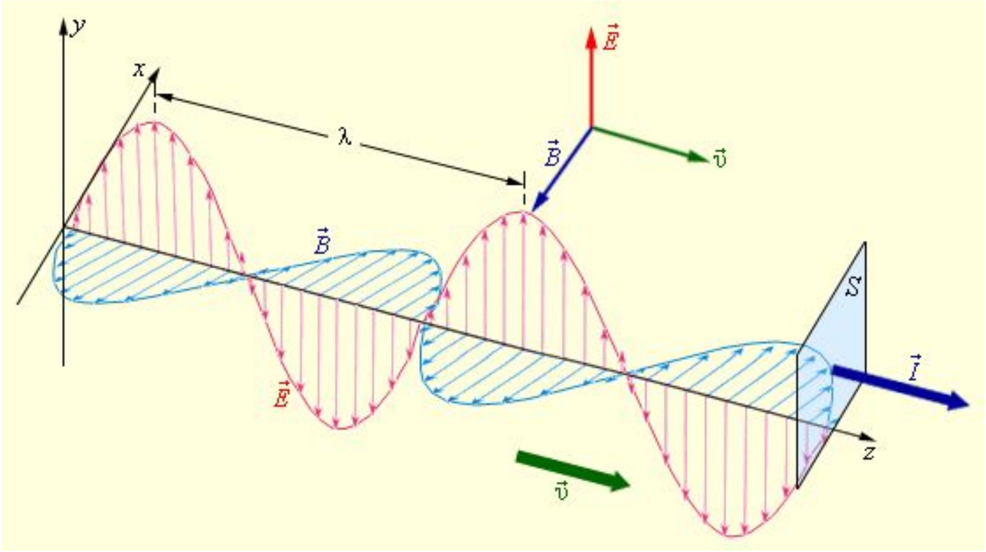
если $\vec{j} = 0, \quad \Rightarrow$

$$-\left[\vec{\nabla}, \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right] = -\mu_0 \mu \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2} = -\mu_0 \mu \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2} = -\mu_0 \mu \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

ВОЛНОВОЕ УРАВНЕНИЕ

$$\Delta\vec{E} = \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} \qquad \Delta\vec{B} = \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2} \qquad c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$$

Структура плоской электромагнитной волны



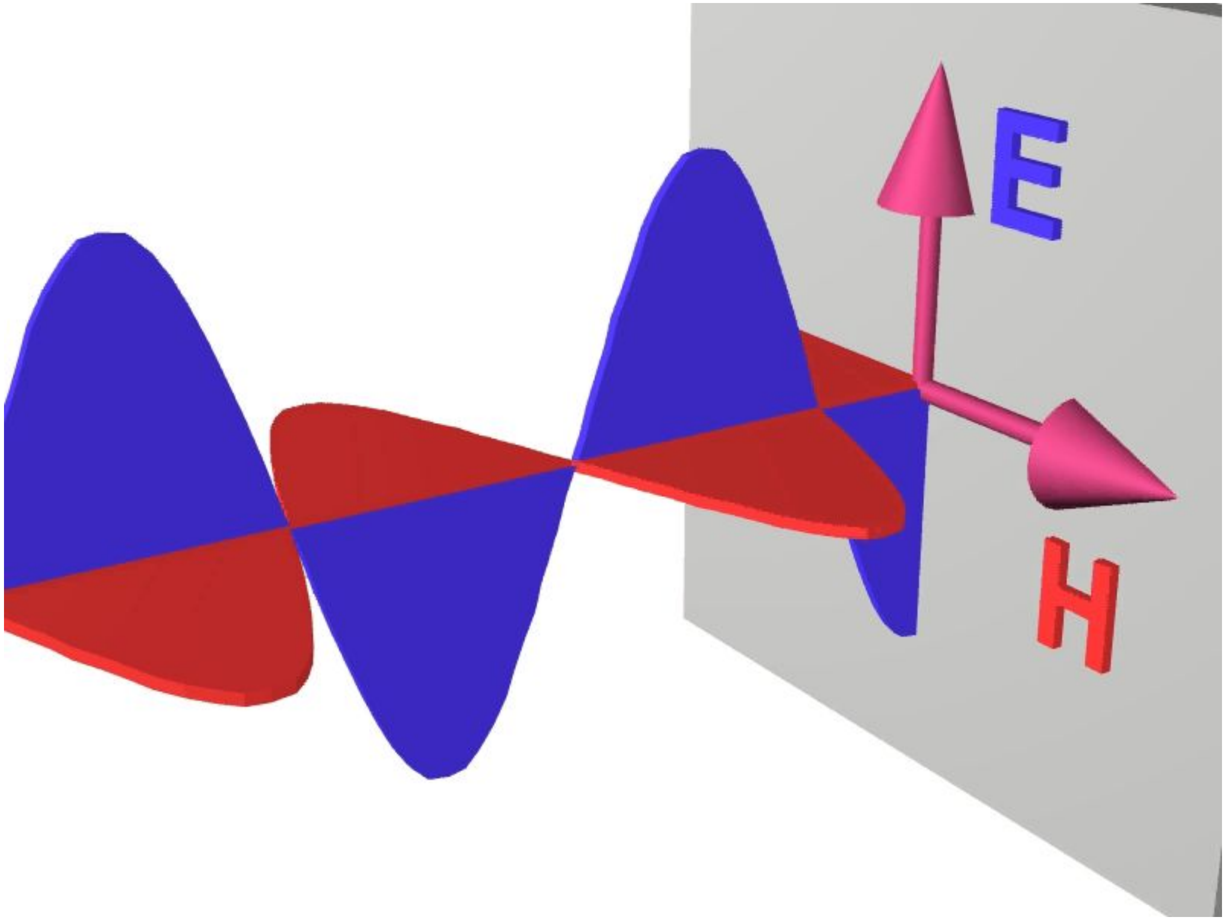
$$\vec{B} = \vec{B}_m\cos(\omega t - kx)$$

$$\vec{E} = \vec{E}_m\cos(\omega t - kx)$$

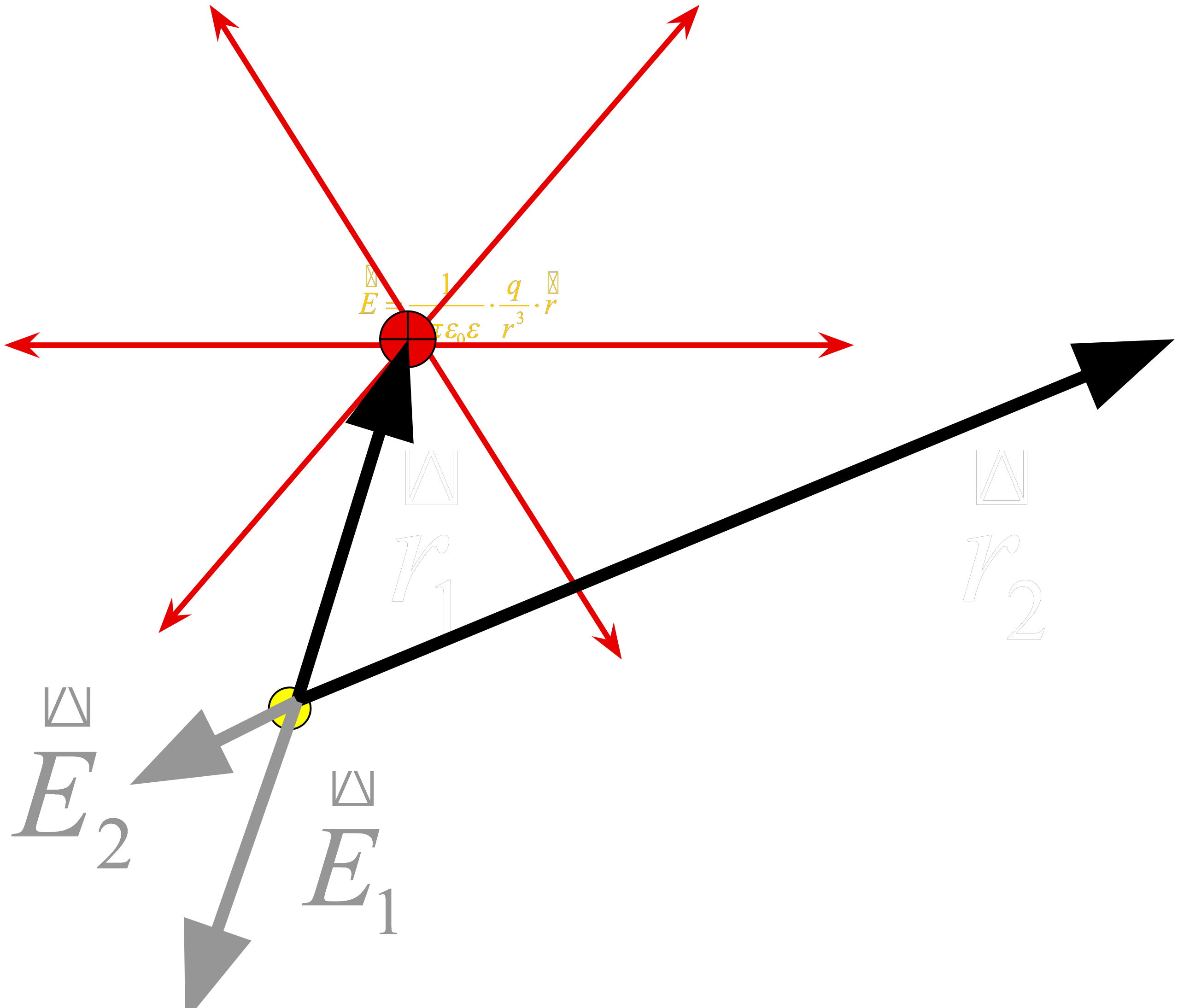
$$k = \frac{\omega}{\mathrm{v}}$$

$$\mathrm{v} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

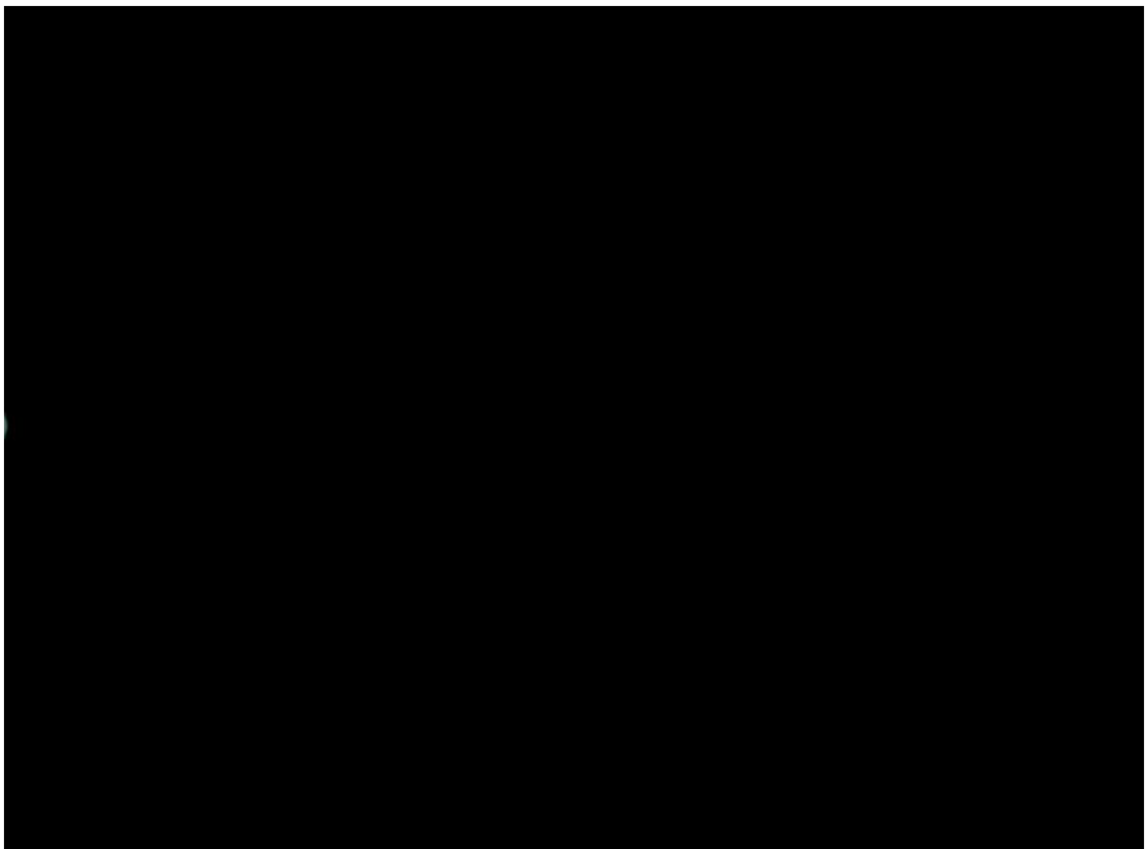
РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ



ДВИЖУЩАЯСЯ ЧАСТИЦА



ИЗЛУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ДВИЖУЩИМСЯ ЗАРЯДОМ



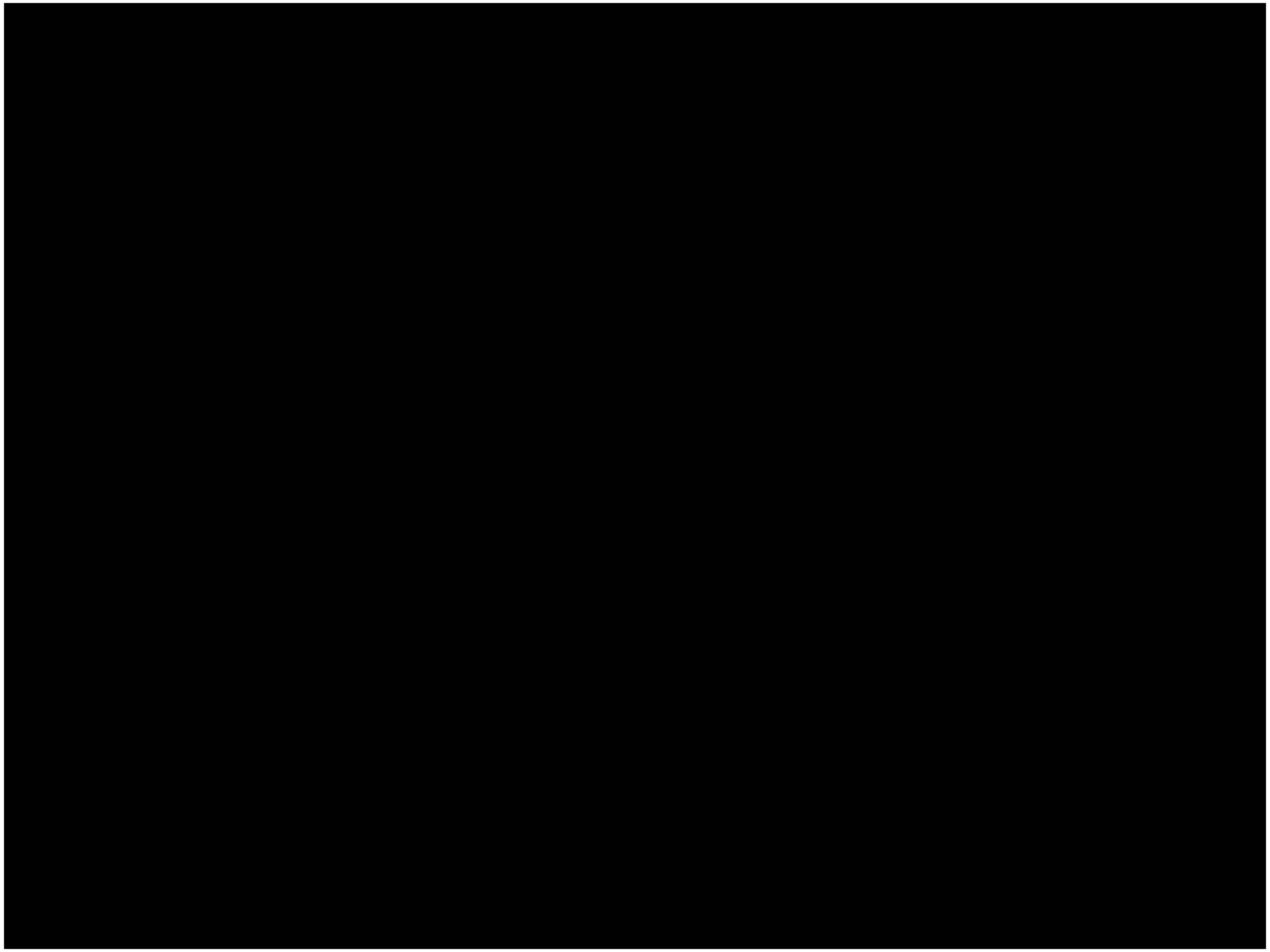
$$\mathrm{v}_{ч} < \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

ИЗЛУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

ДВИЖУЩИМСЯ ЗАРЯДОМ

$$v_{ч} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

ИЗЛУЧЕНИЕ ВАВИЛОВА-ЧЕРЕНКОВА



$$v_ч > \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

ЭНЕРГИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}(\vec{r}) \cdot \cos(\omega \cdot t - \vec{k}\vec{r} + \alpha)$$

$$w_e = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2(\vec{r},t)}{2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2(\vec{r})}{2} \cdot \cos^2(\omega \cdot t - \vec{k}\vec{r} + \alpha)$$

$$\langle w_e \rangle = \left\langle \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2(\vec{r},t)}{2} \right\rangle = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2(\vec{r})}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

ЭНЕРГИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

$$\vec{H}(\vec{r},t) = \vec{H}(\vec{r}) \cdot \cos(\omega \cdot t - \vec{k}\vec{r} + \alpha)$$

$$w_m = \frac{\mu_0 \mu H^2(\vec{r},t)}{2} = \frac{\mu_0 \mu H^2(\vec{r})}{2} \cdot \cos^2(\omega \cdot t - \vec{k}\vec{r} + \alpha)$$

$$\langle w_m \rangle = \left\langle \frac{\mu_0 \mu H^2(\vec{r},t)}{2} \right\rangle = \frac{\mu_0 \mu H^2(\vec{r})}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

ЭНЕРГИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

$$\langle w_e \rangle = \left\langle \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2(\vec{r},t)}{2} \right\rangle = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E_0^2(\vec{r})}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\langle w_m \rangle = \left\langle \frac{\mu_0 \mu H^2(\vec{r},t)}{2} \right\rangle = \frac{\mu_0 \mu H_0^2(\vec{r})}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\langle w \rangle = \langle w_m \rangle + \langle w_m \rangle = \left(\frac{\varepsilon_0 \varepsilon E_0^2(\vec{r})}{2} + \frac{\mu_0 \mu H_0^2(\vec{r})}{2} \right) \cdot \frac{1}{2}$$

ВЕКТОР УМОВА-ПОЙНТИНГА

$$\vec{S} = w \cdot \vec{\mathrm{v}}$$

$$w = w_e + w_m = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} + \frac{\mu_0 \mu H^2}{2}$$

$$w_e = w_m \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_0 \varepsilon E^2 = \mu_0 \mu H^2 = \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu} \cdot EH$$

$$\mathrm{v} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}} \qquad c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

$$\vec{S} = \left[\vec{E}, \vec{H}\right]$$

$$\left[\vec{S}\right] = \frac{Вт}{м^2}$$

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

$$I = \langle S \rangle$$

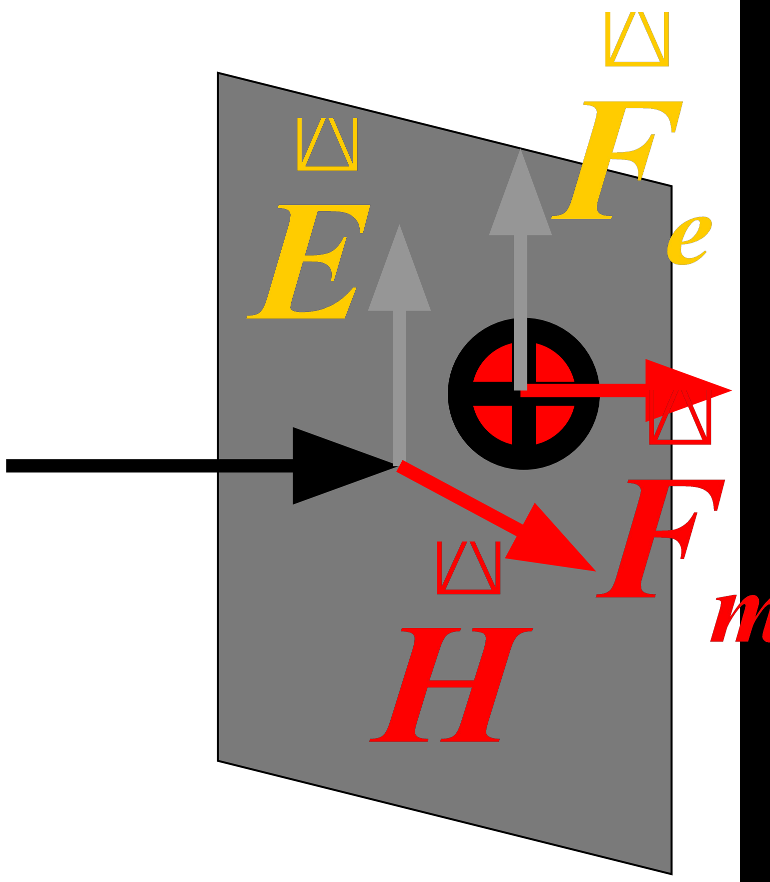
$$I = \varepsilon_0 \varepsilon E^2 = \mu_0 \mu H^2$$

$$[I] = \frac{Bm}{м^2}$$

ДАВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

$$F_m = ?$$

$$p = F_m / S = ?$$

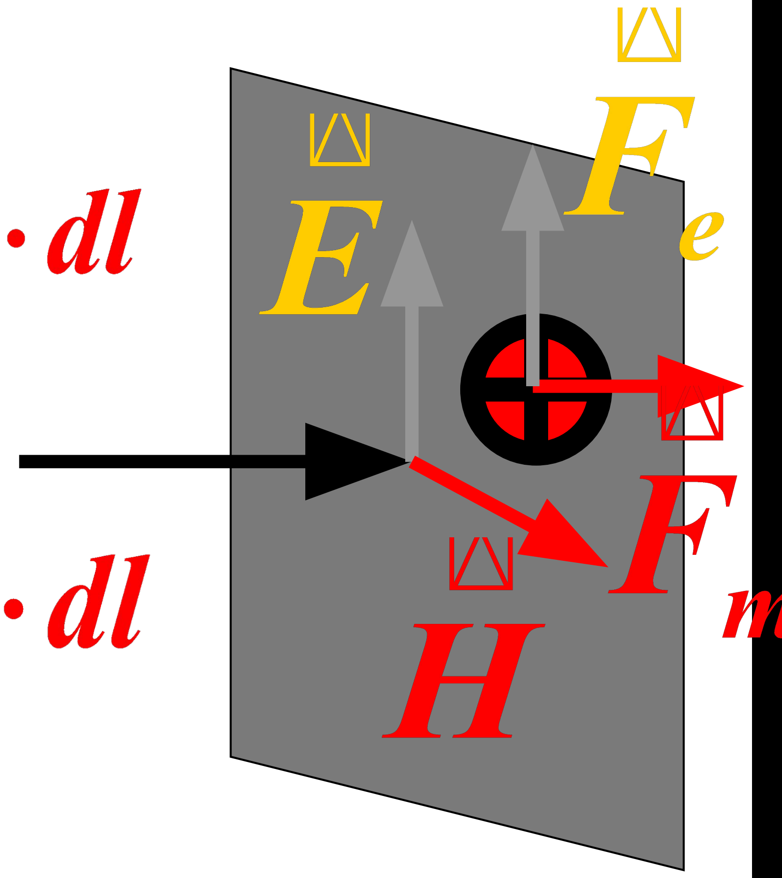


ДАВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

$$dW = F_m \cdot dl = p \cdot S \cdot dl$$

$$dW = w \cdot dV = w \cdot S \cdot dl$$

$$p = w$$



ИМПУЛЬС ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

$$F = \frac{d(Импульс)}{dt}$$

$$F = p \cdot S = w \cdot S$$

$$d(Импульс) = w \cdot S \cdot dt$$

$$d(Импульс) = \frac{w \cdot S \cdot c \cdot dt}{c}$$

$$d(Импульс) = \frac{dW}{c}$$

ИМПУЛЬС ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

$$d(\text{Импульс}) = \frac{w \cdot S \cdot c \cdot dt}{c} = \frac{dW}{c}$$

$$(\text{Импульс\_поля}) = \frac{W}{c}$$

$$(\text{Импульс\_системы}) = \Sigma(\text{Импульсов\_тел}) + \Sigma(\text{Импульсов\_полей})$$

$$\Delta(\text{Импульса\_системы}) = \Sigma\Delta(\text{Импульсов\_тел}) + \Sigma\Delta(\text{Импульсов\_полей})$$

МАССА И ПЛОТНОСТЬ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

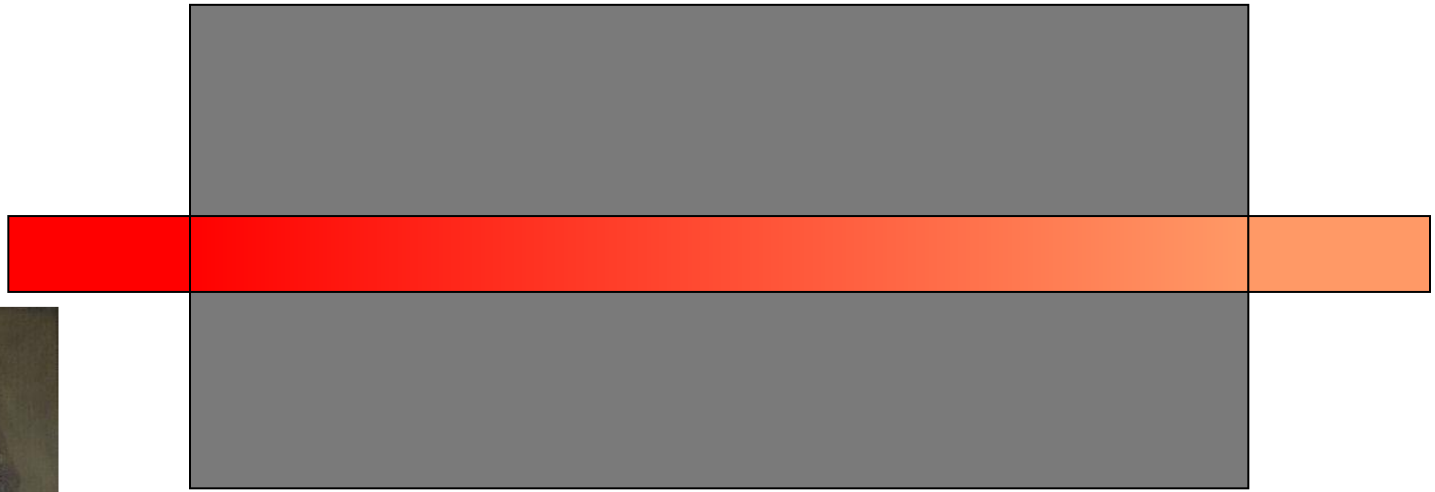
$$(Импульс\_поля) = \frac{W}{c}$$

$$(Импульс\_поля) = m \cdot \mathrm{v} = m \cdot c$$

$$m = \frac{W}{c^2} \qquad \rho = \frac{w}{c^2}$$

$$W = m \cdot c^2$$

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН



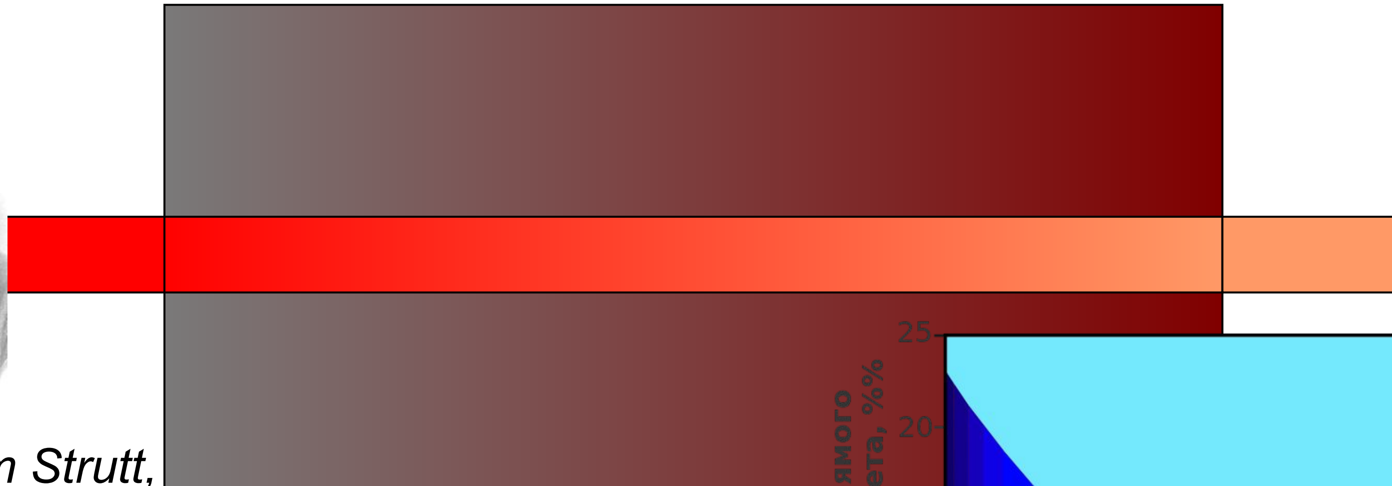
$$\frac{dI}{dx} = -\alpha I$$

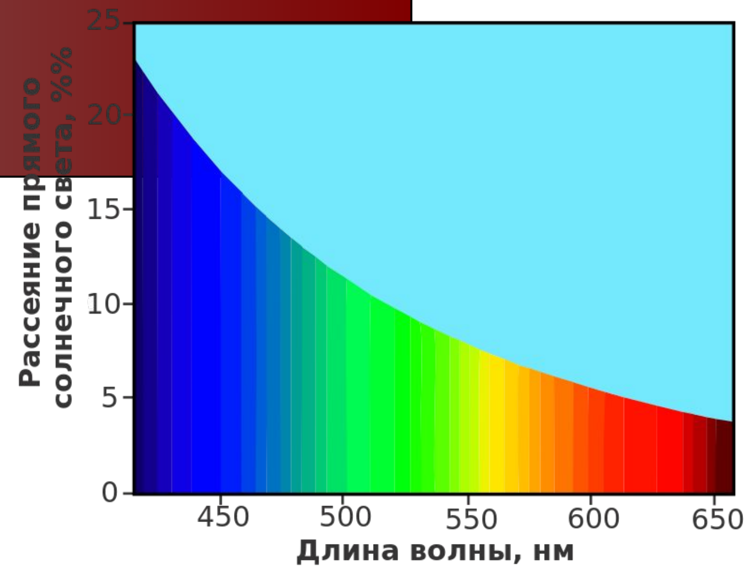
Pierre Bouguer
1698 – 1758

$$I = I_0 \exp(-\alpha x)$$ - закон Бугера

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

John William Strutt, 3rd Baron Rayleigh 1698 – 1758





$$\frac{dI}{dx} = -\beta I$$

$$I = I_0 \exp(-\beta x)$$ - закон Рэлея