

Решение задач линейного программирования графическим методом

Выполнили: студентки ГМУ-11
Клдиашвили Кристина,
Кожина Анастасия

ЗАДАЧА

Фирма выпускает платья двух моделей А и В. При этом используется ткань трех видов. На изготовление одного платья модели А требуется 2 м ткани первого вида, 1 м ткани второго вида, 2 м ткани третьего вида. На изготовление одного платья модели В требуется 3 м ткани первого вида, 1 м ткани второго вида, 2 м ткани третьего вида. Запасы ткани первого вида составляют 21 м, второго вида - 10 м, третьего вида - 16 м. Выпуск одного изделия типа А приносит доход 400 ден. ед., одного изделия типа В - 300 ден. ед.

РЕШЕНИЕ

Пусть переменные X_1 и X_2 означают количество произведенных платьев моделей А и В, соответственно.

Тогда количество израсходованной ткани первого вида составит:
 $2X_1 + 3X_2$ (м)

Количество израсходованной ткани второго вида составит:

$$X_1 + X_2 \text{ (м)}$$

Количество израсходованной ткани третьего вида составит:

$$2X_1 + 2X_2 \text{ (м)}$$

Поскольку произведенное количество платьев не может быть отрицательным, то $X_1 \geq 0$ и $X_2 \geq 0$

Доход от произведенных платьев составит: $400X_1 + 300X_2$ (ден.ед.)

Тогда экономико-математическая модель задачи имеет вид:

$$F(X) = 400X_1 + 300X_2 \rightarrow \max$$

$$2X_1 + 3X_2 \leq 21$$

$$X_1 + X_2 \leq 10$$

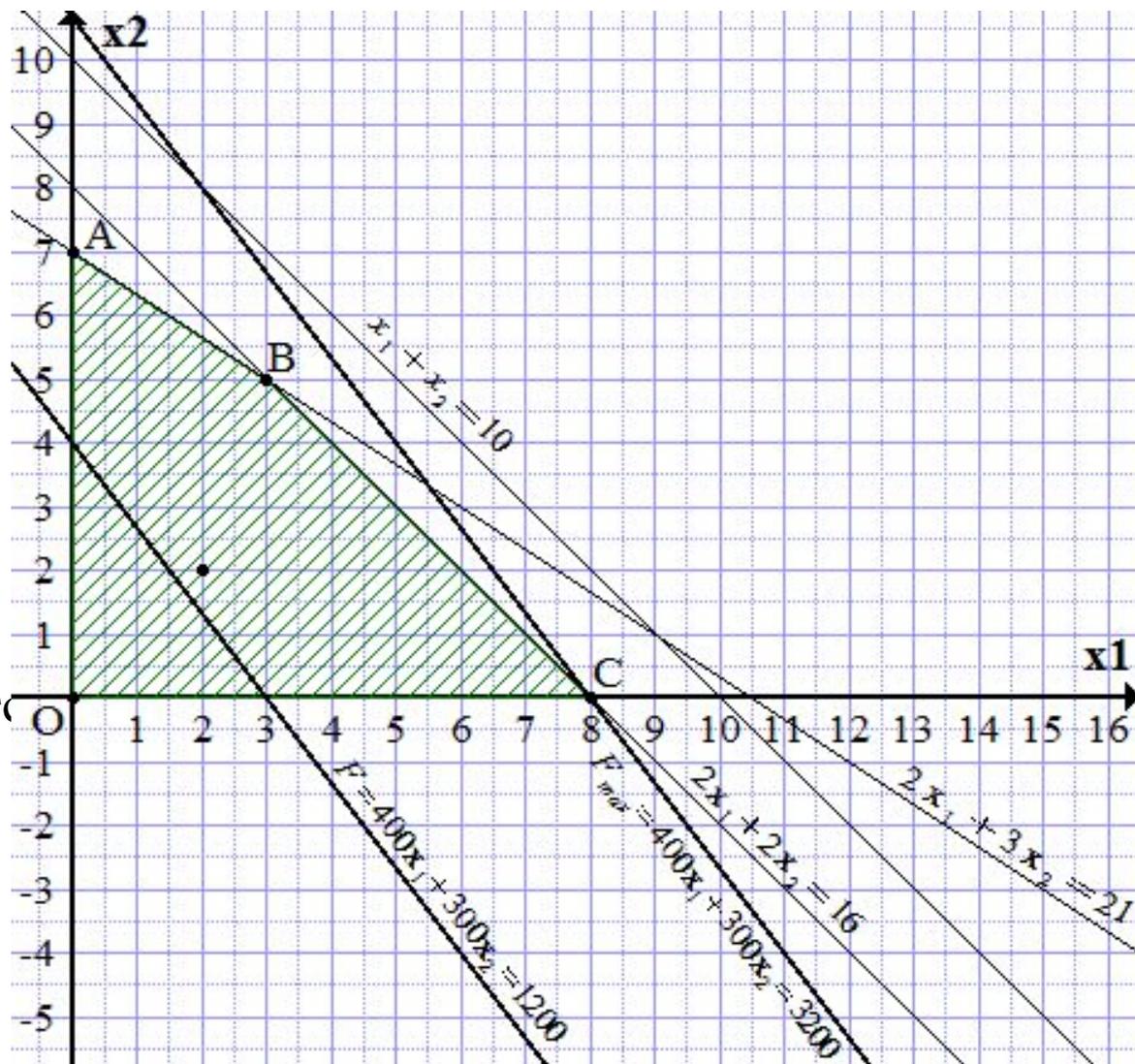
$$2X_1 + 2X_2 \leq 16$$

$$X_1 \geq 0 ; X_2 \geq 0$$

Решаем графическим методом.

- ✓ Проводим оси координат X_1 и X_2 .
- ✓ Строим прямую $2X_1 + 3X_2 = 21$
 - При $X_1 = 0$, $X_2 = 21/3 = 7$
 - При $X_2 = 0$, $X_1 = 21/2 = 10,5$
- ✓ Проводим прямую через точки $(0;7)$ и $(10,5;0)$
- ✓ Строим прямую $X_1 + X_2 = 10$
 - При $X_1 = 0$, $X_2 = 10$
 - При $X_2 = 0$, $X_1 = 10$

- ✓ Проводим прямую через точки $(0;10)$ и $(10;0)$
 - ✓ Строим прямую $2X_1+2X_2=16$
 - При $X_1=0$, $X_2=16/2=8$
 - При $X_2=0$, $X_1=16/2=8$
 - ✓ Проводим прямую через точки $(0;8)$ и $(8;0)$
- Прямые $X_1=0$ и $X_2=0$ являются осями координат.



Область допустимых решений (ОДР) ограничена построенными прямыми и осями координат. Чтобы узнать, с какой стороны, замечаем, что точка $X_1=2$, $X_2=0$ принадлежит ОДР, поскольку удовлетворяет системе неравенств:

$$2X_1+3X_2=2*2+3*2=10 \leq 21$$

$$X_1+X_2=2+2=4 \leq 10$$

$$2X_1+2X_2=2*2+2*2=8 \leq 16$$

$$X_1=2 \geq 0; X_2 \geq 0$$

Заштриховываем область, чтобы точка $(2; 2)$ попала в заштрихованную часть. Получаем четырехугольник $OABC$.

Строим произвольную линию уровня целевой функции, например, $F=400X_1+300X_2=1200$

Проводим прямую через точки $(0; 4)$ и $(3; 0)$.

Далее замечаем, что поскольку коэффициенты при X_1 и X_2 целевой функции положительны (400 и 300), то она возрастает при увеличении X_1 и X_2 . Проводим прямую, параллельную прямой (П1.1), максимально удаленную от нее в сторону возрастания X_1 , X_2 и проходящую хотя бы через одну точку четырехугольника $OABC$. Такая прямая проходит через точку C .

Из построения определяем ее координаты.

$$X_1=8; X_2=0$$

Решение задачи: $X_1=8; X_2=0$

$$F_{\max} = 400x_1 + 300x_2 = 400 \cdot 8 + 300 \cdot 0 = 3200$$

Ответ:

$$X_1=8; X_2=0; F_{\max}=3200$$

То есть, для получения наибольшего дохода, необходимо изготовить 8 платьев модели А. Доход при этом составит 3200 ден. ед.

Спасибо за внимание!