

Тема уроку

“Правильні многогранники”

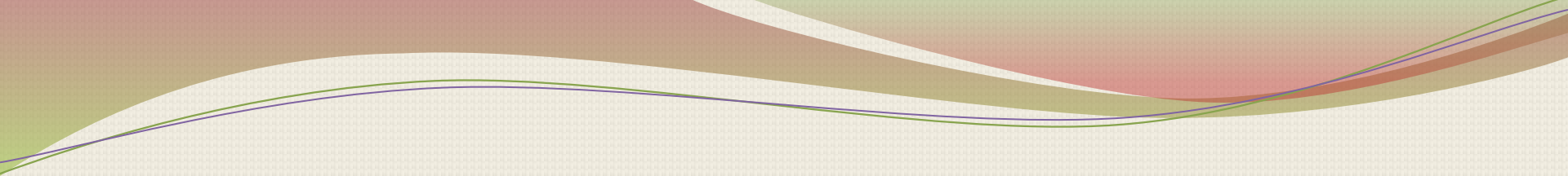
**‘Математика - це
прообраз краси
світу’.**

І.Кеплер

**многогранників
надзвичайно мало, але
цей дуже скромний за
кількістю загін зумів
пробитись у
найбільші глибини
різних наук.**

Л.Керолл

**Опуклий многогранник
називається правильним,
якщо його грані є
правильними
многокутниками з однією й
тією ж кількістю сторін, а в
кожній вершині
многогранника сходиться
одне і те ж число ребер.**



Види правильних опуклих многогранників (Платонові тіла)

НИХ
В:

- пр
- пр
- пр
- пр
- пр



Назви многогранників

прийшли з Давньої Греції, в них вказано кількість граней:

«едра» – грань;

«тетра» – 4;

«гекса» – 6;

«окта» – 8;

«ікоса» – 20;

«додека» – 12.



Тетраедр

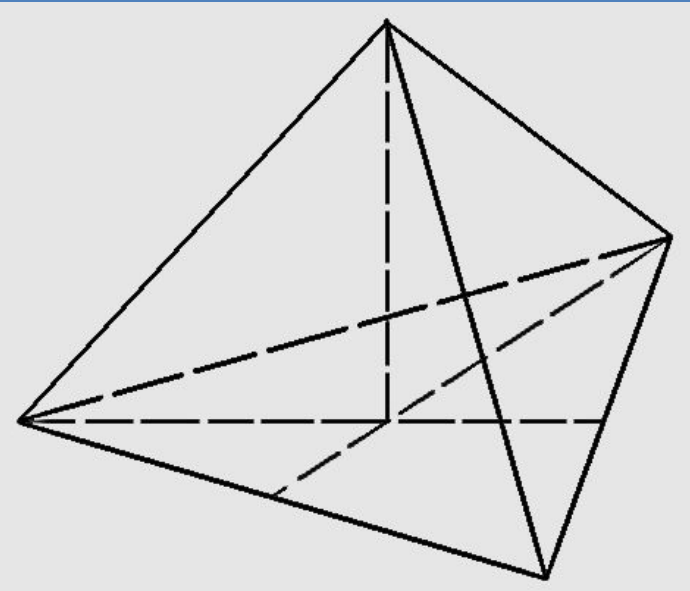


Правильний **тетраедр**
Складений з чотирьох
рівносторонніх
трикутників. Кожна його
вершина є вершиною
трьох трикутників. Отже,
сума плоских кутів при
кожній вершині дорівнює
 180° .

Фігура

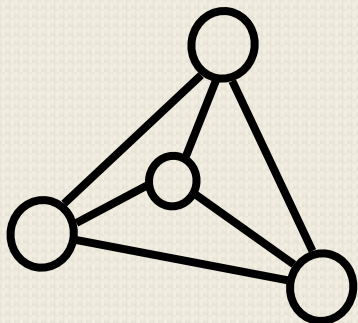
Елементи

Кількісні
характеристи
ки

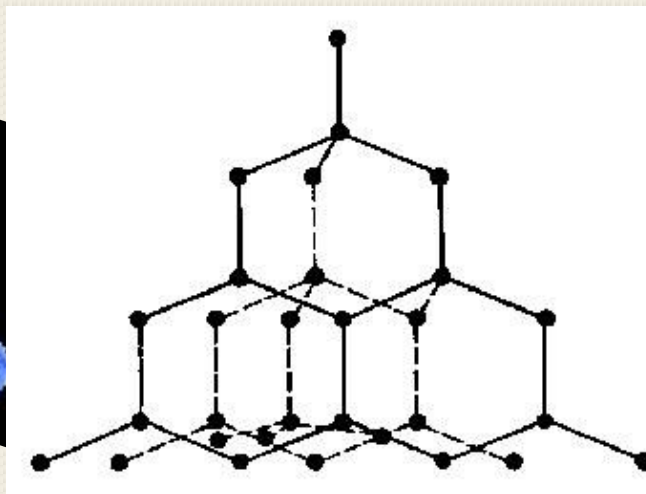
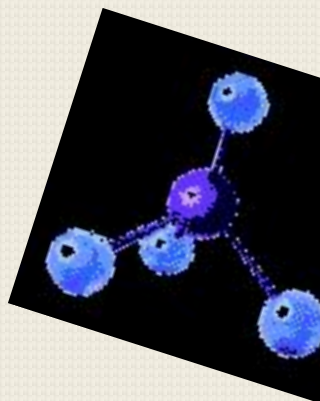
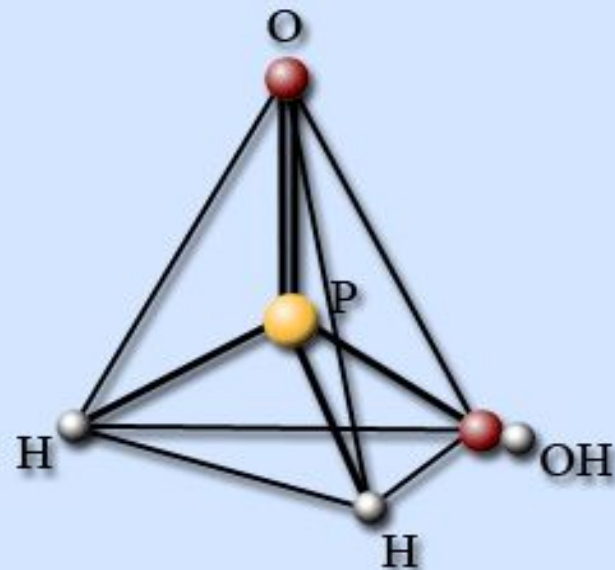


Вершин – 4
Ребер – 6
Граней - 4

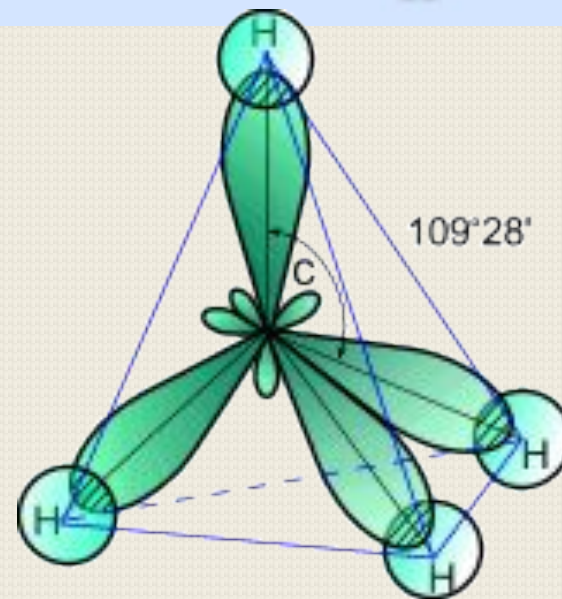
Тетраедр в прир



Кристали білого фосфору

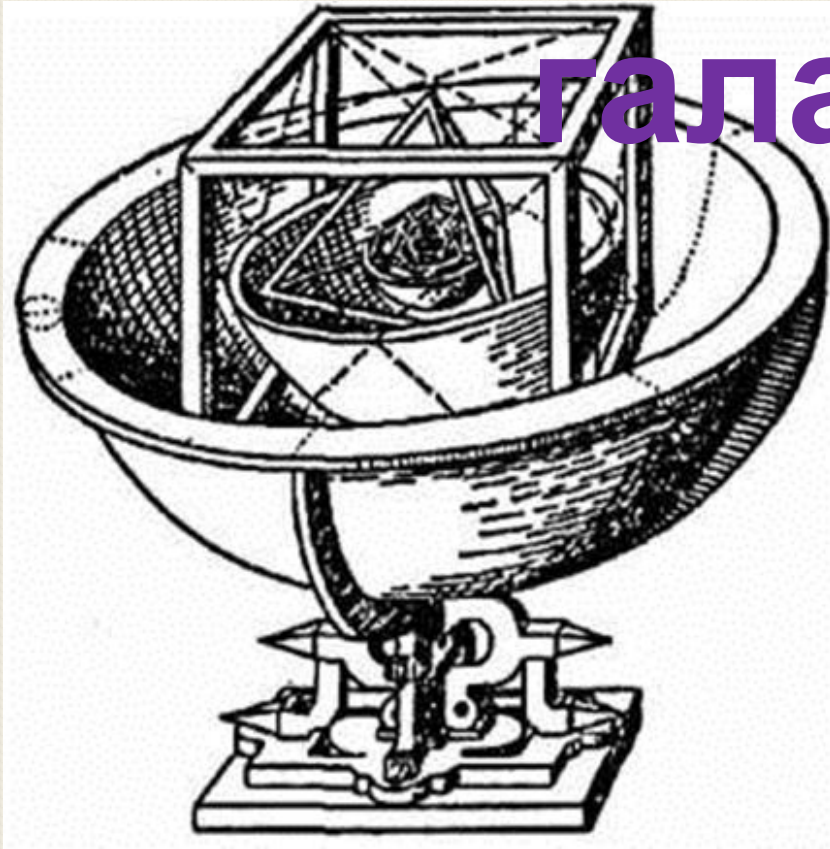


Будова решітки
кристалу алмаза



Кристалічна решітка метану

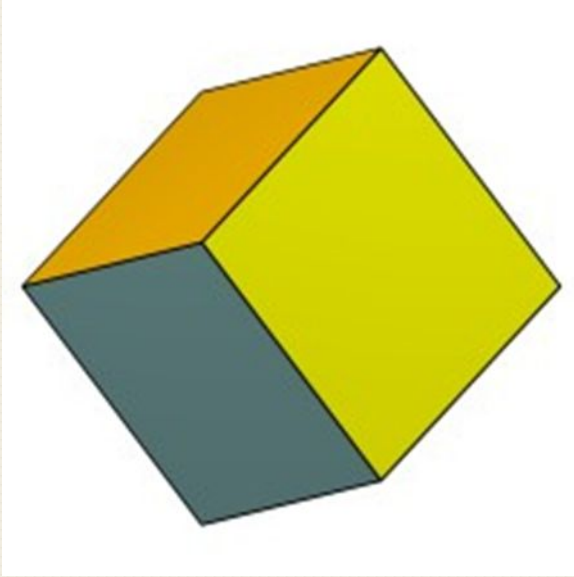
«Геометрія галактик».



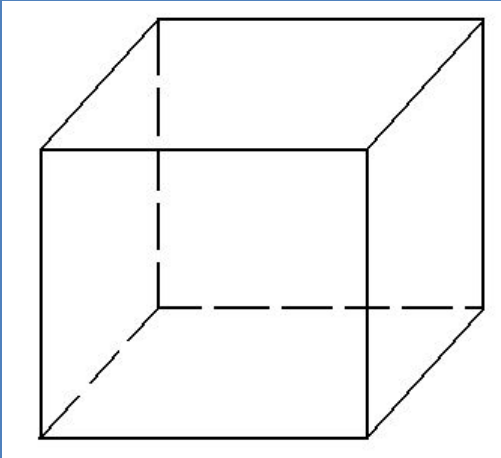
Всесвіт влаштований на основі єдиного геометричного принципу (по І. Кеплеру).

- У сферу орбіти Сатурну вписуємо куб, в куб – сферу Юпітера.
- У сферу Юпітера вписуємо тетраедр, в тетраедр – сферу Марса.
- У сферу Марса вписуємо додекаедр, в додекаедр – сферу Землі.
- У сферу Землі вписуємо ікосаедр, в ікосаедр – сферу Венери.
- У сферу Венери вписуємо октаедр, в октаедр – сферу Меркурія..
- У центр всієї системи І.Кеплер помістив Сонце.

Гексаедр

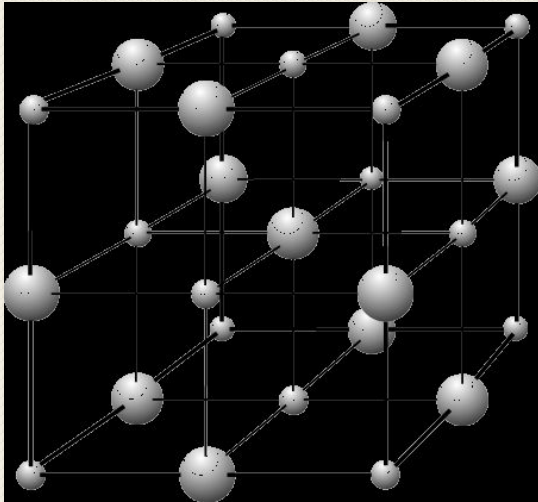


Куб (гексаедр)
Складений з шести квадратів. Кожна вершина куба є вершиною трьох квадратів. Отже, сума плоских кутів при кожній вершині рівна 270° .

Фігура	Елементи	Кількісні характеристики
	Вершин – 8 Ребер – 12 Граней - 6	

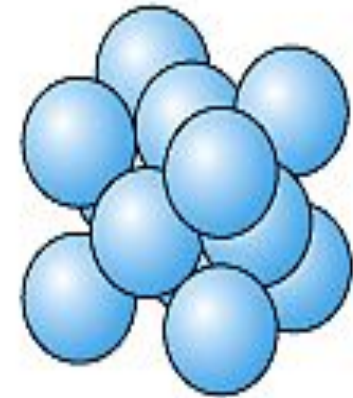
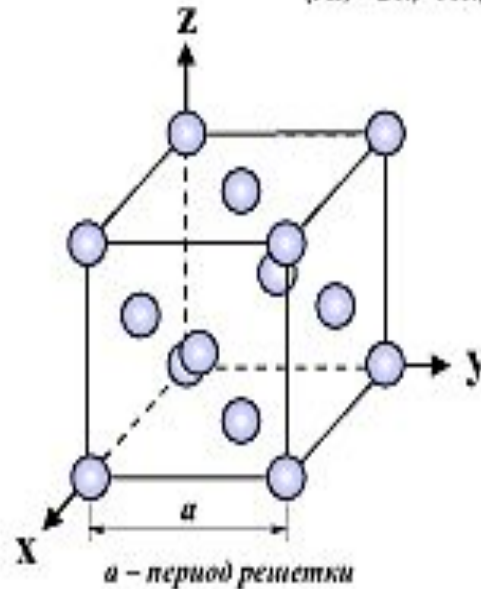
Куб в природі

Кристалічна
решітка повареної
солі



Форму куба мають
кристалічні решітки
багатьох металів

Решетка гранецентрированная кубическая (ГЦК)
(Al, Cu, Au, Ag, Fe γ)





«Дірявий» куб в Ноттердамі»



Парафіяльна церква Серця Христа

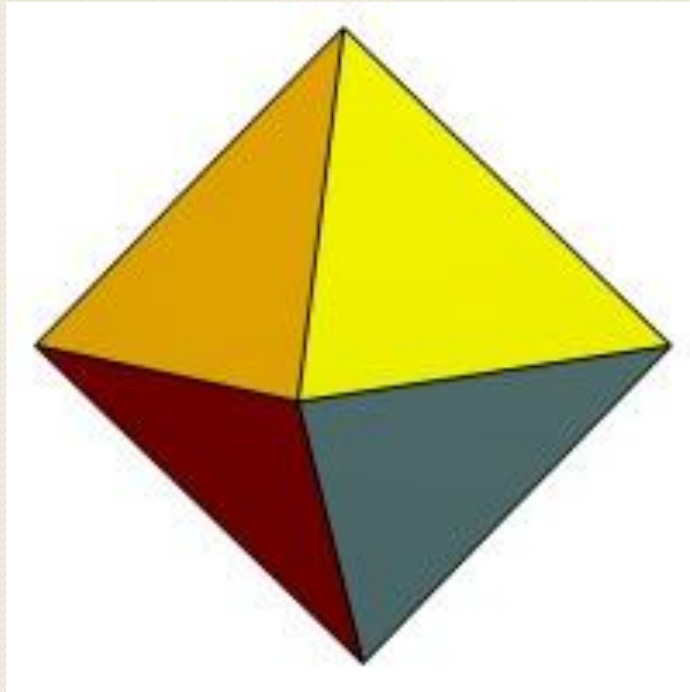


Кааба в Мекці

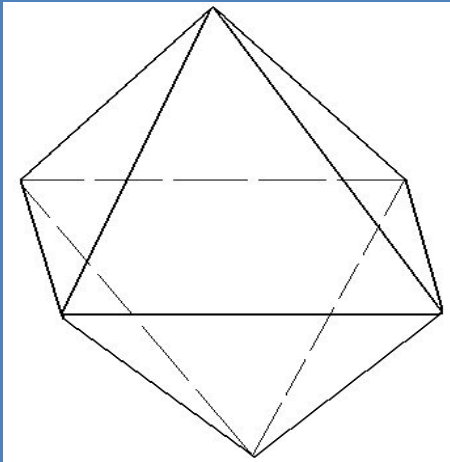


«Куб» у центрі Німеччини.

Октаедр



Правильний **октаедр** складений з восьми рівносторонніх трикутників. Кожна вершина октаедра є вершиною чотирьох трикутників. Отже, сума плоских кутів при кожній вершині 240° .

Фігура	Елементи	Кількісні характеристи ки
	Вершин – 6 Ребер – 12 Граней - 8	

Октаедр в природі



**Кристали
алмазу**

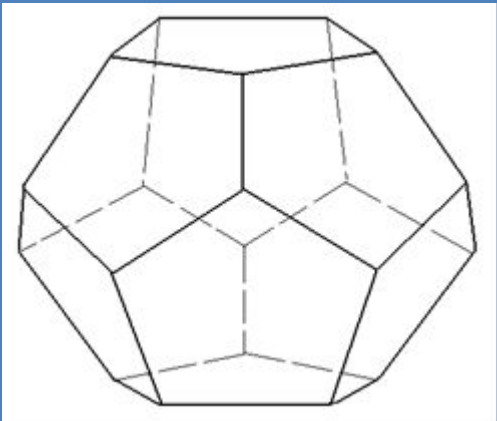
Вуглець С
характеризується
структурою октаедра



Додекаедр



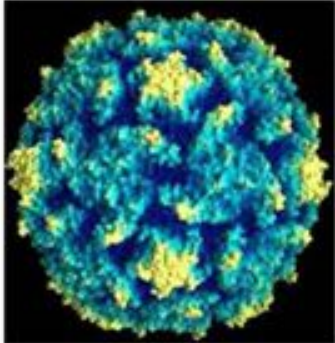
Правильний додекаедр складений з дванадцяти правильних п'ятикутників. Кожна вершина додекаедра є вершиною трьох правильних п'ятикутників. Отже, сума плоских кутів при кожній вершині рівна 324°

Фігура	Елементи	Кількісні характеристики
	Вершин – 20 Ребер – 30 Граней - 12	

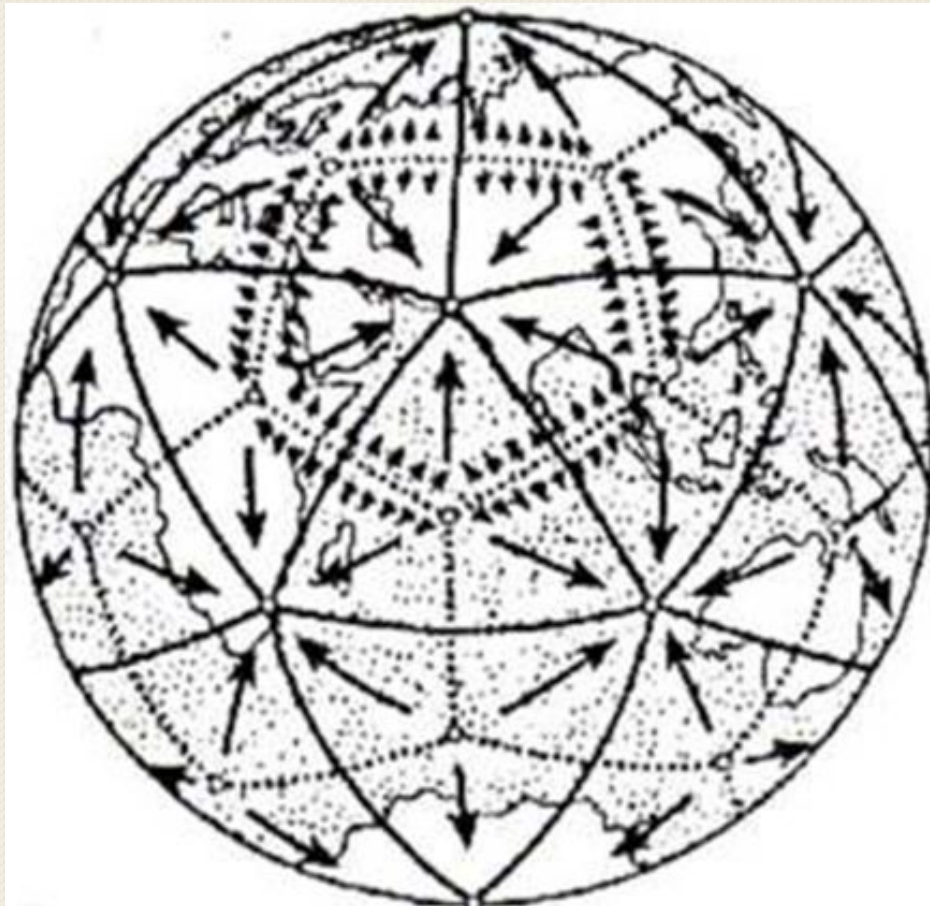
A black and white photograph of a faceted, spherical object, possibly a gemstone or a model of a crystal structure. The object is composed of numerous flat, polygonal facets of varying sizes. A prominent hexagonal facet is visible near the center. The facets are separated by sharp, dark lines, and the overall surface has a textured, slightly grainy appearance. The lighting creates highlights on the upper facets and shadows on the lower ones, giving it a three-dimensional look.

Додекаедр

Вірус поліомеліту має форму додекаедра. Він може жити і розмножуватися тільки в клітинах людей і приматів.

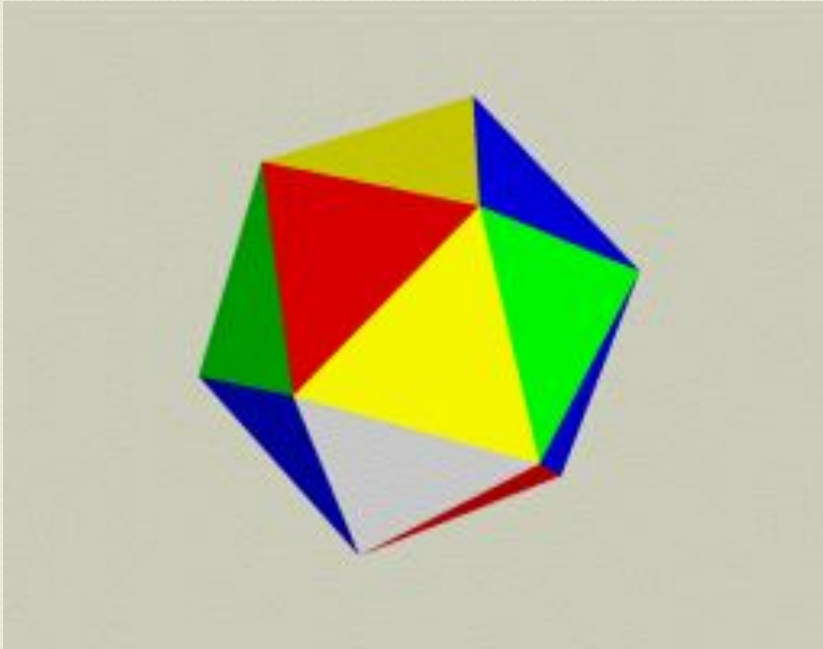


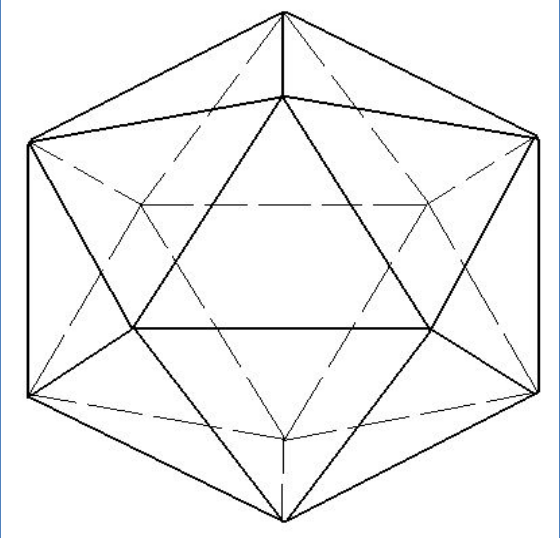
«У променях кристала Землі»



Ікосаедр

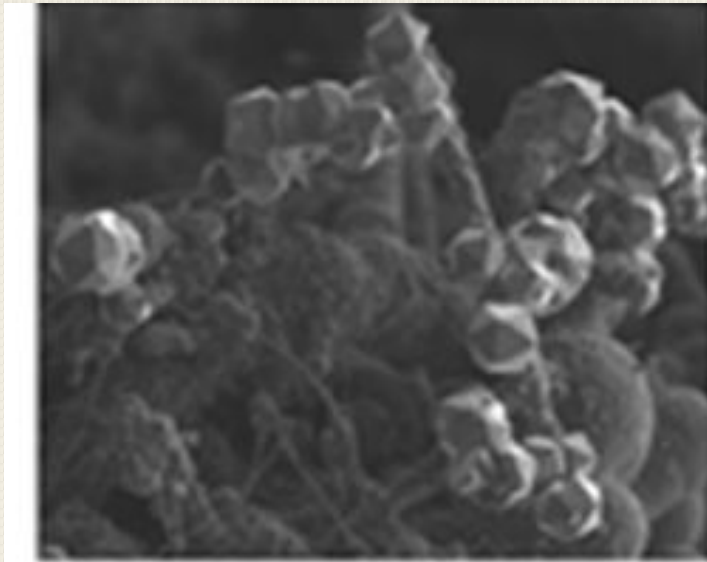
Правильний **ікосаедр** складений з двадцяти рівносторонніх трикутників. Кожна вершина ікосаедра є вершиною пяти трикутників. Отже, сума плоских кутів при кожній вершині рівна 300°



Фігура	Елементи	Кількісні характеристики
	Вершин – 12 Ребер – 30 Граней - 20	

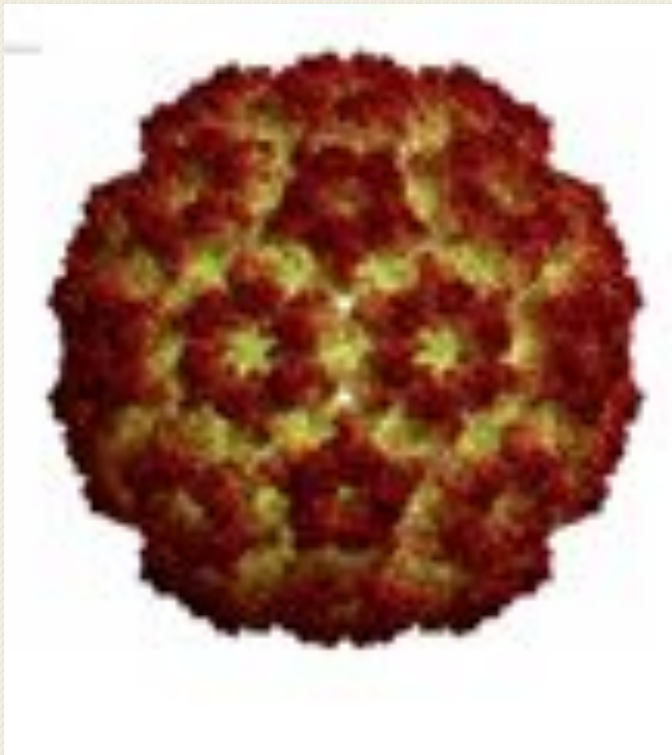
Ікосаедр в природі

- Кристал бору має форму ікосаедра



Ікосаедр в природі

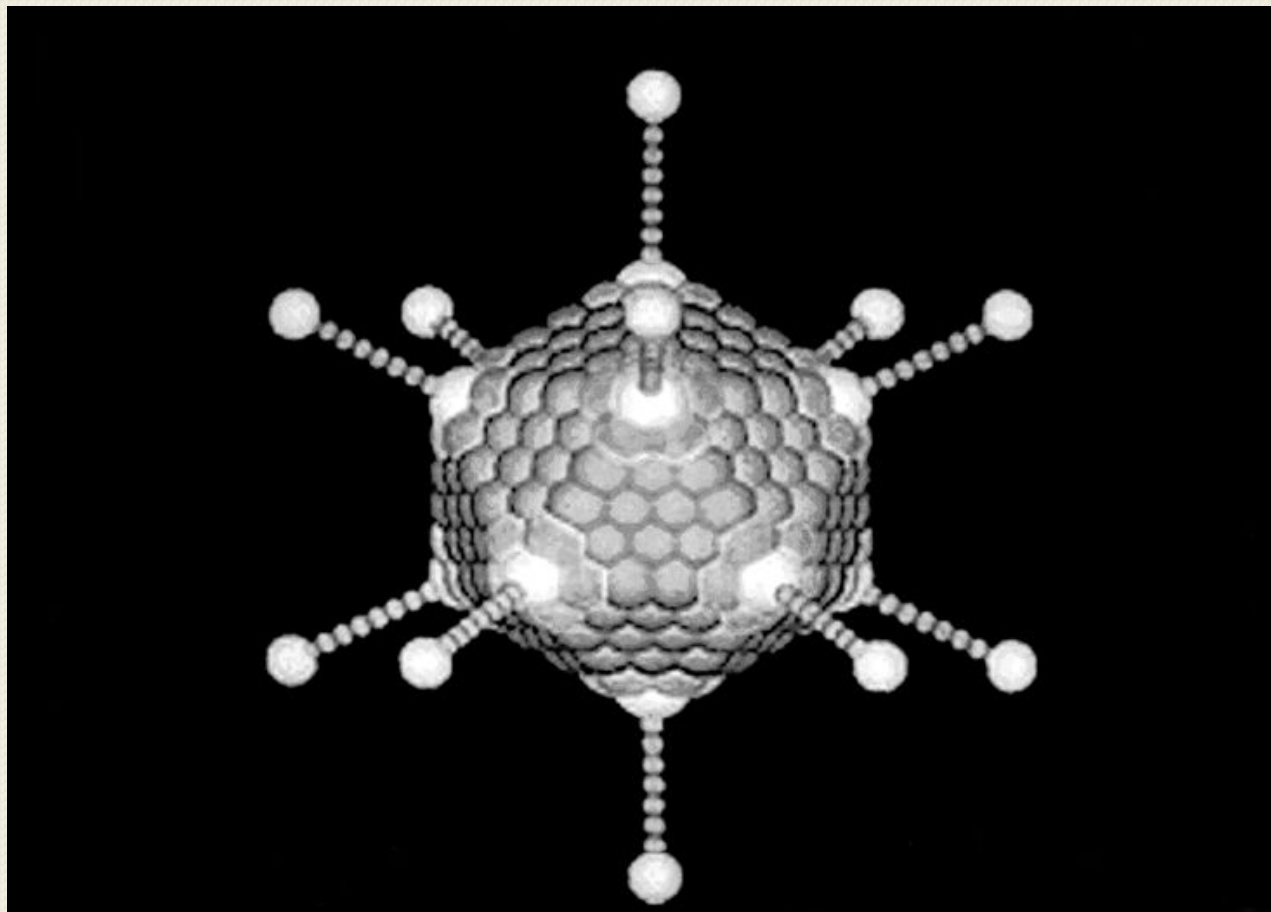
- Капсиди багатьох вірусів (наприклад бактеріофаги, мімівірус)



**У біології німецький
біолог Еге Геккель
початку XX століття
дослідив, що
одноклітинні
організми – феодарії,
точно
передають форму
ікосаедра**



Капсид



Легко впевнитись, що вершини кожного з п'яти видів правильних многогранників, в тому числі й ікосаедра, лежать на кульовій поверхні. Дванадцять вершин ікосаедра – це максимальне число точок, які можна нанести на поверхню кулі так, щоб відстань між будь-якими двома сусідніми точками була однакова. Цю властивість ікосаедра застосувала одна з американських фірм для виготовлення баскетбольних м'ячів.



На поверхні сферичної основи встановили 12 точок, рівномірно розділених по каркасу (вершини ікосаедра). Машина намотує нейлонові нитки по колам великих кругів, які проходять через кожен пару зазначених точок. Коли таке намотування буде повторено багато разів, причому, починаючи щоразу з різних пар точок, камера буде покрита цілком рівномірно, що забезпечить однакову міцність кожного її квадратного сантиметра.

*Правильні многогранники в філософській
картині світу Платона Правильні
многогранники іноді називають Платоновими
тілами*



Платон (≈ 428 – 348 до н.е.)

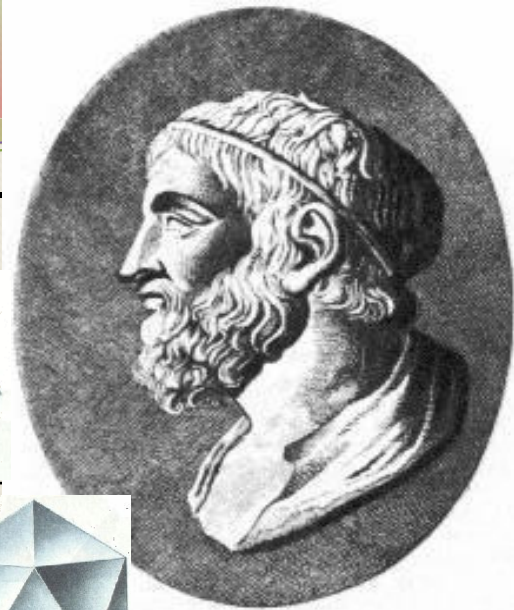
Вони займали визначне місце в ідеалістичній картині світу давньогрецького філософа Платона.

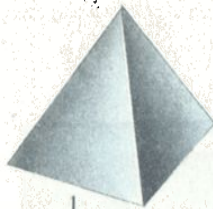
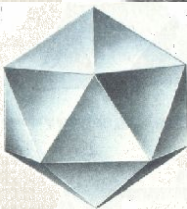
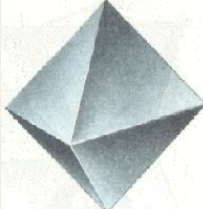
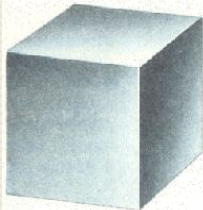
Чотири з них відображали чотири «суті» або «стихії»:

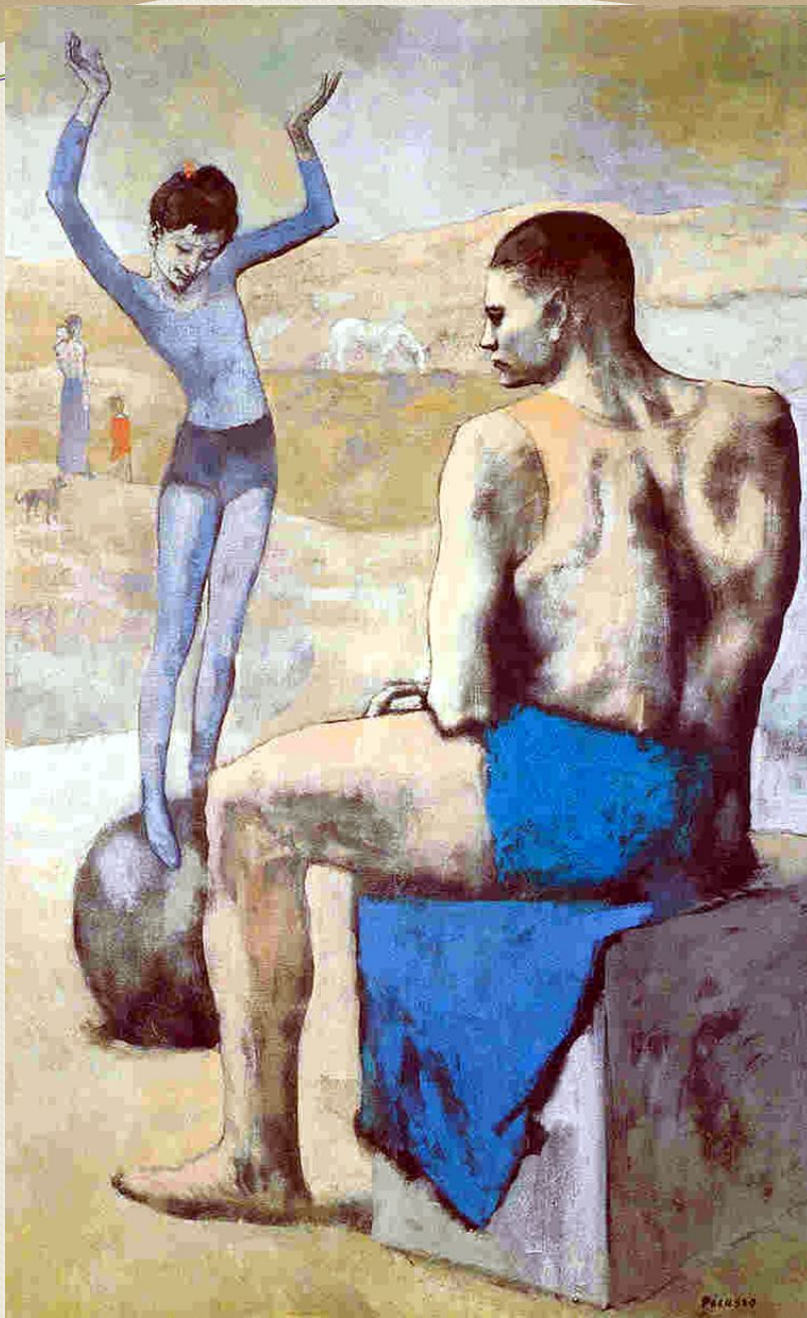
**тетраедр – вогонь,
ікосаедр – воду,
гексаедр – землю,
октаедр – повітря.**

П'ятий многогранник – додекаедр, вважався найголовнішим, втілював в собі «все істотне», символізував все світосприйняття – весь всесвіт.

Платонові тіла



	<i>вогонь</i>	тетраедр 
	<i>вода</i>	ікосаедр 
	<i>повітря</i>	октаедр 
	<i>земля</i>	гексаедр 
	<i>всесвіт</i>	додекаедр 

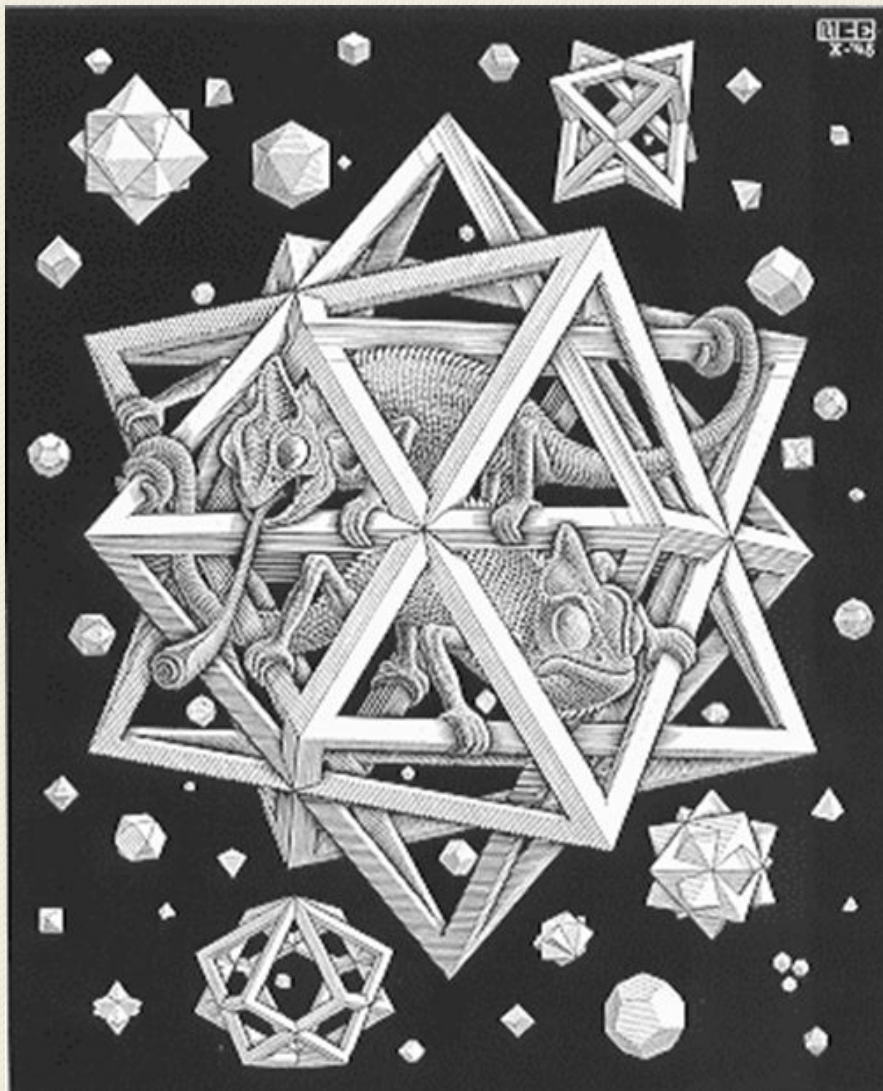


**Пікассо
«Дівчинка
на кулі»**

Правильні многогранники і мистецтво



Сальвадор Далі «Тайна вечеря»

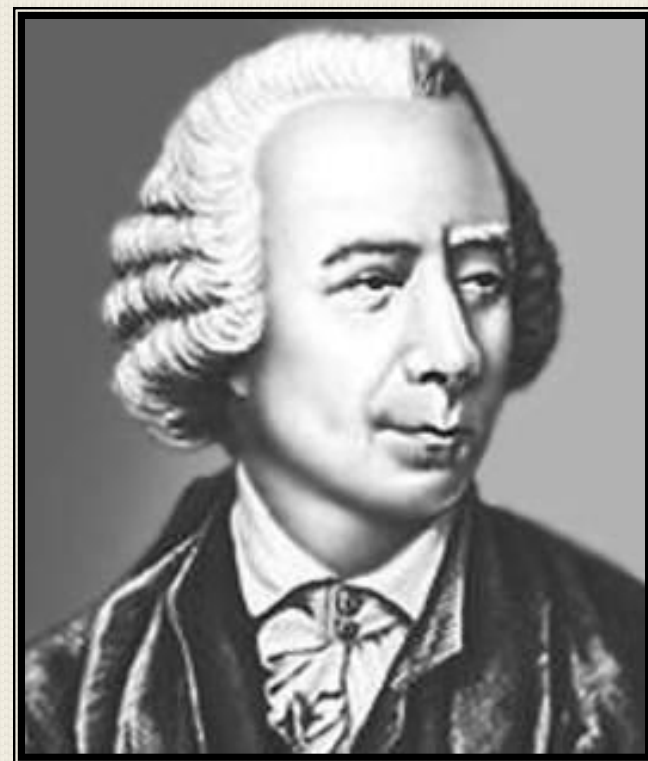


Моріц
Ешер
«Зірка»

Теорема Ейлера

*Число вершин плюс
число граней мінус
число ребер дорівнює два*

$$B + G - P = 2$$

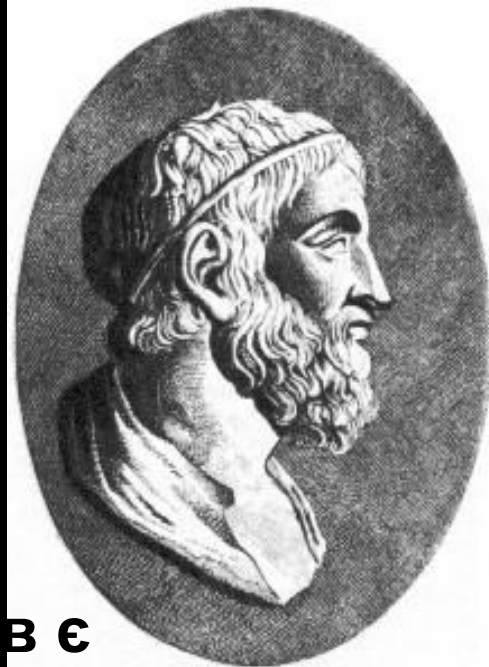
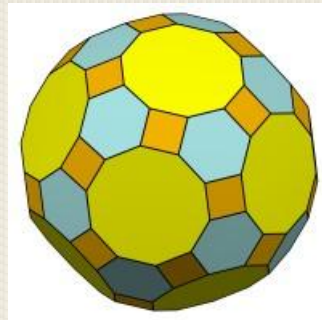
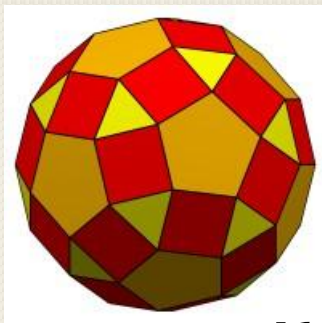


Леонард Ейлер
(1707 – 1783 рр.)
німецький математик и фізик

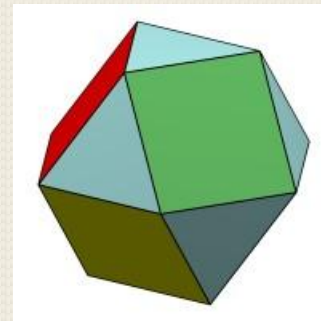
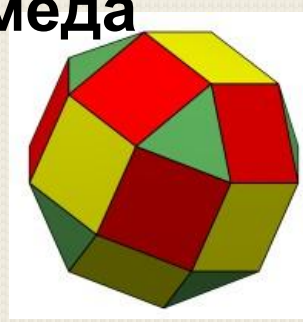
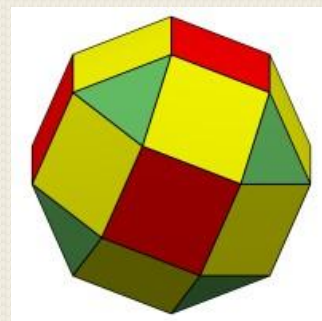
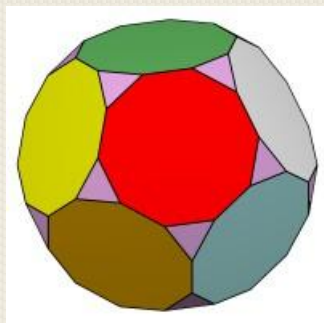
Многогранник	Число сторін грані	Число граней, які сходяться в кожній вершині	Число граней	Число ребер	Число вершин
Тетраедр	3	3	4	6	4
Куб	4	3	6	12	8
Октаедр	3	4	8	12	6
Ікосаедр	3	5	20	30	12
Додекаедр	5	3	12	30	20

$$B + \Gamma - P = 2$$

Тіла Архімеда

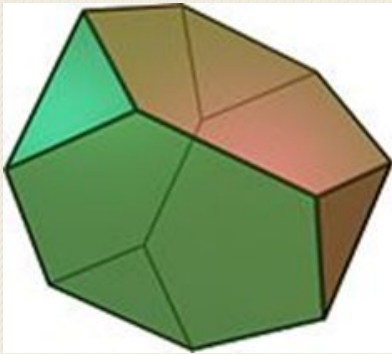


Крім правильних многогранників є напівправильні. Напівправильні многогранники або архимедові тіла - опуклі многогранники, всі грані яких є правильними многокутниками двох або більше типів, так звані тіла Архімеда

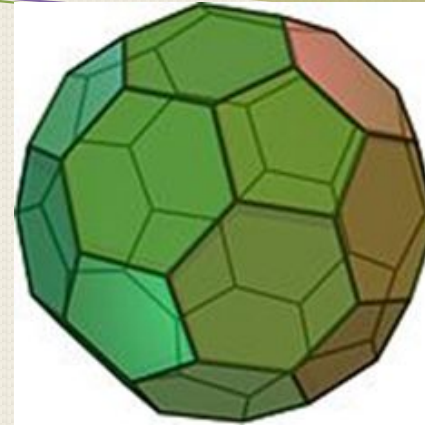


Зрізаний ікосаедр

Зрізаний тетраедр

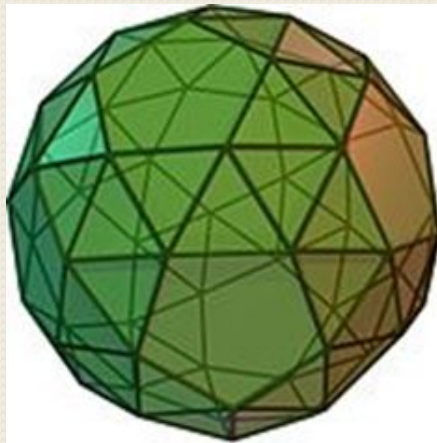


4 трикутники
4 шестикутники



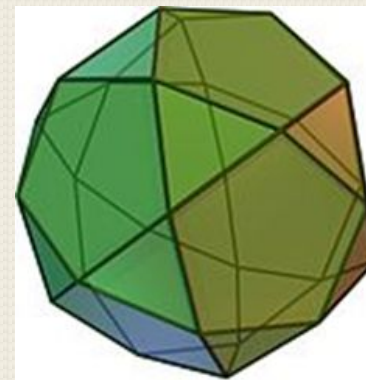
12 п'ятикутників
20 шестикутників

Кирпатий додекаедр



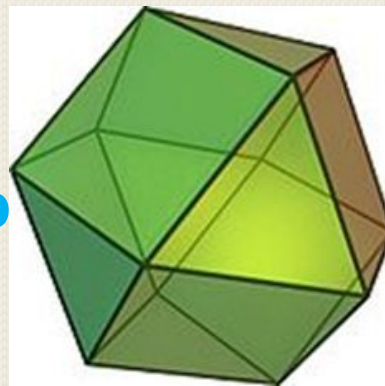
80 трикутників
12 п'ятикутників

Ікосододекаедр



20 трикутників
12 п'ятикутників

Кубookтаедр



8 трикутників
6 квадратів

Тіла Пуансона



**Малий зірковий
додекаедр**



**Великий зірковий
додекаедр**



Великий додекаедр



Великий ікосаедр