

РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА
КАК БЕСКОНЕЧНЫЕ
ДЕСЯТИЧНЫЕ
ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ДРОБИ

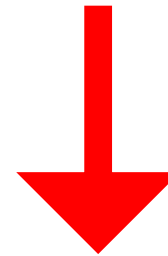
5

$$\frac{7}{22}$$

8,377

5,0000... *Метод «деления углом»* 8,377000...

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 7,000000 \\
 - 66 \\
 \hline
 40 \\
 - 22 \\
 \hline
 180 \\
 - 176 \\
 \hline
 40 \\
 - 22 \\
 \hline
 180 \\
 - 176 \\
 \hline
 \dots
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 22 \\
 \hline
 0,3 \underline{18} \underline{18} \dots
 \end{array}
 \end{array}$$



$$\frac{7}{22} = 0,3181818\dots$$

$$\frac{7}{22} = 0,3(18)$$

Повторяющуюся группу цифр после запятой называют
периодом.

А саму десятичную дробь -
бесконечной десятичной периодической дробью

$$5 = 5,00000... = 5,(0).$$

$$8,377 = 8,377000... = 8,377(0).$$

8,377 – конечная десятичная дробь

8,377000... – бесконечная десятичная дробь

Любое рациональное число можно записать в виде конечной десятичной дроби или в виде бесконечной десятичной периодической дроби.

Любую бесконечную десятичную периодическую дробь можно представить в виде обыкновенной дроби.

Это значит, что любая бесконечная десятичная периодическая дробь есть рациональное число.

Пример: Записать в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную периодическую дробь:

а) $1,(23)$ б) $1,5(23)$

Решение:

в) $0,1(9)$

а) $1,(23)$

$$x = 1,(23) = 1,\underline{23}2323\dots$$

$$\begin{array}{r} 100x = 123,232323\dots \\ - \\ x = 1,232323\dots \end{array}$$

$$100x - x = 123,232323\dots - 1,232323\dots ,$$

$$99x = 122,$$

$$x = \frac{122}{99}.$$

$$1,(23) = \frac{122}{99} = 1\frac{23}{99}$$

Пример: Записать в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную периодическую дробь:

б) $1,5(23)$

$$x = 1,5(23) = 1,5\underline{23}2323\dots$$

$$10x = 15,232323\dots$$

$$1000x = 1523,232323\dots$$

$$\begin{array}{r} - \\ 10x = 15,232323\dots \end{array}$$

$$990x = 1508;$$

$$x = \frac{1508}{990} = \frac{754}{495} = 1\frac{259}{495}.$$

$$1,5(23) = \frac{754}{495} = 1\frac{259}{495}.$$

Пример: Записать в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную периодическую дробь:

в) $0,1(9)$

$$\begin{array}{r} 100x = 19,999... \\ - 10x = 1,999... \\ \hline 90x = 18. \end{array}$$

$$x = \frac{1}{5} = 0,2 = 0,20000... = 0,2(0)$$

$$\frac{1}{5} = 0,2(0); \quad \frac{1}{5} = 0,(9).$$

Замечание: Аналогично можно установить, что $2,45(9) = 2,46(0)$, $1,(9) = 2,(0)$ и т. д. Поэтому обычно десятичные дроби с периодом 9 не рассматривают, заменяют их соответствующими дробями с периодом 0.

Множество $\mathbb{Q}$ рациональных чисел можно рассматривать как множество чисел вида $\frac{m}{n}$, где m — целое число, n — натуральное число, или как множество бесконечных десятичных периодических дробей.