

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА В УПРАВЛЕНИИ ПРОМЫШЛЕННЫМ ПРОИЗВОДСТВОМ: МЕТОДЫ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Выполнил: ст.гр.МТП-21-16-01

Руководитель: канд. экон. наук, доц

Д.К. Хасанов

О. А. Александрова



Цели и задачи экономического анализа производства

Общая цель любого экономического анализа – выявление и реализация резервов повышения эффективности деятельности организации.

Задачи экономического анализа:

- изучение и объективная оценка показателей, отражающих эффективность функционирования организации, выявление размера и динамики отклонений от базисных значений показателей;
- диагностика хозяйственных процессов, установление количественных характеристик действия различных факторов на результативность производства;

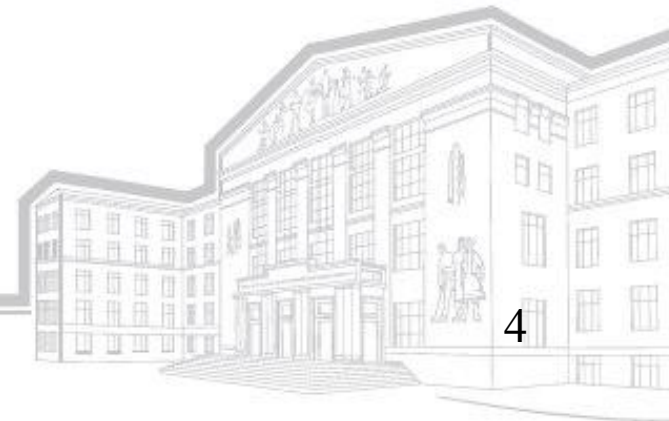


- выявление резервов повышения эффективности производства;
- обоснование принимаемых управленческих решений;
- контроль за деятельностью организации и её подразделений;
- установление экономических закономерностей в развитии организации для стратегического прогнозирования и текущего планирования хозяйственной деятельности.



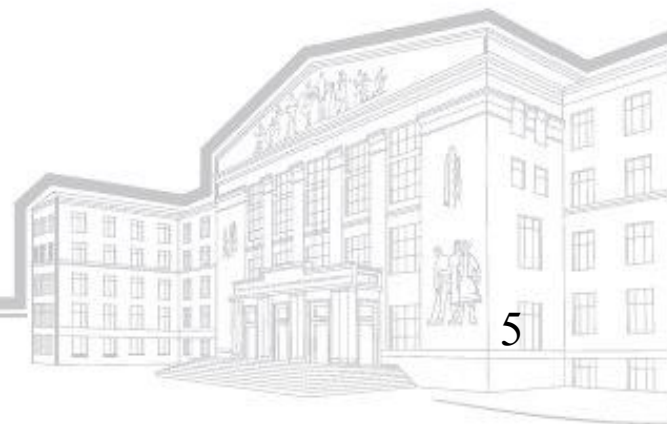
Математическое программирование включает такие разделы как

- линейное программирование
- нелинейное программирование
- динамическое программирование
- теория игр.



Линейное программирование

Линейное программирование – это наука о методах исследования и отыскания наибольших и наименьших значений линейной функции, на неизвестные которой наложены линейные ограничения.

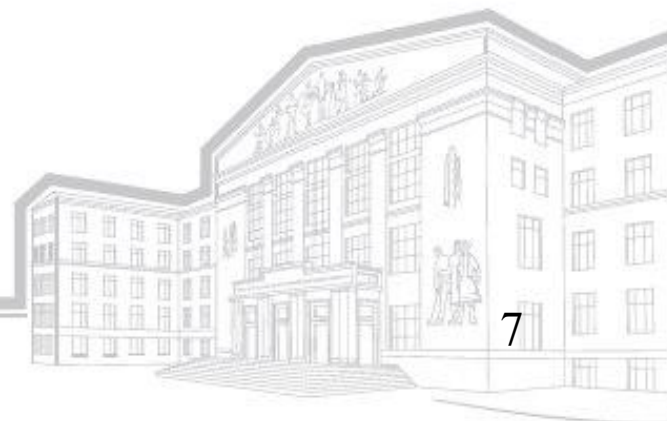


Общие задачи линейного программирования

- 1) определение оптимального ассортимента продукции, в котором каждому ее виду свойственны свои издержки и потребности в ресурсах;
- 2) сведение к минимуму отходов при раскрое материала;
- 3) определение оптимальных уровней запасов на складе предприятия;



- 4) составление оптимального графика отгрузки с учетом распределения продукции между производственными предприятиями и складами, складами и магазинами розничной торговли;
- 5) определение наилучшего пункта местоположения производства путем оценки затрат на транспортировку между альтернативными местами размещения нового предприятия и местами его снабжения и сбыта готовой продукции;
- 6) минимизация издержек при распределении рабочих по станкам и рабочим местам



Линейное программирование широко применяется в сфере военной деятельности, сельском хозяйстве, промышленности, управлении производственными процессами и запасами, в экономике и на транспорте



Общая задача линейного программирования

Общей задачей линейного программирования называется задача, которая состоит в определении $\max$ ($\min$) значения функции

$$Z = \sum_{j=1}^n C_j \cdot x_j \quad (1)$$





при ограничениях:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i (i = \overline{1, m_1}), \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i (i = \overline{m_1 + 1, m_2}), \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i (i = \overline{m_2 + 1, m}), \\ x_j \geq 0 (j = \overline{1, n_1}), \\ x_j - \text{произвольные} (j = \overline{n_1 + 1, n}), \end{array} \right.$$

(2)

где c_j, a_{ij}, b_i - заданные действительные числа, (1) - целевая функция, (2) - ограничения, - план задачи.

Цель построения модели состоит в определении *уровней* (объемов производства) каждого вида производственной деятельности x_j , при которых оптимизируется (максимизируется или минимизируется) общий результат производственной деятельности системы в целом без нарушения ограничений, накладываемых на использование ресурсов.





Геометрическая интерпретация и графический метод решения задачи линейного программирования

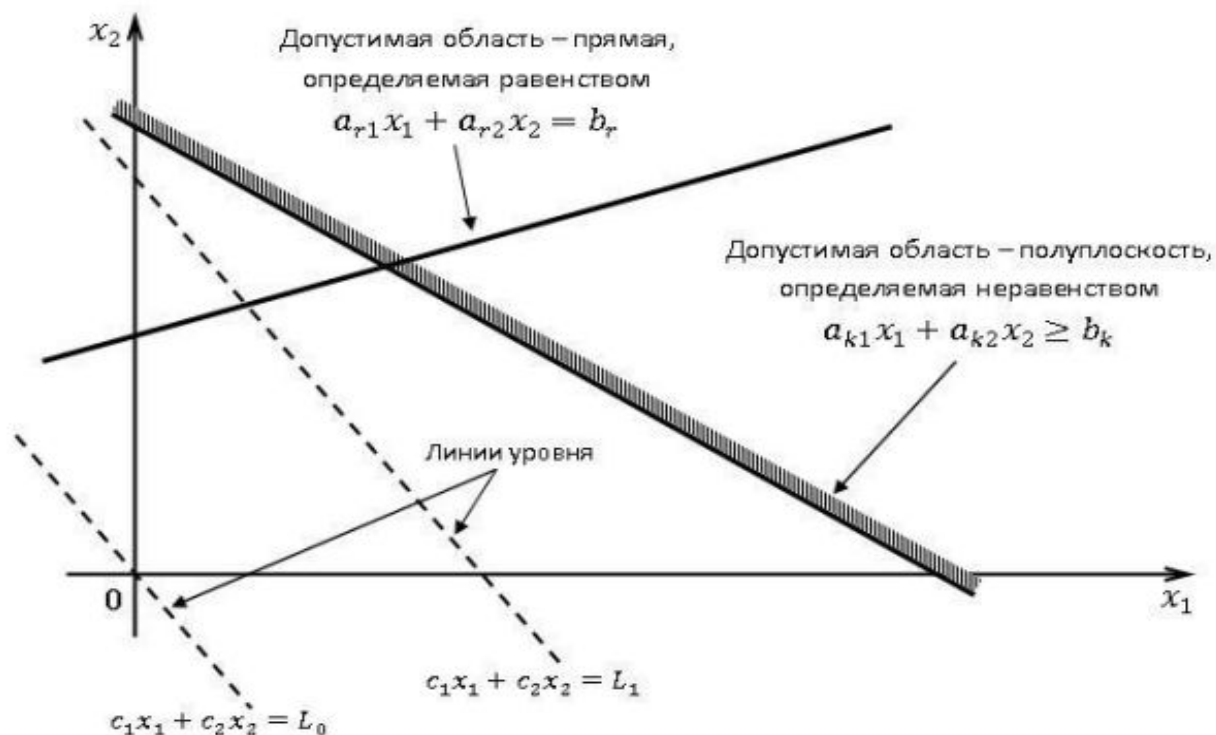


Рисунок 1 - Геометрическая интерпретация ограничений и целевой функции задачи линейного программирования



Симплексный метод решения задачи линейного программирования

В основе метода лежит идея последовательного улучшения решения (направленного перебора вершин) , в которой линейная функция принимает лучшее (по крайней мере, не худшее) значение до тех пор, пока не будет найдено оптимальное решение – вершина, где достигается оптимальное значение функции цели (если задача имеет конечный оптимум).



ЗАДАЧА 1

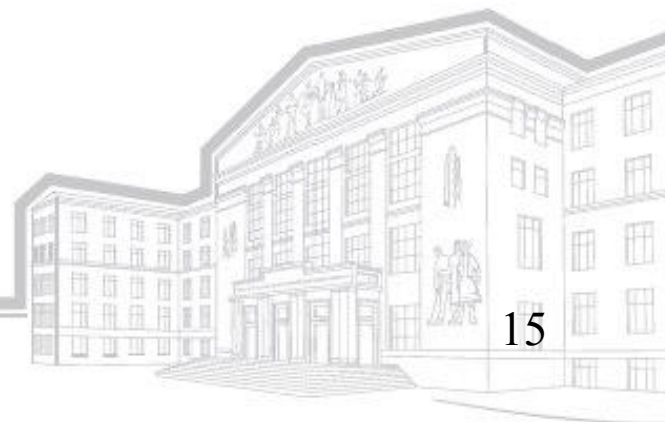
Предприятие ООО "Пшеница" предполагает выпускать два вида продукции: печенье и пряники, для производства которых используется сырьё трех видов: мука, сахар, дрожжи. Производство обеспечено сырьем каждого вида в количествах: 750, 807, 840 кг. На изготовление печенья требуется затратить сырья каждого вида 5, 4, 1 кг, соответственно, а для пряников - 2, 5, 7 кг. Прибыль от реализации печенья составляет 30 ден. ед., для пряников - 49 ден. ед.



РЕШЕНИЕ

Таблица 1 – Исходные
данные

Вид сырья	Продукция		Ограничения по сырью
	печенье	пряники	
Мука	5	2	750
Сахар	4	5	807
Дрожжи	1	7	840
Прибыль	30	49	

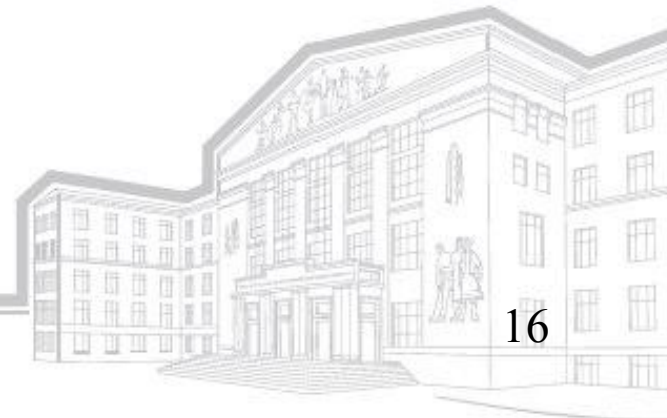




Пусть x_1 и x_2 - количество печенья и пряников, запланированных к изготовлению. Так как число материала согласно любому типу ограничено, то обязаны осуществляться соответствующие неравенства:

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 \leq 750 \\ 4x_1 + 5x_2 \leq 807 \\ x_1 + 7x_2 \leq 840 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$





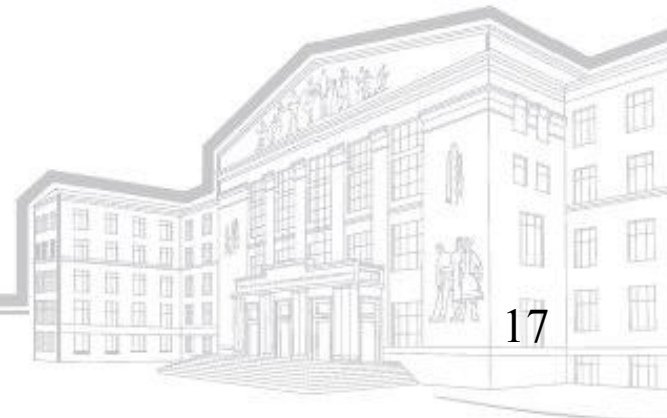
Данная система неравенств считается и концепцией ограничений этой проблемы. Целевая роль (линейная форма), выражающая доход компании, имеет вид:

$$F = 30x_1 + 49x_2 \rightarrow \max$$

Итак, задача сводится к нахождению максимума функции
ограничениях:

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 \leq 750 \\ 4x_1 + 5x_2 \leq 807 \\ x_1 + 7x_2 \leq 840 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$





После внедрения добавочных переменных приобретаем систему уравнений:

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_3 = 750 \\ 4x_1 + 5x_2 + x_4 = 807 \\ x_1 + 7x_2 + x_5 = 840 \end{cases}$$

$$x_i \geq 0, i = 1 \dots 5$$

Необходимо отыскать такое возможное базисное решение данной концепции ограничений, которое бы максимизировало линейную форму

$$F = 30x_1 + 49x_2.$$





Решая задачу, приходим к следующему выводу.

$$\begin{cases} x_1 = 63 + \frac{35}{161}x_5 - \frac{7}{23}x_4 \\ x_2 = 111 - \frac{35}{161}x_5 - \frac{72}{161}x_4 \\ x_3 = 213 - \frac{833}{1127}x_5 + \frac{231}{161}x_4 \end{cases}$$

$$F = 5880 + 23 \left(63 + \frac{35}{161}x_5 - \frac{7}{23}x_4 \right) - 7x_5 = 7329 - 2x_5 - 7x_4.$$

Таким образом, для получения наибольшей прибыли, равной 7329 ден. ед., из данных запасов сырья предприятие должно изготовить 63 кг печенья и 111 кг пряников

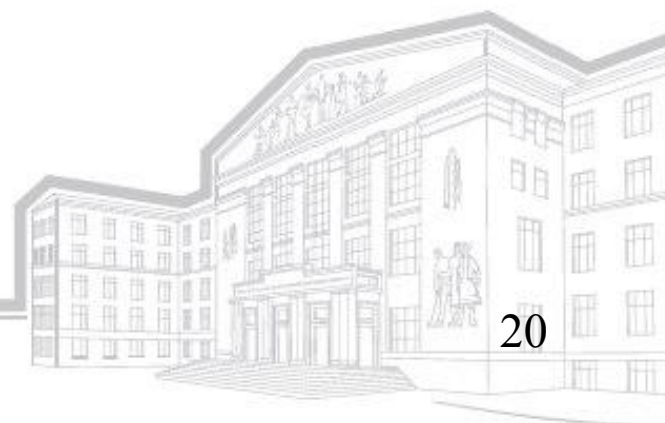


ЗАДАЧА 2

Рассмотрим симплекс-метод на примере решения задачи о производстве сыров. Математическая модель этой задачи имеет следующий вид:

$$F = 156x_1 + 168x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 \leq 66, \\ 3x_1 + 5x_2 \leq 45, \\ 2x_1 + 4x_2 \leq 58, \\ 1x_1 + 6x_2 \leq 72, \\ x_1 \leq 15, \\ x_2 \leq 12, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$



РЕШЕНИЕ

Приведем ограничения задачи к каноническому виду, добавив к их левым частям дополнительные неотрицательные переменные $x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$, и запишем расширенную систему:

$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + x_3 = 66, \\ 3x_1 + 5x_2 + x_4 = 45, \\ 2x_1 + 4x_2 + x_5 = 58, \\ 1x_1 + 6x_2 + x_6 = 72, \\ x_1 + x_7 = 15, \\ x_2 + x_8 = 12, \\ F - 156x_1 - 168x_2 = 0. \end{cases}$$



Дополнительные неотрицательные переменные будут базисными, так как каждая из них входит только в одно уравнение системы с коэффициентом единица. Занесем условия задачи в симплексную таблицу 2.

Таблица 2 – Симплексная таблица

Базисные переменные (БП)	Свободный член, b_i	Свободные переменные (СП)		Оценочные отношения
		x_1	x_2	
x_3	66	2	7	66/7
x_4	45	3	5	9
x_5	58	2	4	29/2
x_6	72	1	6	12
x_7	15	1	0	-
x_8	12	0	1	12
F	0	-156	-168	



$x_1 = x_2 = 0$ (как небазисные переменные)

Дополнительные переменные $x_3 = 66$, $x_4 = 45$, $x_5 = 58$, $x_6 = 72$, $x_7 = 15$, $x_8 = 12$
($F = 0$).

Разрешающую строку находим по наименьшему положительному симплексному отношению:

$$\min \left(\frac{66}{7}, \frac{44}{5}, \frac{58}{4}, \frac{72}{6}, \frac{15}{0}, \frac{12}{1} \right) = \min (9, 43; 9; 14, 5; 12; -; 12) = 9.$$



Рассчитаем элементы новой симплексной таблицы (таблица 3).

Таблица 3 – Симплексная

Базисные переменные (БП)	Свободный член, b_i	Свободные переменные (СП)		Оценочные отношения
		x_1	x_4	
x_3	3	-2,2	-7/5	-
x_2	9	3/5	1/5	15
x_5	22	-0,4	-4/5	-
x_6	18	-2,6	-6/5	15
x_7	15	1	0	-
x_8	3	-0,6	-1/5	
F	1512	-55,2	168/5	

Выпишем решение из таблицы 3:

$x_1 = 0, x_2 = 9, x_3 = 3, x_4 = 0, x_5 = 22, x_6 = 18, x_7 = 15, x_8 = 15, F = 1512$ (тыс. руб).

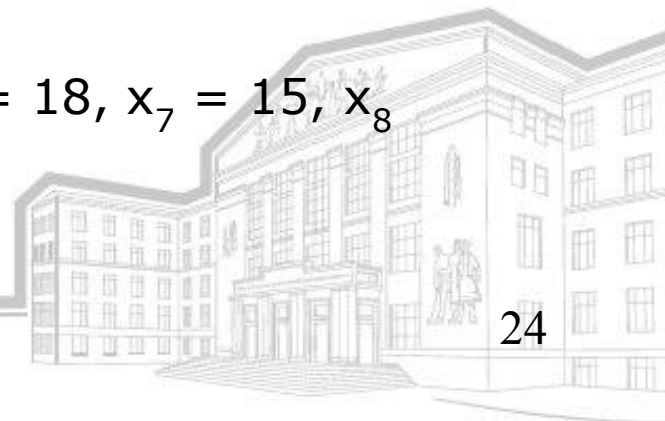
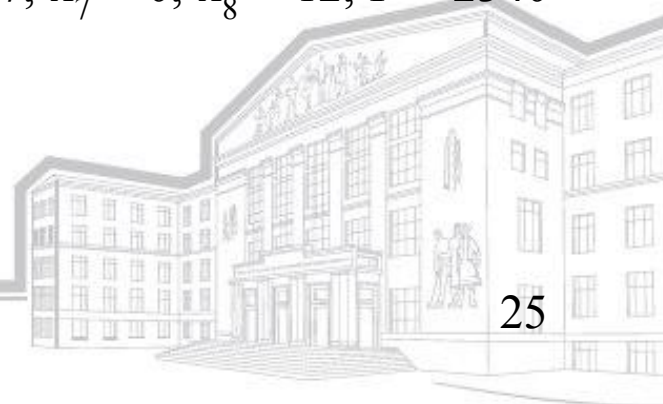


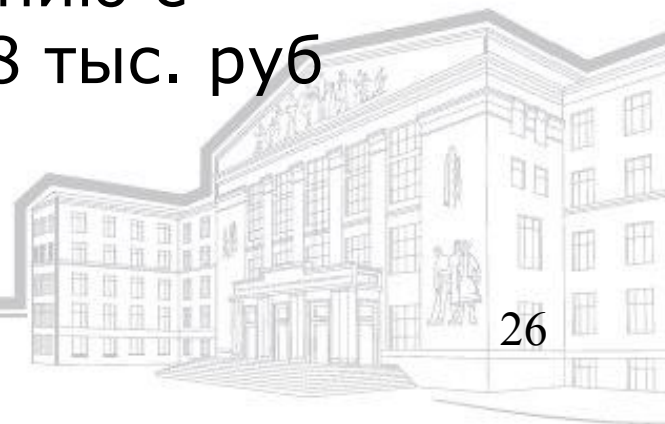
Таблица 4 – Симплексная
таблица

Базисные переменные (БП)	Свободный член, b_i	Свободные переменные (СП)		Оценочные отношения
		x_7	x_4	
x_3	36	2,2	-1,4	
x_2	0	-0,6	0,2	
x_5	28	0,4	-0,8	
x_6	57	2,6	-1,2	
x_1	15	1	0	
x_8	12	0,6	-0,2	
F	2340	55,2	33,6	

$x_1 = 15, x_2 = 0, x_3 = 36, x_4 = 0, x_5 = 28, x_6 = 57, x_7 = 0, x_8 = 12, F = 2340$
(тыс. руб).



Из решения видно, что сыр «Нежный» с меньшей прибылью (156 тыс. руб./т) по сравнению с сыром «Петровский» вошел в оптимальное решение задачи. Это связано с тем, что у этого вида сыра низкая норма расхода второго ресурса. Поэтому переход на выпуск только сыра «Нежный» позволило увеличить прибыль по сравнению с предыдущим решением на 828 тыс. руб



**Спасибо
за внимание**

