

Рівняння прямої на площині



Загальний вигляд рівняння прямої



$$Ax + By + C = 0,$$

де **A**, **B** и **C** – будь-які числа, причому **A** і **B** одночасно не дорівнюють нулю



Розташування прямої

№ з/п	Значення коефіцієнтів	Рівняння прямої	Розташування прямої
1.	$C = 0$	$Ax + By = 0$	Проходе через початок координат
2.	$A = 0$	$By + C = 0$	Паралельно осі OX
3.	$B = 0$	$Ax + C = 0$	Паралельно осі OY
4.	$A = C = 0$	$By = 0 \Rightarrow y = 0$	Співпадає з віссю OX
5.	$B = C = 0$	$Ax = 0 \Rightarrow x = 0$	Співпадає з віссю OY

- ▶ Якщо $A = B = C = 0$, то графіком функції являється вся площина XY.
- ▶ Якщо $A = B = 0, C \neq 0$, то рівняння рішення не має.



Взаємне розташування прямих

- Якщо дві прямі задані своїми загальними рівняннями $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ та $A_2x + B_2y + C_2 = 0$, то їх взаємне розташування можна визначити:

Взаємне розташування прямих	Умова
Перетинаються	
Паралельні	
Співпадають	



Інший вид рівняння прямої

Рівняння прямої в загальному вигляді можна записати і по іншому, у разі, коли $B \neq 0$:

$$y = -\frac{A}{B}x + \frac{C}{B},$$

нехай

$$-\frac{A}{B} = k, \text{ а } \frac{C}{B} = p,$$

тоді

$$y = kx + p$$



Задача №1

■ Скласти рівняння прямої, що проходить через точки :

1) $A(-3; 5)$ та $B(-3; -6)$

Розв'язок

Оскільки точки $A(-3; 5)$ і $B(-3; -6)$ мають рівні абсциси, то пряма AB являється паралельною осі OY і її рівняння має вигляд $x = -3$.

Відповідь: $x = -3$.



2) $C(6; 1)$ та $D(-18; -7)$

Розв'язок.

Підставимо координати точок $C(6; 1)$ та $D(-18; -7)$ в рівняння $y = kx + p$, отримаємо систему рівнянь

$$\begin{cases} 6k + p = 1, \\ -18k + p = -7; \end{cases} \quad | -$$

$$-24k = -8,$$

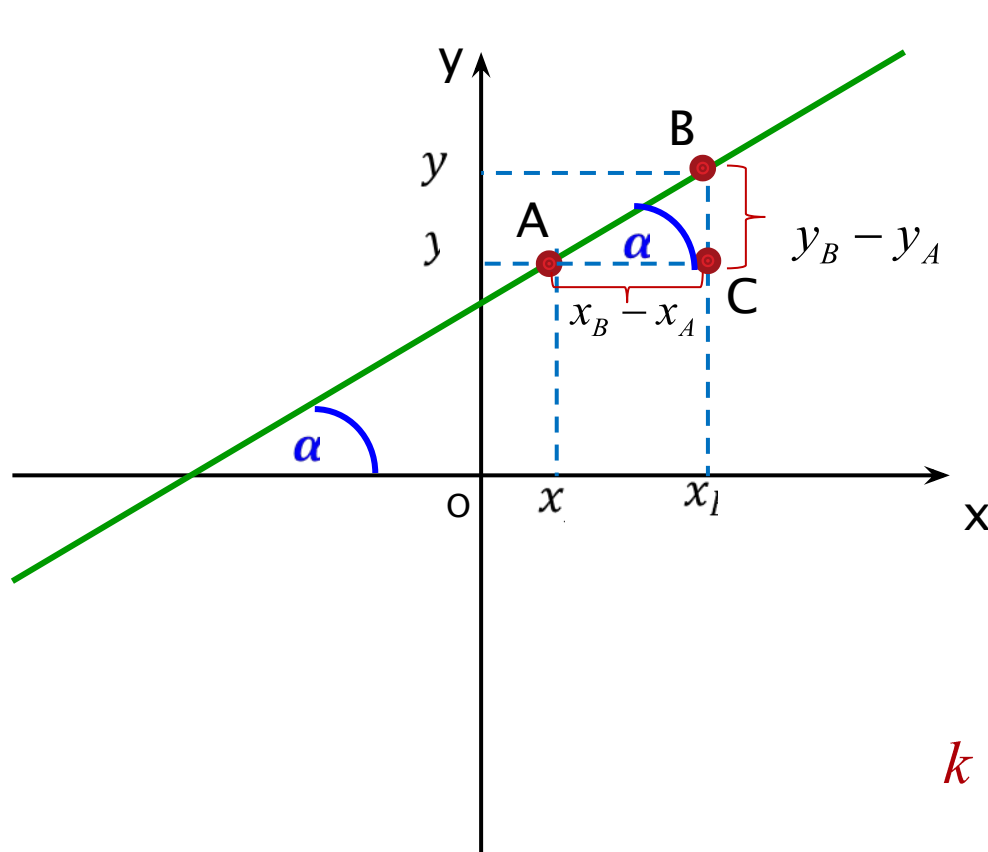
$$k = \frac{8}{24} \Rightarrow k = \frac{1}{3},$$

$$p = 1 - 6 \cdot \frac{1}{3}, p = -1 \Rightarrow y = \frac{1}{3}x - 1.$$

$$\text{Відповідь: } y = \frac{1}{3}x - 1.$$



Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом



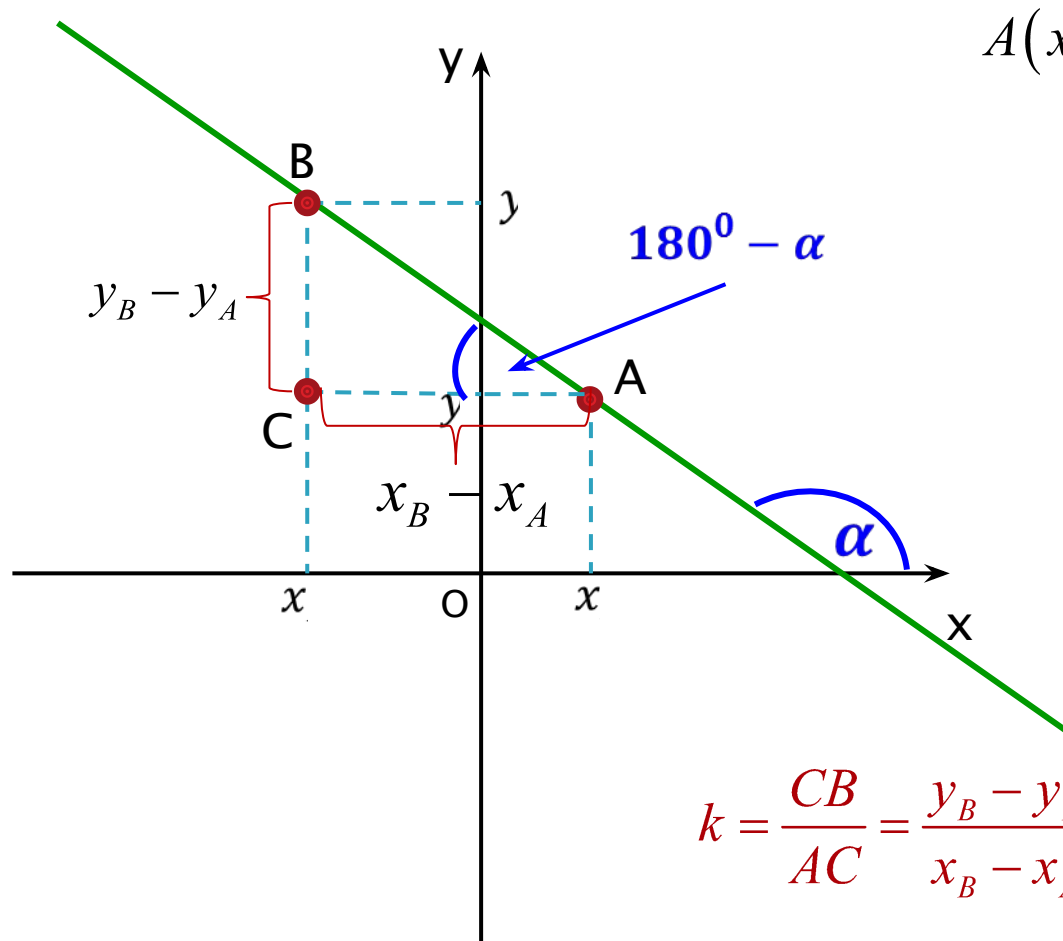
$$A(x_A; y_A); \quad B(x_B; y_B)$$

$$AC = x_B - x_A$$

$$CB = y_B - y_A$$

$$k = \frac{CB}{AC} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \operatorname{tg} \alpha$$





$$A(x_A; y_A); B(x_B; y_B)$$

$$AC = x_B - x_A$$

$$CB = y_B - y_A$$

$$k = \frac{CB}{AC} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg}\alpha$$

або

$$k = \frac{y_A - y_B}{x_B - x_A} = \frac{y_B - y_A}{x_A - x_B} = \operatorname{tg}\alpha$$

Задача №2 (розв'язати усно)

□ Чому дорівнює кутовий коефіцієнт прямої:

1. $y = 2x - 7$

2. $y = -3x$

3. $y = x + 10$

4. $y = 5 - x$

5. $y = 4$

6. $3x - 2y = 4$

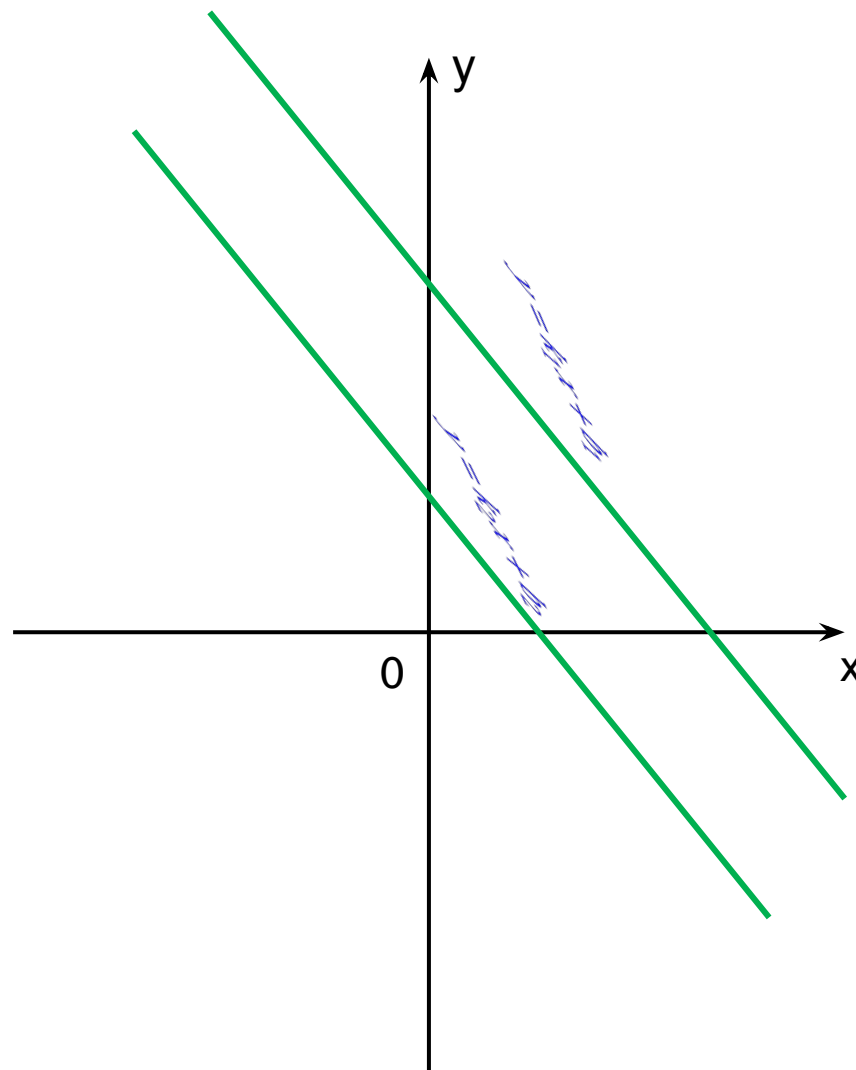


- Якщо дві прямі задані рівняннями

$$y = k_1x + b_1 \text{ та } y = k_2x + b_2 ,$$

причому $k_1 = k_2$ та $b_1 \neq b_2$,

ТО ВОНИ **паралельні**.



Задача №3

Складіть рівняння прямої, яка проходить через точку $A(-4; 3)$ та паралельна прямій $y = 0,5x - 4$.

Розв'язок.

Складемо рівняння у вигляді $y = kx + b$.

Оскільки ця пряма паралельна прямій $y = 0,5x - 4$, то їх кутові коефіцієнти рівні $k = 0,5 \Rightarrow y = 0,5x + b$.

Враховуючи, що пряма проходить через точку $A(-4; 3)$, отримаємо: $0,5 \cdot (-4) + b = 3 \Rightarrow b = 5$.

Тоді рівняння прямої $y = 0,5x + 5$.

Відповідь: $y = 0,5x + 5$.



Рівняння прямої у відрізках

□ Якщо пряма перетинає осі

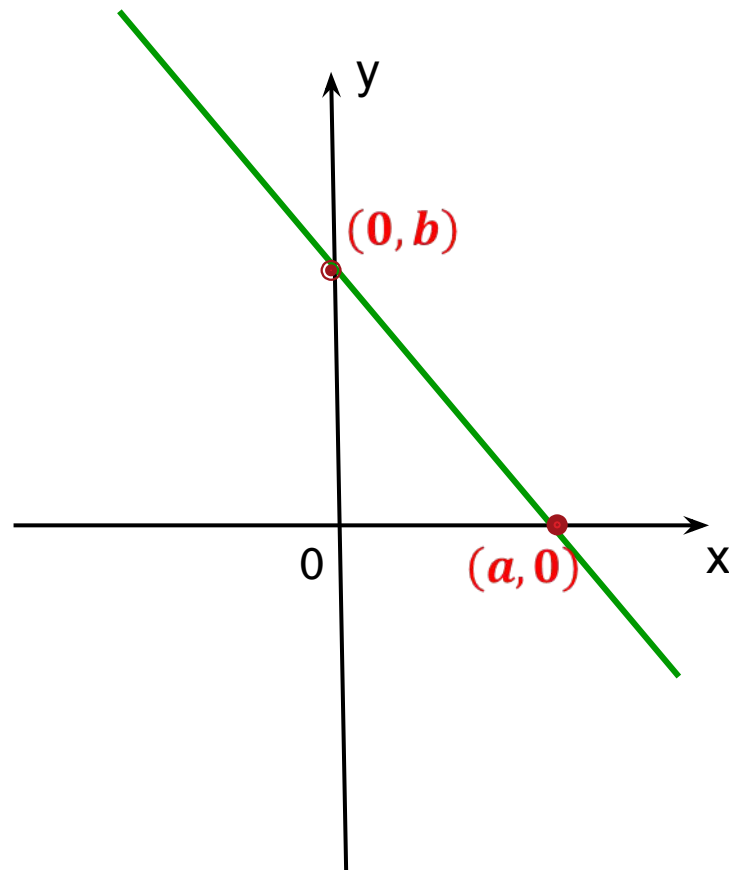
OX і **OY**

у точках з координатами

$(a, 0)$ та **$(0, b)$** ,

то її рівняння можна записати у вигляді

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$



Задача №4

Загальне рівняння $3x - 4y + 12 = 0$ прямої привести до виду рівняння у відрізках.

Розв'язок.

Запишемо рівняння у вигляді:

$$3x - 4y = -12$$

та поділимо обидві його частини на вільний член:

$$\frac{3x}{-12} - \frac{4y}{-12} = \frac{-12}{-12};$$

$$\frac{x}{-4} - \frac{y}{-3} = 1;$$

$$-\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$$

$$\text{Відповідь: } -\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1.$$



Рівняння прямої, яка проходить через дві різні точки

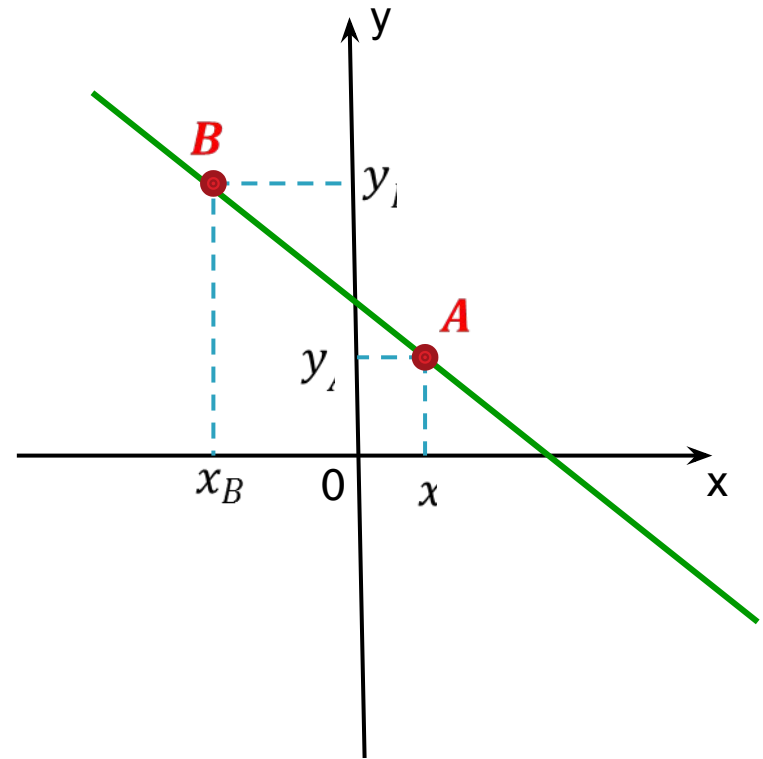
□ Якщо пряма проходить через дві точки

$A(x_A; y_A)$ та $B(x_B; y_B)$,
такі, що

$x_A \neq x_B$ та $y_A \neq y_B$,

то її рівняння можна
записати у вигляді

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A}$$



Задача №5

Скласти рівняння прямої яка проходить через точки $A(-3; 5)$ та $B(7; -2)$.

Розв'язок.

Підставимо координати точок $A(-3; 5)$ та $B(7; -2)$ до рівняння $\frac{x-x_A}{x_B-x_A} = \frac{y-y_A}{y_B-y_A}$.

$$\frac{x-(-3)}{7-(-3)} = \frac{y-5}{-2-5} \Rightarrow \frac{x+3}{10} = \frac{y-5}{-7} \Rightarrow -7(x+3) = 10(y-5)$$

$$-7x - 21 = 10y - 50;$$

$$-7x - 10y = -29;$$

$$7x + 10y - 29 = 0.$$

Відповідь: $7x + 10y - 29 = 0$.

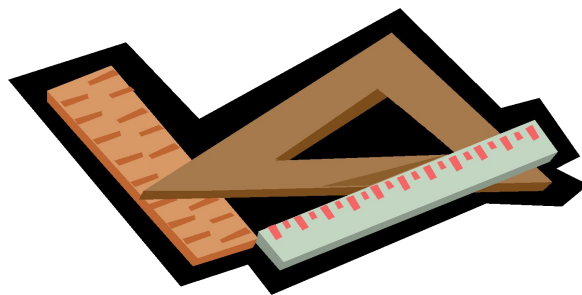


Перетин двох прямих.

Якщо дано дві прямі

$$A_1x + B_1y + C_1 = 0 \text{ і } A_2x + B_2y + C_2 = 0,$$

які перетинаються, то щоб визначити координати точки перетину цих прямих, треба розв'язати систему рівнянь даних прямих.



Приклад 6:

Знайдіть вершини трикутника, якщо його сторони задано рівняннями $x + 3y - 3 = 0$, $3x - 11y - 29 = 0$, $3x - y + 11 = 0$

Розв'язання:

Щоб знайти координати вершин трикутника, треба розв'язати три системи рівнянь:

$$\begin{cases} x + 3y - 3 = 0, \\ 3x - 11y - 29 = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} 3x - 11y - 29 = 0. \\ 3x - y + 11 = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} 3x - y + 11 = 0, \\ x + 3y - 3 = 0. \end{cases}$$

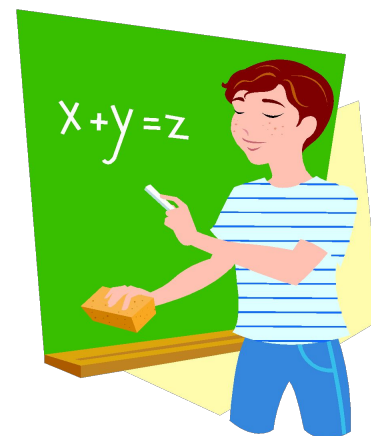
Розв'язок першої системи: $x = 6, y = -1$.

Розв'язок другої системи:

Розв'язок другої системи: $x = -5, y = -4$

Розв'язок третьої системи: $x = -3, y = 2$.

Отже, вершинами трикутника є точки: $(6; -1)$ $(-5; -4)$ $(-3; 2)$



Домашнє завдання

- Зробити конспект