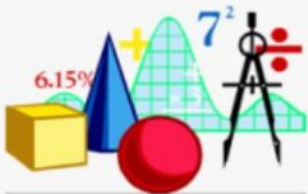


1. МАТРИЦЫ И ДЕЙСТВИЯ НАД НИМИ



ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАТРИЦЫ

МАТРИЦЕЙ НАЗЫВАЕТСЯ
ПРЯМОУГОЛЬНАЯ ИЛИ КВАДРАТНАЯ
ТАБЛИЦА, ЗАПОЛНЕННАЯ ЧИСЛАМИ.

Обозначение $A, B, C, \dots$

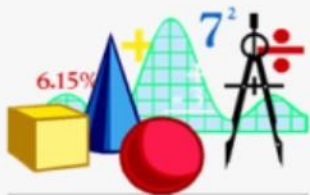
Пример: $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$

Число строк – m

Число столбцов – n

Размерность матрицы $m \times n$

2×3



Элементы матриц

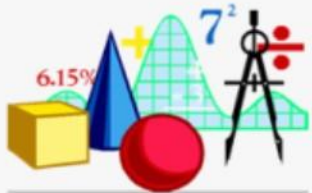
- числа, заполняющие матрицу.

Обозначение: $A = \{a_{ij}\}$

i – номер строки, нумеруются сверху вниз

j – номер столбца, нумеруются слева направо

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$



Пример: $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$ $a_{11} = 1$
 $a_{23} = -2$

ВИДЫ МАТРИЦ

$$\begin{pmatrix} 12 & 4 \\ -17 & 29 \\ -30 & -36 \end{pmatrix}$$

Прямоугольная
матрица

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 22 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix}$$

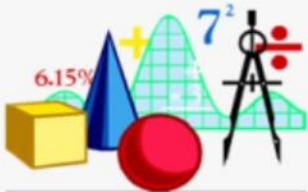
Матрица-столбец

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

Квадратная
матрица

$$(1 \quad -3 \quad 2 \quad 0)$$

Матрица-строка



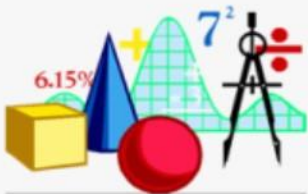
ВИДЫ МАТРИЦ

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 0 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

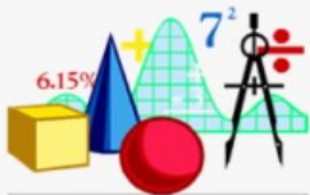
Главная диагональ

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 0 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

Побочная диагональ



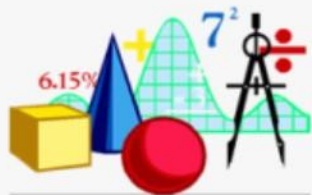
ОПЕРАЦИИ НАД МАТРИЦАМИ



УМНОЖЕНИЕ НА ЧИСЛО

$$\lambda \cdot A = \{\lambda \cdot a_{ij}\}$$

$$5 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & -5 & 10 \\ 20 & 10 & 0 \\ -25 & 30 & 5 \end{pmatrix}$$



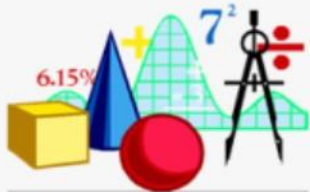
СЛОЖЕНИЕ, ВЫЧИТАНИЕ

$$A \pm B = \{a_{ij} \pm b_{ij}\}$$

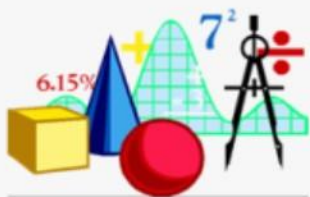
$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 8 & -5 & 5 \\ 7 & 3 & 14 \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 3+8 & -1+(-5) & 2+5 \\ 4+7 & 2+3 & 0+14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & -6 & 7 \\ 11 & 5 & 14 \end{pmatrix}$$

$$A - B = \begin{pmatrix} 3-8 & -1-(-5) & 2-5 \\ 4-7 & 2-3 & 0-14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & 4 & -3 \\ -3 & -1 & -14 \end{pmatrix}$$



Операции возможны только с матрицами одинаковой размерности



ТРАНСПОНИРОВАНИЕ МАТРИЦЫ

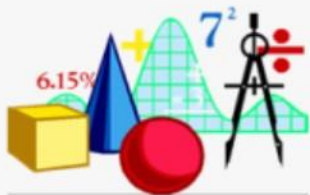
$$A = \{a_{ij}\} \rightarrow A^T = \{a_{ji}\}$$

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 4 \\ -17 & 29 \\ -30 & -36 \end{pmatrix}$$

Исходная
матрица (размер 3 на 2)

$$A^T = \begin{pmatrix} 12 & -17 & -30 \\ 4 & 29 & -36 \end{pmatrix}$$

Транспонированная
матрица (размер 2 на 3)



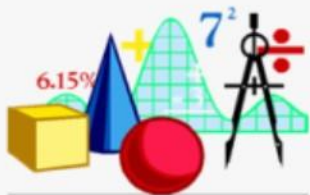
Транспонировать матрицу $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 \\ -5 & 4 & -7 \\ 6 & -4 & -6 \end{pmatrix}$



УМНОЖЕНИЕ МАТРИЦЫ НА МАТРИЦУ

Скалярное произведение строки на
столбец

$$(1 \quad -2 \quad 3) \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} =$$

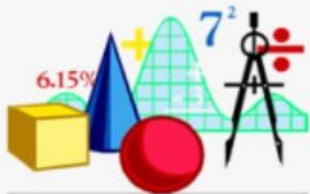


ПРАВИЛО УМНОЖЕНИЯ МАТРИЦЫ НА МАТРИЦУ

**КАЖДАЯ СТРОКА ЛЕВОЙ МАТРИЦЫ
СКАЛЯРНО УМНОЖАЕТСЯ НА КАЖДЫЙ
СТОЛБЕЦ ПРАВОЙ МАТРИЦЫ**

$$C = A \cdot B$$

A – левая матрица, *B* – правая матрица



ПРИМЕР УМНОЖЕНИЯ МАТРИЦ

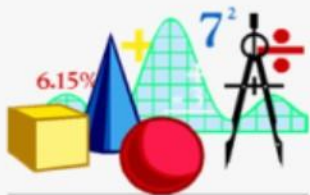
$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 7 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} =$$

Замечание.

Обратное действие невозможно!

В общем случае

$$A \cdot B \neq B \cdot A$$

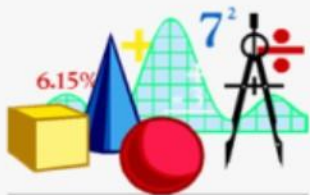


Пример

$$\begin{array}{c|c} & \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 7 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \\ \hline \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix} & \end{array}$$

Diagram illustrating a matrix operation. A 3x2 matrix is shown above a horizontal line, and a 3x3 matrix is shown below the line. Arrows indicate the relationship between the matrices:

- Two upward arrows point from the first and second columns of the 3x3 matrix to the 3x2 matrix.
- Three leftward arrows point from the first, second, and third rows of the 3x3 matrix to the 3x2 matrix.

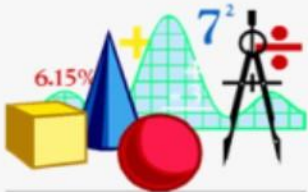


Выполнение операций

Пример 1.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & -3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Вычислить: $3B \cdot A^T - A^T$



Пример 2.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 2 & 0 & 3 \\ -2 & -3 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -5 & 1 & 7 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

1. $AB - 4D^T$

Ответ:

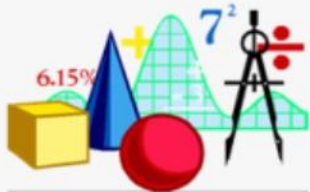
$$\begin{pmatrix} 13 & -4 \\ -10 & -15 \\ -17 & -13 \end{pmatrix}$$

2. $A^T C - 2D$

$$\begin{pmatrix} 24 & -1 & -6 \\ 3 & -13 & 2 \end{pmatrix}$$

3. $D \cdot A - 2B^T$

$$\begin{pmatrix} -4 & 6 \\ 7 & 18 \end{pmatrix}$$



$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 2 & 0 & 3 \\ -2 & -3 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -5 & 1 & 7 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$AB - 4D^T$$

