

РЕШЕНИЕ СИСТЕМ РАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ МЕТОДОМ ПОДСТАНОВКИ

ЦЕЛЬ УРОКА

- Научиться решать системы рациональных уравнений методом подстановки

ОТВЕТЬТЕ НА ВОПРОСЫ

- Что является решением системы рациональных уравнений?

ОТВЕТЬТЕ НА ВОПРОСЫ

- Что является решением системы рациональных уравнений?
 - Решением системы двух уравнений с двумя неизвестными x и y называют пару чисел $(x_0; y_0)$, являющуюся решением каждого уравнения этой системы.
 - Решением системы трёх уравнений с тремя неизвестными x , y и z называют тройку чисел $(x_0; y_0; z_0)$, являющуюся решением каждого уравнения этой системы.

РЕШИТЕ ЗАДАНИЕ

- Является ли точка $M(3; 4)$ решением системы

$$\begin{cases} 3x^2 + 5xy - 7y^2 = -25, \\ 5x - y^2 = -37 + 9y \end{cases}$$

рациональных уравнений ?

$$\begin{cases} 3x^2 + 5xy - 7y^2 = -25, \\ 5x - y^2 = -37 + 9y; \end{cases}$$

$$x = 3, y = 4, \begin{cases} 3 \cdot 3^2 + 5 \cdot 3 \cdot 4 - 7 \cdot 4^2 = -25, \\ 5 \cdot 3 - 4^2 = -37 + 9 \cdot 4; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3 \cdot 9 + 60 - 7 \cdot 16 = -25, \\ 15 - 16 = -37 + 36; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 27 + 60 - 112 = -25, \\ -1 = -1 \text{ верно}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} -25 = -25 \text{ верно}, \\ -1 = -1 \text{ верно}; \end{cases}$$

точка $M(3; 4)$ – является решением системы рациональных уравнений

$$\begin{cases} 3x^2 + 5xy - 7y^2 = -25, \\ 5x - y^2 = -37 + 9y. \end{cases}$$

ОТВЕТЬТЕ НА ВОПРОСЫ

- Что значит решить систему рациональных уравнений?

ОТВЕТЬТЕ НА ВОПРОСЫ

- Что значит решить систему рациональных уравнений?
- Решить систему уравнений – значит найти все её решения или показать, что их нет.

А КАК РЕШИТЬ СИСТЕМУ
РАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ?

А КАК РЕШИТЬ СИСТЕМУ РАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ?

- Существует много способов решения систем уравнений.
- Универсальным методом решения систем уравнений, методом, который всегда приводит к результату, является метод ПОДСТАНОВКИ.

РАССМОТРИМ ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ПОДСТАНОВКИ НА ПРИМЕРЕ

□ Решите систему рациональных уравнений

$$\begin{cases} y + 5x + 7 = 0, \\ x^2 - 12x - y^2 + 5y - 3xy + 7 = 0. \end{cases}$$

1) Выразить одну неизвестную через другую в одном из уравнений

$$\begin{cases} y = -5x - 7, \\ x^2 - 12x - y^2 + 5y - 3xy + 7 = 0; \end{cases}$$

2) Подставить полученное выражение в другое уравнение вместо неизвестной

$$\begin{cases} y = -5x - 7, \\ x^2 - 12x - (-5x - 7)^2 + 5(-5x - 7) - 3x(-5x - 7) + 7 = 0; \end{cases}$$

3) Выписать уравнение, которое содержит только одну неизвестную, и решить его

$$x^2 - 12x - (-5x - 7)^2 + 5(-5x - 7) - 3x(-5x - 7) + 7 = 0,$$

$$x^2 - 12x - (-5x - 7)^2 + 5(-5x - 7) - 3x(-5x - 7) + 7 = 0,$$

$$x^2 - 12x - (-(5x + 7))^2 - 25x - 35 + 15x^2 + 21x + 7 = 0,$$

$$x^2 - 12x - (5x + 7)^2 - 25x - 35 + 15x^2 + 21x + 7 = 0,$$

$$x^2 - 12x - (25x^2 + 70x + 49) - 25x - 35 + 15x^2 + 21x + 7 = 0,$$

$$x^2 - 12x - 25x^2 - 70x - 49 - 25x - 35 + 15x^2 + 21x + 7 = 0,$$

$$-9x^2 - 86x - 77 = 0,$$

$$9x^2 + 86x + 77 = 0,$$

$$D = b^2 - 4ac,$$

$$D = 86^2 - 4 \cdot 9 \cdot 77 = 4624,$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a},$$

$$x_{1,2} = \frac{-86 \pm \sqrt{4624}}{2 \cdot 9},$$

$$x_1 = \frac{-77}{9} = -8\frac{5}{9}, x_2 = -1,$$

4) В выражение для другой неизвестной подставить получившиеся корни уравнения и тем самым найти пары чисел

$$\begin{cases} x_1 = -8\frac{5}{9}, \\ y_1 = -5 \cdot \left(-8\frac{5}{9}\right) - 7; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = -8\frac{5}{9}, \\ y_1 = -5 \cdot \left(-\frac{77}{9}\right) - 7; \end{cases}$$
$$\begin{cases} x_1 = -8\frac{5}{9}, \\ y_1 = \frac{5 \cdot 77}{9} - 7; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = -8\frac{5}{9}, \\ y_1 = \frac{385}{9} - \frac{63}{9}; \end{cases}$$
$$\begin{cases} x_1 = -8\frac{5}{9}, \\ y_1 = \frac{322}{9}; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = -8\frac{5}{9}, \\ y_1 = 35\frac{7}{9}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 = -1, \\ y_2 = -5 \cdot (-1) - 7; \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = -1, \\ y_2 = 5 - 7; \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = -1, \\ y_2 = -2. \end{cases}$$

5) Записать ответ в виде пар чисел

$$\text{Ответ: } \left(-8\frac{5}{9}; 35\frac{7}{9}\right), (-1; -2)$$

РЕШИТЕ СИСТЕМЫ РАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

$$\text{а) } \begin{cases} y + 3 = 8, \\ x^2 - y = 31; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} y = 3x - 5, \\ x^2 + y^2 = 25; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 2x + y = 4, \\ 6x + y - x^2 = 7. \end{cases}$$

РЕШИТЕ СИСТЕМЫ РАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

$$\text{a) } \begin{cases} y + 3 = 8, \\ x^2 - y = 31; \end{cases}$$

РЕШИТЕ СИСТЕМЫ РАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

$$\text{a) } \begin{cases} y + 3 = 8, \\ x^2 - y = 31; \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} y = 8 - 3, \\ x^2 - y = 31; \end{cases} \begin{cases} y = 5, \\ x^2 - y = 31; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} y = 5, \\ x^2 - 5 = 31; \end{cases}$$

$$3) x^2 - 5 = 31, x^2 = 31 + 5, x^2 = 36, x_1 = -6, x_2 = 6;$$

$$4) \begin{cases} y_1 = 5, \\ x_1 = -6; \end{cases} \begin{cases} y_1 = 5, \\ x_1 = 6. \end{cases}$$

Ответ: $(-6; 5), (6; 5)$.

РЕШИТЕ СИСТЕМЫ РАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

$$6) \begin{cases} y = 3x - 5, \\ x^2 + y^2 = 25; \end{cases}$$

РЕШИТЕ СИСТЕМЫ РАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

$$6) \begin{cases} y = 3x - 5, \\ x^2 + y^2 = 25; \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} y = 3x - 5, \\ x^2 + y^2 = 25; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} y = 3x - 5, \\ x^2 + (3x - 5)^2 = 25; \end{cases}$$

$$3) x^2 + (3x - 5)^2 = 25, \quad x^2 + (9x^2 - 30x + 25) = 25, \quad x^2 + 9x^2 - 30x + 25 = 25, \\ 10x^2 - 30x + 25 = 25, \quad 10x^2 - 30x + 25 - 25 = 0, \quad 10x^2 - 30x = 0, \\ 10x(x - 3) = 0, \quad x_1 = 0, \quad x_2 = 3;$$

$$4) \begin{cases} x_1 = 0, \\ y_1 = 3 \cdot 0 - 5; \end{cases} \begin{cases} x_1 = 0, \\ y_1 = -5; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = 3, \\ y_1 = 3 \cdot 3 - 5; \end{cases} \begin{cases} x_1 = 3, \\ y_1 = 4. \end{cases}$$

Ответ: (0; -5), (3; 4).

РЕШИТЕ СИСТЕМЫ РАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

$$\text{в) } \begin{cases} 2x + y = 4, \\ 6x + y - x^2 = 7. \end{cases}$$

РЕШИТЕ СИСТЕМЫ РАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

$$\text{в) } \begin{cases} 2x + y = 4, \\ 6x + y - x^2 = 7. \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} y = 4 - 2x, \\ 6x + y - x^2 = 7; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} y = 4 - 2x, \\ 6x + (4 - 2x) - x^2 = 7; \end{cases}$$

$$3) 6x + (4 - 2x) - x^2 = 7, \quad 6x + 4 - 2x - x^2 = 7, \quad 6x + 4 - 2x - x^2 - 7 = 0, \\ -x^2 + 4x - 3 = 0, \quad x^2 - 4x + 3 = 0, \quad \text{по теореме Виета имеем } x_1 = 1, \quad x_2 = 3;$$

$$4) \begin{cases} x_1 = 1, \\ y_1 = 4 - 2 \cdot 1; \end{cases} \begin{cases} x_1 = 1, \\ y_1 = 2; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = 3, \\ y_1 = 4 - 2 \cdot 3; \end{cases} \begin{cases} x_1 = 3, \\ y_1 = -2. \end{cases}$$

Ответ: (1; 2), (3; -2).

РЕШИТЕ N°543

РЕШИТЕ N°543

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 2 \\ 9x^2 - 3xy + y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2 - x \\ 9x^2 - 3x(2 - x) + (2 - x) = 1 \end{cases}$$

$$9x^2 - 3x(2 - x) + (2 - x) = 1$$

$$9x^2 - 6x + 3x^2 + 2 - x - 1 = 0$$

$$12x^2 - 7x + 1 = 0$$

$$D = 49 - 4 \cdot 12 = 1.$$

$$x_1 = \frac{7 - 1}{2 \cdot 12} = \frac{6}{2 \cdot 12} = \frac{1}{4}, \quad x_2 = \frac{7 + 1}{2 \cdot 12} = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}.$$

$$y_1 = 2 - \frac{1}{4} = 1\frac{3}{4}, \quad y_2 = 2 - \frac{1}{3} = 1\frac{2}{3}.$$

$$\text{ОТВЕТ: } \left(\frac{1}{4}; 1\frac{3}{4}\right), \left(\frac{1}{3}; 1\frac{2}{3}\right).$$

РЕШИТЕ №543

$$б) \begin{cases} x - 3y = 1 \\ 2xy - x^2 + 9y^2 = 11 - 4x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 + 3y \\ 2(1 + 3y)y - (1 + 3y)^2 + 9y^2 = 11 - 4(1 + 3y) \end{cases}$$

$$2y(1 + 3y) - (1 + 3y)^2 + 9y^2 = 11 - 4(1 + 3y)$$

$$2y + 6y^2 - 1 - 6y - 9y^2 + 9y^2 = 11 - 4 - 12y$$

$$6y^2 - 4y - 1 + 11 + 4 + 12y = 0$$

$$6y^2 + 8y - 8 = 0 \quad | : 2$$

$$3y^2 + 4y - 4 = 0$$

$$D = 16 + 4 \cdot 3 \cdot 4 = 16 + 48 = 64 = \sqrt{64} = 8.$$

$$y_1 = \frac{-4 - 8}{2 \cdot 3} = -\frac{12}{6} = -2, \quad y_2 = \frac{-4 + 8}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

$$x_1 = 1 + 3 \cdot (-2) = 1 - 6 = -5, \quad x_2 = 1 + 3 \cdot \frac{2}{3} = 1 + 2 = 3.$$

$$\text{Ответ: } (-5; -2), \left(3; \frac{2}{3}\right).$$

РЕШИТЕ №543

$$\text{В) } \begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x^2 = (y - 2)^2 - 2x \end{cases} \quad \begin{cases} y = 1 - 2x \\ 3x^2 = y^2 - 4y + 4 - 2x \end{cases}$$

$$3x^2 = (1 - 2x)^2 - 4(1 - 2x) + 4 - 2x$$

$$3x^2 = 1 - 4x + 4x^2 - 4 + 8x + 4 - 2x$$

$$4x^2 + 2x + 1 - 3x^2 = 0$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$(x + 1)^2 = 0$$

$$x + 1 = 0$$

$$x = -1.$$

$$y = 1 - 2 \cdot (-1) = 1 + 2 = 3.$$

Ответ: $(-1; 3)$.

РЕШИТЕ №543

$$\text{г) } \begin{cases} x - 4y = 10 \\ (x - 1)^2 = 7(x + y) + 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 10 + 4y \\ x^2 - 2x + 1 = 7x + 7y + 1 \end{cases}$$

$$(10 + 4y)^2 - 2(10 + 4y) + 1 = 7(10 + 4y) + 7y + 1$$

$$100 + 80y + 16y^2 - 20 - 8y + 1 = 70 + 28y + 7y + 1$$

$$16y^2 + 72y + 81 - 35y - 71 = 0$$

$$16y^2 + 37y + 10 = 0$$

$$D = 1369 - 4 \cdot 16 \cdot 10 = 1369 - 640 = 729 = \sqrt{729} = 27.$$

$$y_1 = \frac{-37 - 27}{2 \cdot 16} = -\frac{64}{32} = -2, \quad y_2 = \frac{-37 + 27}{32} = -\frac{10}{32} = -\frac{5}{16}.$$

$$x_1 = 10 + 4 \cdot (-2) = 10 - 8 = 2,$$

$$x_2 = 10 + 4 \cdot \left(-\frac{5}{16}\right) = 10 - \frac{5}{4} = 9\frac{4}{4} - 1\frac{1}{4} = 8\frac{3}{4}.$$

$$\text{ОТВЕТ: } (2; -2), \left(8\frac{3}{4}; -\frac{5}{16}\right).$$

РЕШИТЕ №543

$$\text{д) } \begin{cases} 7x - y = 3 \\ 14xy - 5y^2 - 7x + 9 = 8y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 7x - 3 \\ 14x(7x - 3) - 5(7x - 3)^2 - 7x + 9 = 8(7x - 3) \end{cases}$$

$$14x(7x - 3) - 5(7x - 3)^2 - 7x + 9 = 8(7x - 3)$$

$$98x^2 - 42x - 5(49x^2 - 42x + 9) - 7x + 9 = 56x - 24$$

$$98x^2 - 49x - 245x^2 + 210x - 45 + 9 - 56x + 24 = 0$$

$$-147x^2 + 105x - 12 = 0 \quad | : (-3)$$

$$49x^2 - 35x + 4 = 0$$

$$D = 1225 - 4 \cdot 49 \cdot 4 = 1225 - 784 = 441 = \sqrt{441} = 21.$$

$$x_1 = \frac{35 - 21}{2 \cdot 49} = \frac{14}{2 \cdot 49} = \frac{1}{7}, \quad x_2 = \frac{35 + 21}{2 \cdot 49} = \frac{56}{2 \cdot 49} = \frac{4}{7}.$$

$$y_1 = 7 \cdot \frac{1}{7} - 3 = 1 - 3 = -2, \quad y_2 = 7 \cdot \frac{4}{7} - 3 = 4 - 3 = 1.$$

$$\text{ОТВЕТ: } \left(\frac{1}{7}; -2\right), \left(\frac{4}{7}; 1\right).$$

РЕШИТЕ №543

$$\text{e) } \begin{cases} x - y = 2 \\ 3x^2 - 5yx + 8y^2 - 3x + 4y = 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 + y \\ 3(2 + y)^2 - 5y(2 + y) + 8y^2 - 3(2 + y) + 4y = 15 \end{cases}$$

$$3(4 + 4y + y^2) - 10y - 5y^2 + 8y^2 - 6 - 3y + 4y - 15 = 0$$

$$12 + 12y + 3y^2 - 9y + 3y^2 - 21 = 0$$

$$6y^2 + 3y - 9 = 0 \quad | : 3$$

$$2y^2 + y - 3 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 2 \cdot 3 = 25 = \sqrt{25} = 5.$$

$$y_1 = \frac{-1 - 5}{2 \cdot 2} = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2} = -1,5, \quad y_2 = \frac{-1 + 5}{4} = 1.$$

$$x_1 = 2 - 1,5 = 0,5, \quad x_2 = 2 + 1 = 3.$$

ОТВЕТ: (0,5; -1,5), (3; 1).

РЕШИТЕ N°543

$$\text{ж) } \begin{cases} x - y = 1 \\ x^2 - 2xy + 4y = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1 + y \\ (1 + y)^2 - 2(1 + y)y + 4y = 5 \end{cases}$$

$$1 + 2y + y^2 - 2y - 2y^2 + 4y - 5 = 0$$

$$-y^2 + 4y - 4 = 0$$

$$y^2 - 4y + 4 = 0$$

$$(y - 2)^2 = 0$$

$$y - 2 = 0$$

$$y = 2, \quad x = 1 + 2 = 3.$$

Ответ: (3; 2).

РЕШИТЕ №543

$$3) \begin{cases} x + y = 2 \\ x^2 + 3xy - y^2 + 4y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2 - x \\ x^2 + 3x(2 - x) - (2 - x)^2 + 4(2 - x) = 1 \end{cases}$$

$$x^2 + 6x - 3x^2 - 4 + 4x - x^2 + 8 - 4x - 1 = 0$$

$$-3x^2 + 6x + 3 = 0 \quad | : (-3)$$

$$x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$D = 4 + 4 = 8 = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}.$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2} = \frac{2(1 \pm \sqrt{2})}{2} = 1 \pm \sqrt{2}.$$

$$y_1 = 2 - (1 - \sqrt{2}) = 2 - 1 + \sqrt{2} = 1 + \sqrt{2}.$$

$$y_2 = 2 - (1 + \sqrt{2}) = 2 - 1 - \sqrt{2} = 1 - \sqrt{2}.$$

$$\text{ОТВЕТ: } (1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2}), (1 + \sqrt{2}; 1 - \sqrt{2}).$$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

- 1) С. 195-197 п. 9.2 читать
- 2) Решить карточку

Карточка

Решите систему уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} y - 4 = 5, \\ x^2 + y = 34; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} y = 2x - 5, \\ x^2 + y^2 = 25; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 2x + y = 4, \\ 4x + y - x^2 = 1. \end{cases}$$

С КАКИМ МЕТОДОМ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ РАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПОЗНАКОМИЛИСЬ СЕГОДНЯ?

- Метод подстановки

СПАСИБО ЗА УРОК!
