

# **ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА. ПОНЯТИЕ О МЕХАНИЧЕСКОМ КПД. УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЗМА**

- Определение КПД последовательно и параллельно соединенных элементов.**
- Уравнение движения механизма.**
- Графоаналитический метод решения уравнения движения механизма.**

# Уравнение движения механизма

Уравнение движения механизма можно записать как уравнение изменения кинетической энергии:

$$A_{\text{дв}} - A_c = \sum \frac{m_i \cdot v_i^2}{2} - \sum \frac{m_i \cdot v_{i0}^2}{2} , \quad (1)$$

где:  $A_c$  – работа сил сопротивлений  $A_c = A_{nc} + A_{vc}$ ;

$m_i$  - масса звена ;

$v_i$  - скорость центра масс звена в конце рассматриваемого промежутка времени;

$v_{i0}$  - скорость центра масс звена в начале рассматриваемого промежутка времени.

Если все силы, моменты сил и массы привести к выбранной точке приведения, то ур-е 1 можно записать так:

$$A_{F\partial} - A_{Fc} = \frac{m_{np} \cdot v_A^2}{2} - \frac{m_{np0} \cdot v_{A0}^2}{2},$$

где:  $A_{F\partial}$ ;  $A_{Fc}$  — работы приведенных движущей силы и силы сопротивления:

$m_{np0}$ ;  $m_{np}$  — приведенная масса в начальном и конечном положениях механизма;

$v_{A0}$ ;  $v_A$  — скорость точки приведения  $A$  в начале и конце рассматриваемого промежутка времени.

Если силы и массы привести к звену приведения, то это звено будет иметь приведенный момент инерции  $J_{np}$  и будет нагружено приведенными движущим моментом  $M_{\delta}^{np}$  и моментом сопротивления  $M_c^{np}$ . Уравнение 1 тогда будет выглядеть так:

$$A_{M\delta} - A_{Mc} = \frac{J_{np} \cdot \omega_1^2}{2} - \frac{J_{np0} \cdot \omega_{10}^2}{2},$$

где:  $A_{M\delta}$ ;  $A_{Mc}$  – работы приведенных моментов на рассматриваемом перемещении:

$J_{np0}$ ;  $J_{np}$  – приведенные моменты инерции в начальном и конечном положениях механизма;

$\omega_{10}$ ;  $\omega_1$  – угловые скорости звена приведения в начале и конце рассматриваемого промежутка времени.

Часто  $M_{\delta}^{np}$  и  $M_c^{np}$  задаются в виде графиков, поэтому распространен графоаналитический метод решения уравнения движения.



# ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЗМА

При работе машины из-за неравенства работ движущих сил и сил сопротивления и изменения положения звеньев происходит изменение кинетической энергии и скорости ( $\omega_1$ ) ведущего звена. Решив уравнение движения можно определить  $\omega_1$  в любом положении механизма.

Величина колебаний угловой скорости  $\omega_1$  оценивается коэффициентом неравномерности вращения:

$$\delta = (\omega_{max} - \omega_{min}) / \omega_{cp},$$

Применяют два варианта решения уравнения движения:

- а) для двигателей предполагается, что движущий момент  $M_d$  переменный и зависит от положения механизма, а момент сопротивления  $M_c$  - постоянный;
- б) для технологических машин (прессы, компрессоры, пилы и т. д.) предполагается, что  $M_c$  - переменный, а  $M_d$  - постоянный.

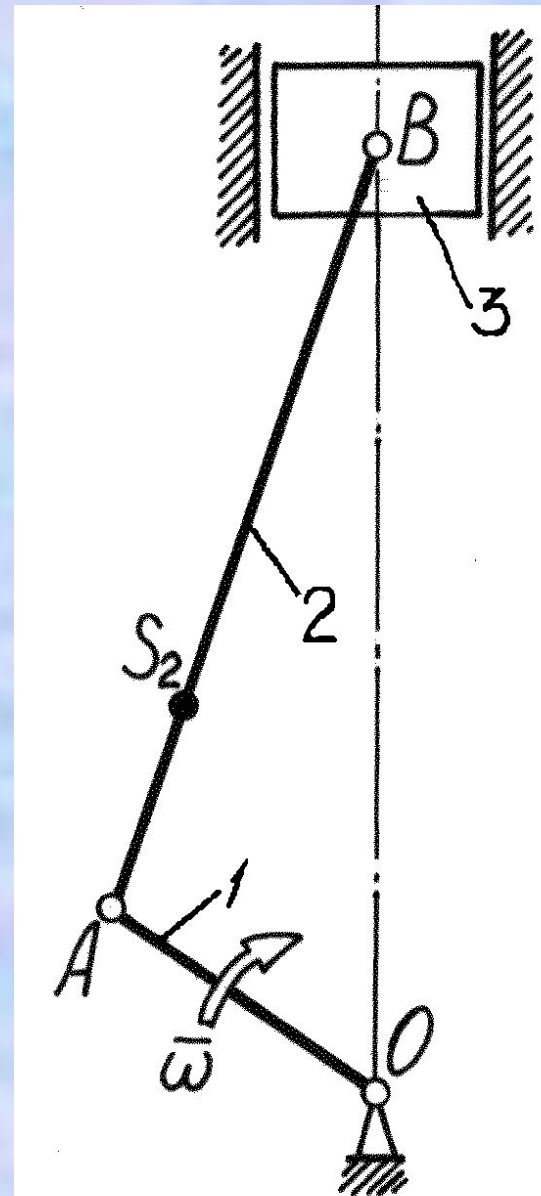
При решении вместо исследования комплекса сил, действующих на машину, рассматривают действие приведенных моментов на звено приведения с переменным приведенным моментом инерции  $J_{np}$ .

# Пример решения уравнения движения

**Требуется:** для одноцилиндрового двигателя найти  $\omega_1$  кривошипа в любом положении механизма. Если известны массы, моменты инерции и длины звеньев, то при известной  $\omega_1$  можно провести кинематический и силовой анализ механизма.

## Решение:

1. Для всех положений механизма в течение одного цикла (два оборота кривошипа) аналитически определить приведенный момент движущих сил  $M_{D+G}^{пр}$ , приведя к точке  $A$  кривошипа моменты сил тяжести звеньев и сил давления газа в цилиндре двигателя по формуле:



$$M_{D+G}^{np} = \frac{F_{ДВ} \cdot v_B \cdot \cos(\angle \bar{F}_{ДВ}; \bar{v}_B)}{\omega} + \frac{G_2 \cdot v_{S2} \cdot \cos(\angle \bar{G}_2; \bar{v}_{S2})}{\omega} +$$

$$+ \frac{G_3 \cdot v_B \cdot \cos(\angle \bar{G}_3; \bar{v}_B)}{\omega},$$

где:  $F_{ДВ}$  – сила давления газов в цилиндре  $B$ ;

$G_2$ ;  $G_3$  - силы тяжести звеньев 2 и 3;

$v_B$ ;  $v_{S2}$  - скорости точек приложения сил;

$(\angle \bar{F}_{ДВ}; \bar{v}_B)$  ;  $(\angle \bar{G}_2; \bar{v}_{S2})$  ;  $(\angle \bar{G}_3; \bar{v}_B)$  - острые углы  
между векторами сил и векторами скоростей точек их  
приложения



2. По рассчитанным  $M_{Д+G}^{np}$  построить график  $M_{Д+G}^{np} = f(\varphi)$ . График строят в масштабах  $\mu_M = [H \cdot \text{м} / \text{мм}]$  и  $\mu_\varphi = [\text{рад} / \text{мм}]$ .

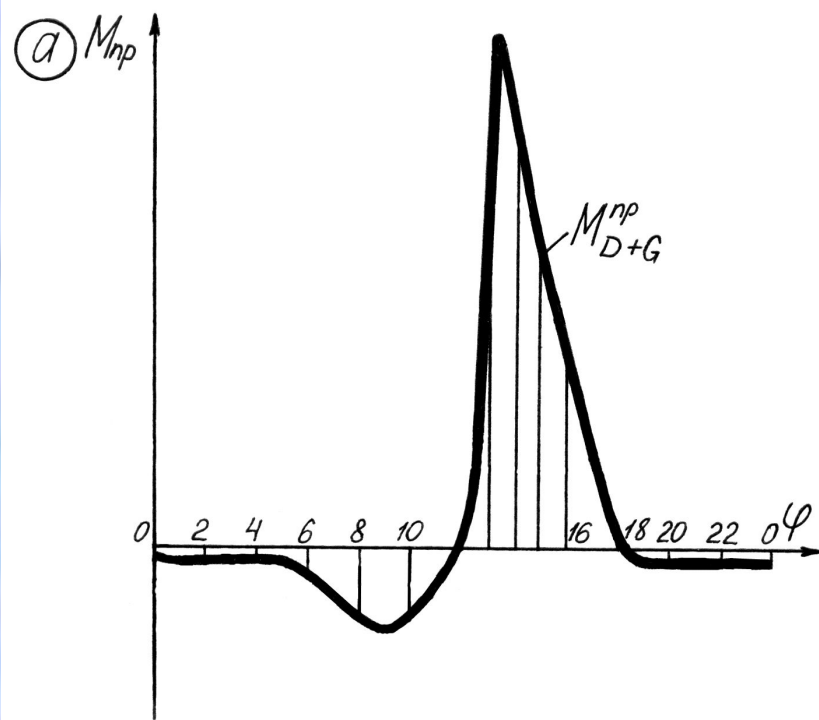
3. Методом графического интегрирования графика  $M_{Д+G}^{np} = f(\varphi)$  строят график его работы  $A_{Д+G} = f(\varphi)$ . Масштабы  $\mu_\varphi$  у диаграмм моментов и работ одинаковы. Получившийся масштабный коэффициент  $\mu_A$  оси работ:

$$\mu_A = \mu_\varphi \cdot \mu_M \cdot H = [\text{Дж} / \text{мм}],$$

где:  $H$  — полюсное расстояние при интегрировании.

4. При установившемся движении работы движущих сил и сил сопротивлений равны ( $A_{Д+G} = A_C$ ), а значит начальная и конечная точки графиков этих работ будут совпадать. Поскольку момент сил сопротивлений  $M_C$  считается постоянным, то график его работы  $A_C = f(\varphi)$  представляет прямую линию.

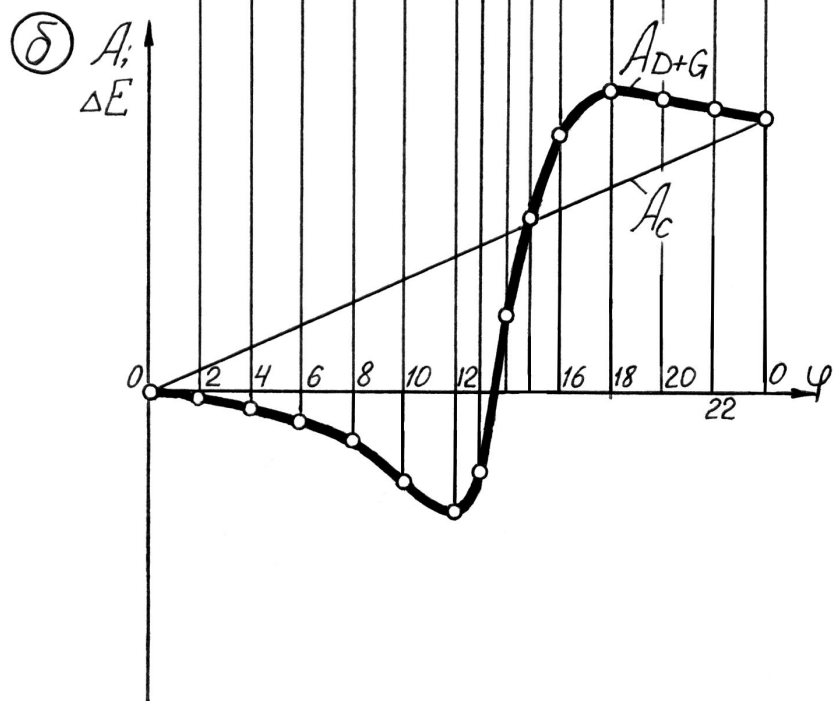
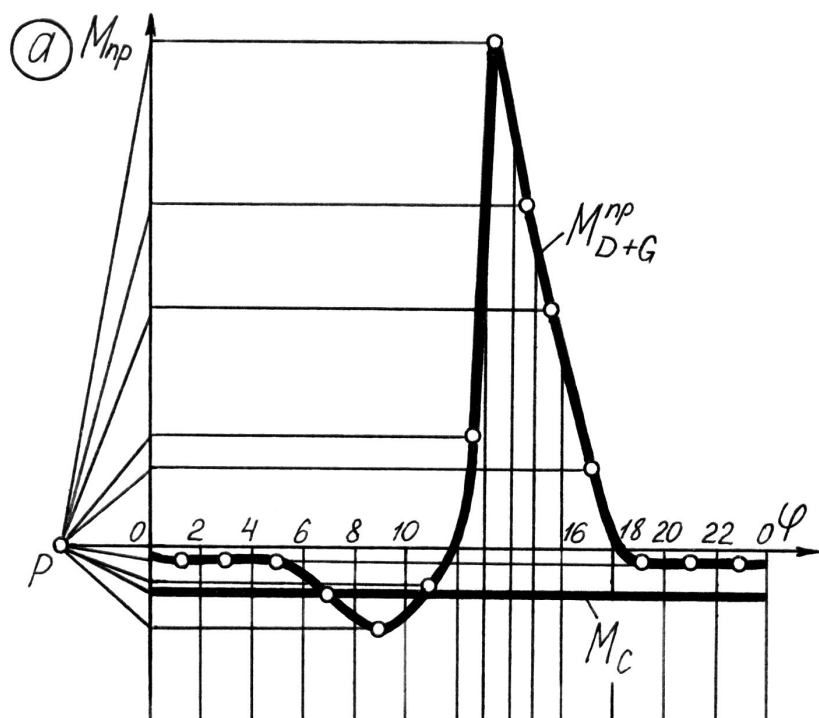




Исходя из этого надо соединить начальную и конечную точки графика  $A_{д+G} = f(\varphi)$  прямой линией. Прямую отразить зеркально от оси  $\phi$  в область отрицательных значений. Прямая - это график работ сил сопротивлений  $A_c = f(\varphi)$ .

5. Графически продифференцировав диаграмму  $A_c = f(\varphi)$ , построить график приведенного момента сил сопротивлений  $M_c = f(\varphi)$ .

6. Вычитая из ординат диаграммы  $A_{д+G} = f(\varphi)$  ординаты диаграммы  $A_c = f(\varphi)$  отложить разницу на тех же ординатах, получив диаграмму изменения кинетической энергии  $\Delta E = f(\varphi)$ . Масштабный коэффициент  $\mu_E = \mu_A$ .



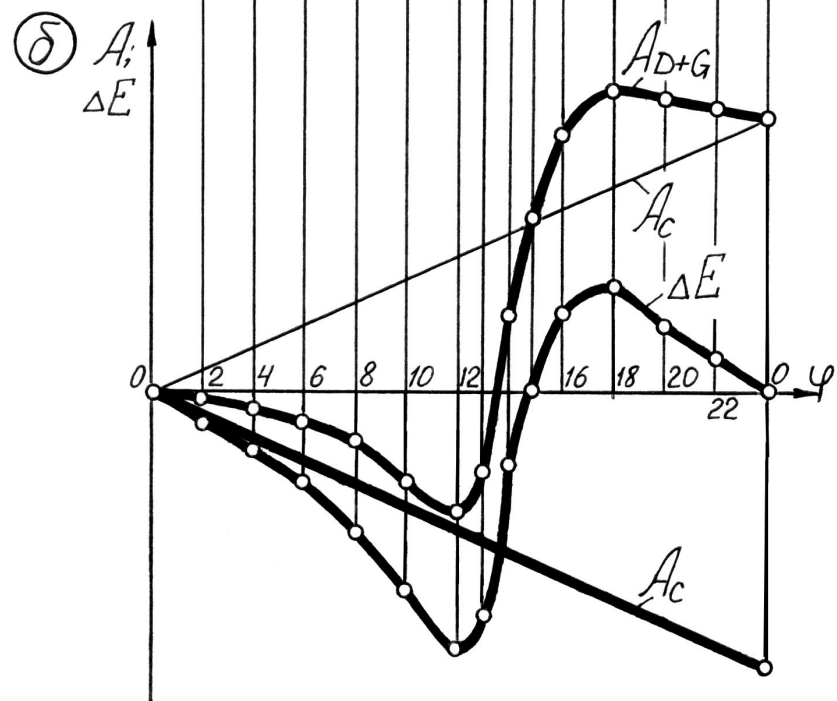
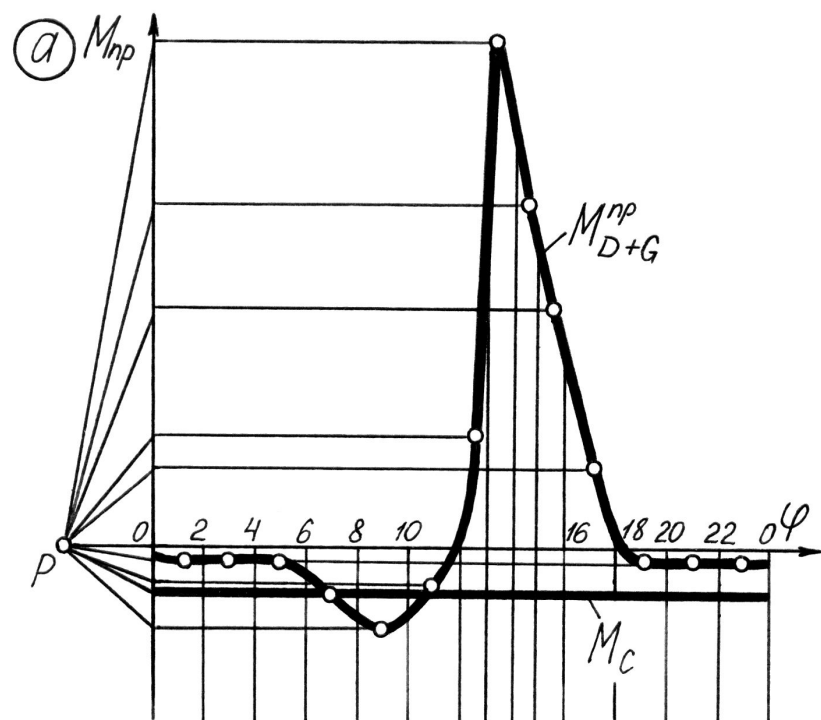


7. Для разных положений механизма в течение одного цикла вычислить приведенный момент инерции  $J_{np}$  механизма и построить график  $J_{np} = f(\varphi)$  в масштабах  $\mu_J$  и  $\mu_\varphi$ .

$$J_{np} = J_1 + m_2 \left( \frac{v_{S2}}{\omega_1} \right)^2 + J_2 \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 + m_3 \left( \frac{v_B}{\omega_1} \right)^2 .$$

8. Методом исключения переменной  $\varphi$  из диаграмм  $\Delta E = f(\varphi)$  и  $J_{np} = f(\varphi)$  построить диаграмму энергомасс  $\Delta E = f(J_{np})$  (диаграмму Виттенбауэра).

9. Через точку  $k$  графика  $\Delta E = f(J_{np})$ , соответствующую какому либо интересующему положению механизма провести прямую в начало координат.



10 Изменение кинетической энергии  $\Delta E_k$  и приведенный момент инерции  $J_{npk}$  в положении механизма  $k$  можно определить, умножив длины отрезков  $ka$  и  $0a$  соответственно на масштабные коэффициенты  $\mu_E$  и  $\mu_J$ .

$$\Delta E_k = ka \cdot \mu_E ; \quad J_{npk} = 0a \cdot \mu_J .$$

Отношение длин отрезков:

$$tg \psi_k = \frac{ka}{0a} = \frac{\Delta E_k \cdot \mu_J}{J_{npk} \cdot \mu_E} . \text{ отсюда: } tg \psi_k \frac{\mu_E}{\mu_J} = \frac{\Delta E_k}{J_{npk}}$$

Известно, что кинетическая энергия вращающегося звена

определяется по формуле  $E_k = \frac{J \cdot \omega^2}{2}$ , отсюда  $\omega = \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{J}}$ , тогда угловая скорость звена приведения в положении механизма  $k$ :

$$\omega_k = \sqrt{\frac{2 \cdot \mu_E}{\mu_J} tg \psi_k} . \quad (1)$$

По формуле 1 находят  $\omega_k$  для различных положений механизма.  $\omega_k$  зависит от угла поворота  $\phi$ , а не от времени, поэтому является аналогом угловой скорости.

Определив действительную угловую скорость определяют нормальное  $a^n = \omega^2 \cdot l_{AB}$  и тангенциальное  $a^t = \varepsilon \cdot l_{AB}$  ускорения точки приведения, что и является решением уравнения движения механизма

Зная  $a^n$  и  $a^t$  и зная длины звеньев, можно найти скорости и ускорения всех точек механизма.