

Применение производной в физике

Презентацию подготовила :

Егорова Дарья.

Предмет: Алгебра

Преподаватель:

Орлова Ирина Анатольевна

Направление производной в физике:

- ✓ **Скорость материальной точки**
- ✓ **Мгновенная скорость как физический смысл производной**
- ✓ **Мгновенное значение силы переменного тока**
- ✓ **Мгновенное значение ЭДС электромагнитной индукции**
- ✓ **Максимальная мощность**

Скорость материальной точки

Пусть зависимость пути s от времени t в данном прямолинейном движении материальной точки выражается уравнением $s = f(t)$ и t_0 - некоторый момент времени. Рассмотрим другой момент времени t , обозначим $\Delta t = t - t_0$ и вычислим приращение пути: $\Delta s = f(t_0 + \Delta t) - f(t_0)$. Отношение $\Delta s / \Delta t$ называют средней скоростью движения за время Δt , протекшее от исходного момента t_0 . Скоростью называют предел этого отношения при $\Delta t \rightarrow 0$.

Среднее ускорение неравномерного движения в интервале $(t; t + \Delta t)$ - это величина $\langle a \rangle = \Delta v / \Delta t$. Мгновенным ускорением материальной точки в момент времени t будет предел среднего ускорения:

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

То есть первая производная по времени ($v'(t)$).

Пример решения задач

Задача. Зависимость пройденного телом пути от времени задается уравнением:

$$s = A + Bt + Ct^2 + Dt^3 \quad (C = 0,1 \text{ м/с}, D = 0,03 \text{ м/с}^2).$$

Определить время после начала движения, через которое ускорение тела будет равно 2 м/с^2 .

Решение:

$$v(t) = s'(t) = B + 2Ct + 3Dt^2;$$

$$a(t) = v'(t) = 2C + 6Dt = 0,2 + 0,18t = 2;$$

$$1,8 = 0,18t; \quad t = 10 \text{ с}$$





Мгновенная скорость как физический смысл производной

Физический смысл производной $x'(t)$ от непрерывной функции $x(t)$ в точке t_0 – есть мгновенная скорость изменения величины функции, при условии, что изменение аргумента Δt стремится к нулю.

Мгновенная скорость (величина пути, пройденного за мгновение) и есть производная величина от функции, описывающей путь самолёта по времени. Мгновенная скорость - это и есть физический смысл производной

Мгновенное значение ЭД электромагнитной индукции

Согласно закону электромагнитной индукции:

$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Например, при равномерном вращении проводящего контура площадью S в однородном магнитном поле с индукцией B с угловой скоростью ω , магнитный поток, пронизывающий данный контур, изменяется по закону

$$\Phi = BS \cos \omega t.$$

Тогда

$$I = -\frac{dq}{dt} = -q_0 \omega \sin \omega t.$$

Мгновенное значение силы переменного тока

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

Например, при электромагнитных колебаниях, возникающих в колебательном контуре заряд на обкладках конденсатора изменяется по закону

$$q = q_0 \cos \omega t.$$

Тогда

$$I = -\frac{dq}{dt} = -q_0 \omega \sin \omega t.$$

Максимальная мощность

Мощность тока

$$P = I^2 R = \left(\frac{\varepsilon}{R + r} \right)^2 R.$$

Известно, что функция имеет экстремум (max или min) в точке в которой ее производная равна нулю. В данном случае

$$\frac{dP}{dR} = \frac{d}{dR} \left[\left(\frac{\varepsilon}{R + r} \right)^2 R \right] = \left(\frac{\varepsilon}{R + r} \right)^2 - 2 \frac{\varepsilon^2 R}{(R + r)^3} = 0.$$

Из решения полученного уравнения следует, что максимальная мощность при нагрузке может быть достигнута, если ее сопротивление R равно внутреннему сопротивлению источника тока r . Т.е.

$$r. \text{ Т.е. } P_{\max} = \frac{\varepsilon^2}{4r}, \text{ если } R = r.$$

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

Теплота



Задача. Вычислить количество теплоты, которое необходимо для того, чтобы нагреть 1 кг вещества от 0 градусов до t градусов (по Цельсию).



Решение

Пусть $Q=Q(t)$.

- Рассмотрим малый отрезок $[t; t+\Delta t]$, на этом отрезке

- $\Delta Q=c(t) \cdot \Delta t$

- $c(t)=\Delta Q/\Delta t$

- При $\Delta t \rightarrow 0$ $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta Q/\Delta t = Q'(t)$

$$c(t)=Q'(t)$$





Заряд

Задача. Вычислить силу тока I , который несет на себе заряд, заданный зависимостью $q = q_m \cos \omega_0 t$ (Кл) через поперечное сечение проводника.



The background is a vibrant blue abstract composition. It features a central point from which numerous light rays emanate, creating a sense of depth and movement. The rays are interspersed with various geometric shapes, including triangles and polygons, some of which are semi-transparent, allowing the underlying patterns to be visible. The overall effect is reminiscent of a digital or technological environment, with a cool, futuristic aesthetic.

Таким образом, применение производной довольно широко. В связи с быстрой эволюцией вычислительных систем, дифференциальное исчисление становится всё более актуальным в решении как простых, так и сверхсложных задач.

