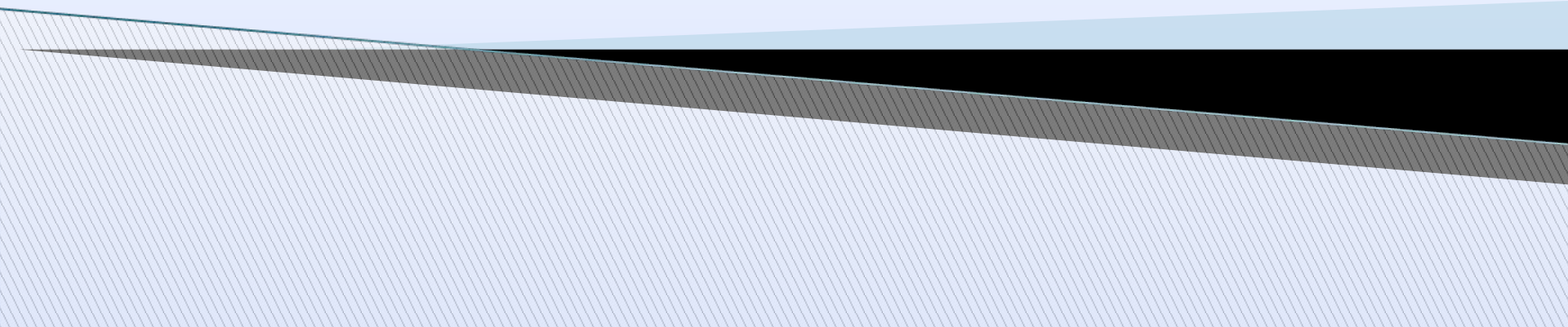


Поверхности второго порядка



▣ **Определение Уравнение поверхности** -
уравнение вида

$$F(x, y, z) = 0$$

- **Замечание** Поверхности второго порядка,
 - за исключением случаев сильного вырождения,
 - можно разделить на пять классов:
 - эллипсоиды,
 - гиперболоиды,
 - параболоиды,
 - конусы
 - цилиндры.

поверхности 2-го порядка

□ в общем случае уравнение поверхности 2-го порядка имеет вид

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_{13}xz + 2a_{23}yz + 2a_{10}x + 2a_{20}y + 2a_{30}z + a_{00} = 0 .$$

Поверхности второго
порядка делятся на

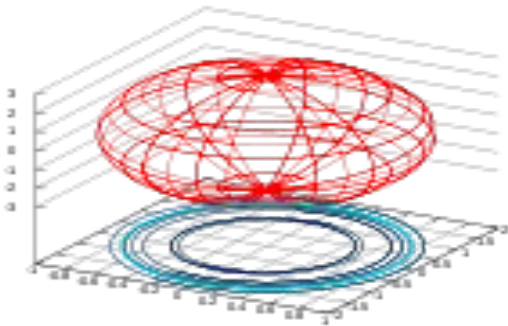
- 1) *вырожденные*
- 2) *невырожденные*

- **Вырожденные поверхности** второго порядка это плоскости и точки, которые задаются уравнением второй степени.
- **Невырожденными поверхности** второго порядка подразделяются на пять типов.
 - Эллипсоиды
 - гиперболоиды,
 - параболоиды,
 - конусы
 - цилиндры.

Эллипсоиды

- ▣ **Определение Эллипсоид** – поверхность, которая в некоторой системе декартовых прямоугольных координат, определяемая уравнением

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$



$a = b = c$ эллипсоид есть

сфера

a, b, c полуоси эллипсоида,
если они различны,
то эллипсоид
трехосный

Эллипсоид может быть получен вращением эллипса вокруг одной из его осей. Такой эллипсоид называют **эллипсоидом вращения** или *сфероидом*

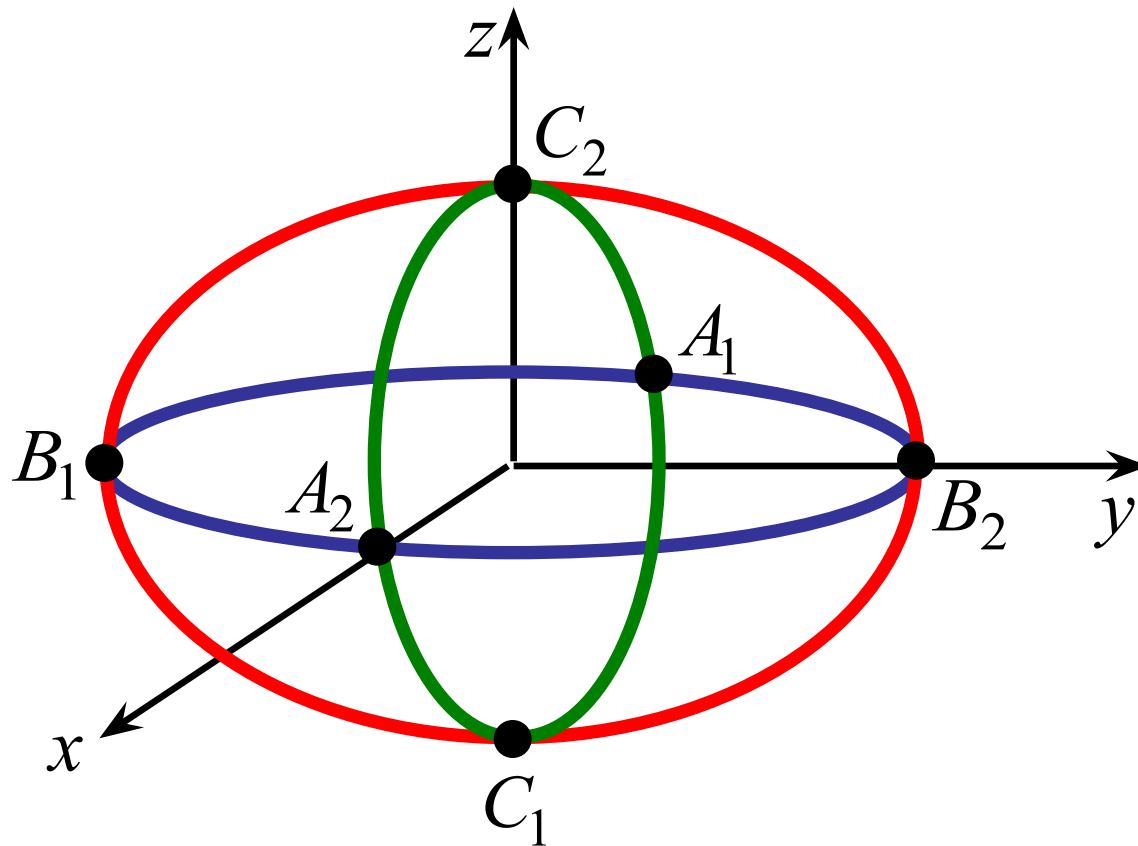
Эллипсоид

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1, \quad (1)$$

где a, b, c – положительные константы.

Эллипсоид имеет центр симметрии $O(0; 0; 0)$ и три плоскости симметрии xOy , xOz , yOz .

- Система координат, в которой эллипсоид имеет уравнение (1) называется его **канонической системой координат**, а уравнение (1) – **каноническим уравнением эллипсоида**



Величины a , b и c называются **полуосями** эллипсоида.
Если все они различны, то эллипсоид называется **трехостным**.

Если две из трех полуосей равны, эллипсоид является **поверхностью вращения**.
Он получается в результате вращения эллипса вокруг одной из своих осей.

ИССЛЕДОВАНИЕ КАНОНИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ЭЛЛИпсоиДА

1) Сечения плоскостями $x = h$:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1, \\ x = h. \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 - \frac{h^2}{a^2}.$$

Это уравнение определяет

а) при $|h| < a$ — **эллипс** (причем, чем больше $|h|$,
тем меньше полуоси эллипса);

б) при $|h| = a$ — **точку** $A_{2,1}(\pm a; 0; 0)$;

в) при $|h| > a$ — **мнимую кривую**.

3) Сечения плоскостями $y = h$:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1, \\ y = h. \end{cases} \Rightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 - \frac{h^2}{b^2}.$$

Это уравнение определяет

а) при $|h| < b$ — **эллипс** (причем, чем больше $|h|$,
тем меньше полуоси эллипса);

б) при $|h| = b$ — **точку** $B_{2,1}(0; \pm b; 0)$;

в) при $|h| > b$ — **мнимую кривую**.

3) Сечения плоскостями $z = h$:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1, \\ z = h. \end{cases} \Rightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 - \frac{h^2}{c^2}.$$

Это уравнение определяет

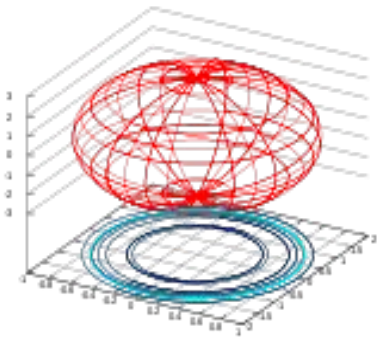
а) при $|h| < c$ — **эллипс** (причем, чем больше $|h|$,
тем меньше полуоси эллипса);

б) при $|h| = c$ — **точку** $C_{2,1}(0; 0; \pm c)$;

в) при $|h| > c$ — **мнимую кривую**.

Сфера

▣ **Определение Сфера** в пространстве - геометрическое место точек, одинаково удаленных от некоторой точки, называемой **центром** сферы.



$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = r^2$$

уравнение сферы радиуса r

- Сфера с центром в начале координат есть уравнение

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2$$

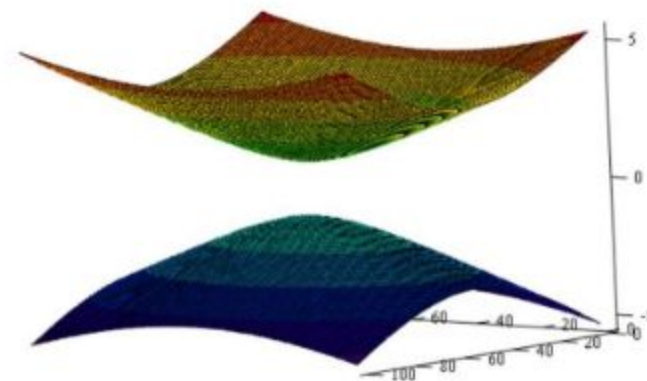
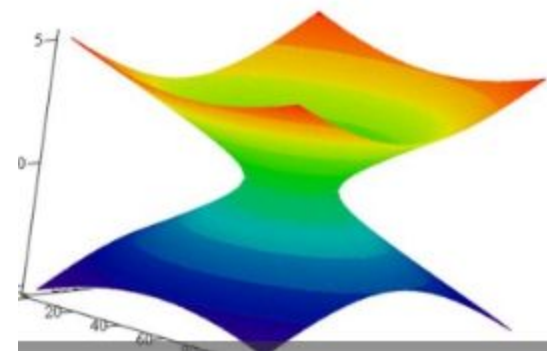
✓ **Замечание** Эллипсоид, у которого все три полуоси равны, называют **сферой**

Гиперболоиды бывают двух видов:

- Однополостный;

И

- Двуполостный.



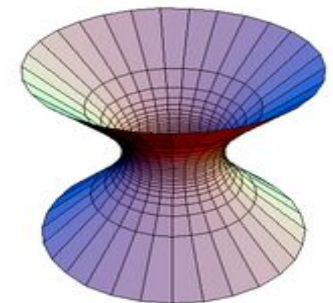
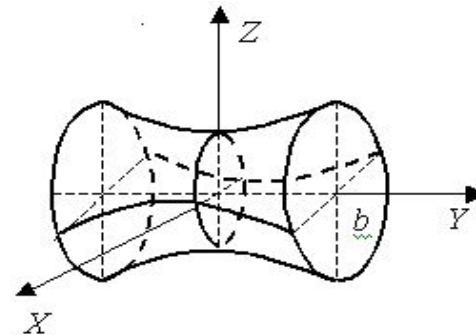
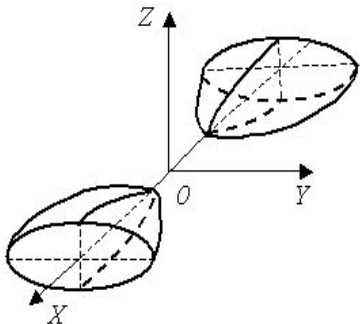
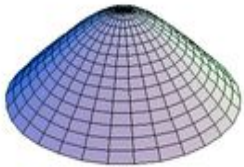
Гиперболоиды

- ▣ **Определение** *Двухполостный гиперboloид* – поверхность, которая в некоторой системе декартовых прямоугольных координат, определяется уравнением

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$$

- **Определение** *Однополосный гиперboloид* –
- поверхность, которая в некоторой системе
- декартовых прямоугольных координат, определяется уравнением

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$





- **Замечание** Шуховская башня расположена в Москве на улице Шаболовка. Построена в 1919—1922г. русским архитектором Владимиром Григорьевичем Шуховым (1853—1939).
- Шуховская башня имеет конструкцию, благодаря чему достигается минимальная ветровая нагрузка.
- ▣ По форме секции башни — это однополостные гиперболоиды вращения, сделанные из прямых балок, упирающихся концами в кольцевые основания.
- ▣ Такие конструкции часто употребляются для устройства высоких радиомачт, водонапорных башен

Гиперболоиды

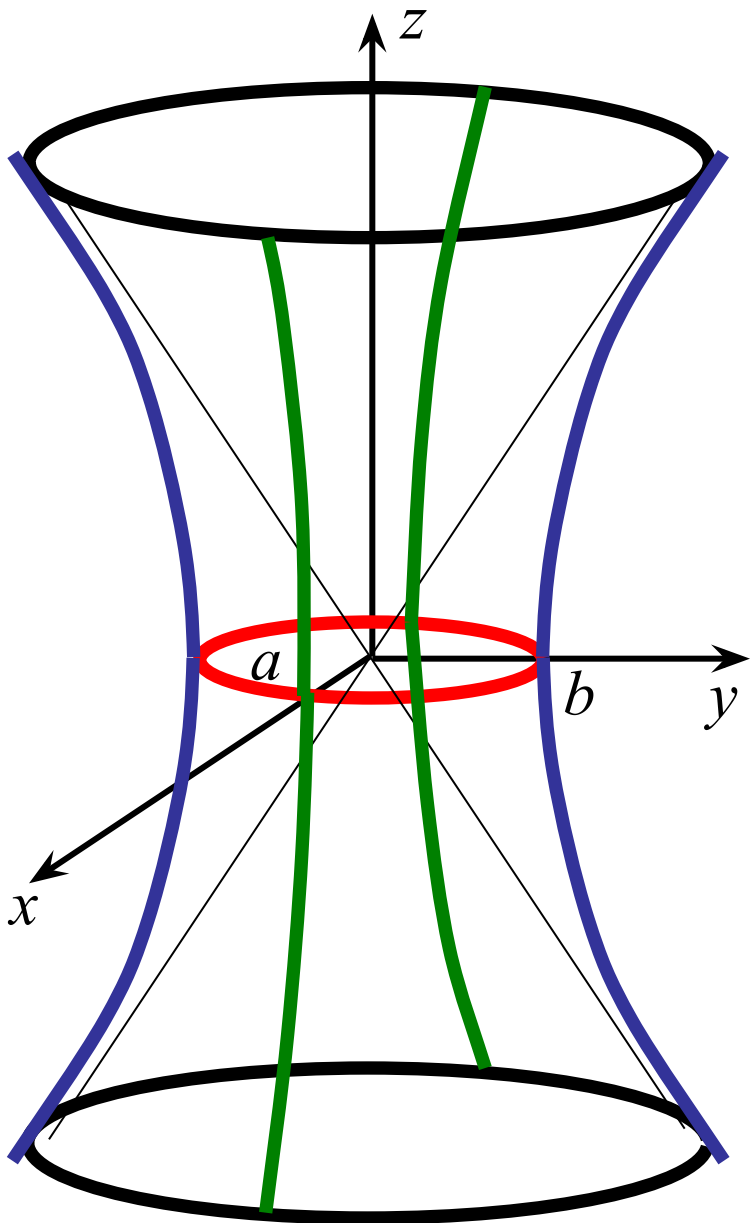
ОПРЕДЕЛЕНИЕ. **Однополостным гиперболоидом** называется геометрическое место точек пространства, координаты которых в некоторой декартовой системе координат удовлетворяют уравнению

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1, \quad (2)$$

где a, b, c – положительные константы.

Система координат, в которой однополостный гиперболоид имеет уравнение (2) называется его **канонической системой координат**, а уравнение (2) – **каноническим уравнением однополостного гиперболоида**.

✓ **Замечание** Однополостный гиперболоид имеет центр симметрии $O(0; 0; 0)$ и три плоскости симметрии xOy , xOz , yOz .



Величины a , b и c называются **полуосями** однополостного гиперболоида.

Если $a = b$, то однополостный гиперболоид является **поверхностью вращения**. Он получается в результате вращения вокруг своей мнимой оси гиперболы

$$\frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

ИССЛЕДОВАНИЕ КАНОНИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ОДНОПОЛОСТНОГО ГИПЕРБОЛОИДА

1) Сечения плоскостями $x = h$:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1, \\ x = h. \end{cases} \Rightarrow \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 - \frac{h^2}{a^2}.$$

Это уравнение определяет

- а) при $|h| < a$ — гиперболу, с действительной осью $\parallel Oy$;
- б) при $|h| > a$ — гиперболу, с действительной осью $\parallel Oz$;
- в) при $|h| = a$ — пару прямых.

3) Сечения плоскостями $y = h$:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1, \\ y = h. \end{cases} \Rightarrow \frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 - \frac{h^2}{b^2}.$$

Это уравнение определяет

- а) при $|h| < b$ — гиперболу, с действительной осью $\parallel Ox$;
- б) при $|h| > b$ — гиперболу, с действительной осью $\parallel Oz$;
- в) при $|h| = b$ — пару прямых.

3) Сечения плоскостями $z = h$:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1, \\ z = h. \end{cases} \Rightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 + \frac{h^2}{c^2}.$$

Это уравнение определяет **эллипс** при любом h .

При $h = 0$ полуоси эллипса будут наименьшими.

Этот эллипс называют **горловым эллипсом** однополостного гиперболоида.

✓ *Замечание.*

Уравнения

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1, \quad -\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

определяют однополостные гиперболоиды,

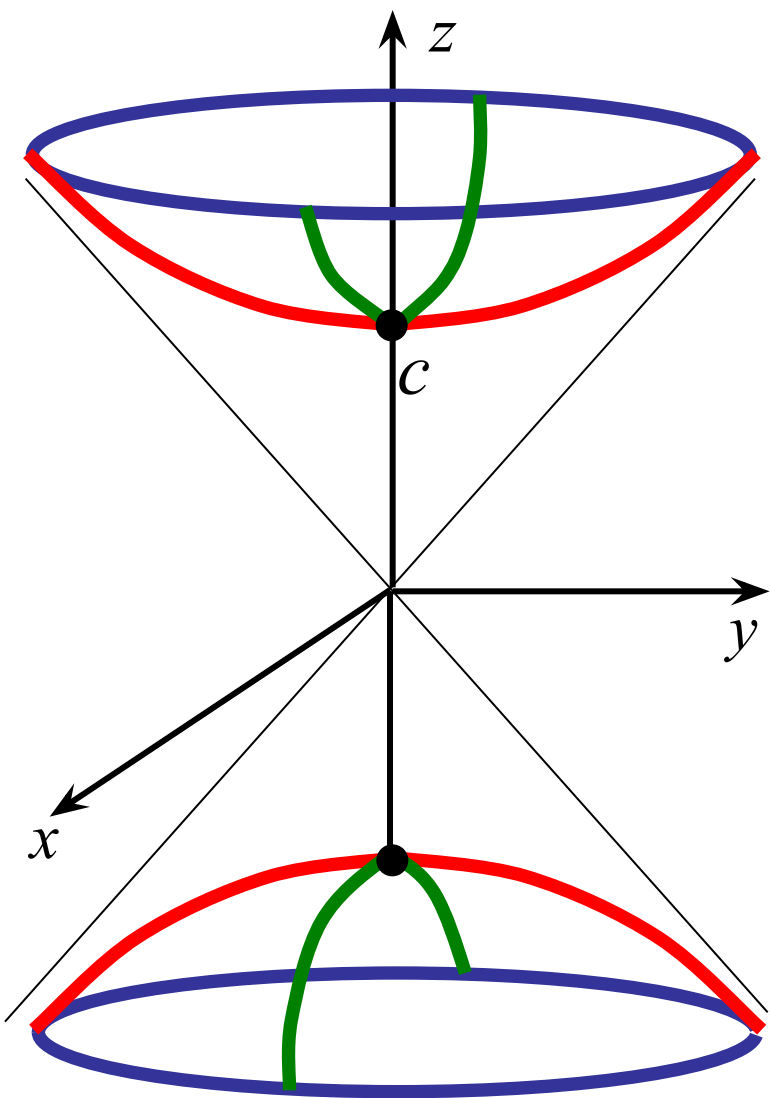
но они «вытянуты» вдоль оси Oy и Ox соответственно.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. *Двуполостным гиперболоидом* называется геометрическое место точек пространства, координаты которых в некоторой декартовой системе координат удовлетворяют уравнению

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1, \quad (3)$$

где a, b, c – положительные константы.

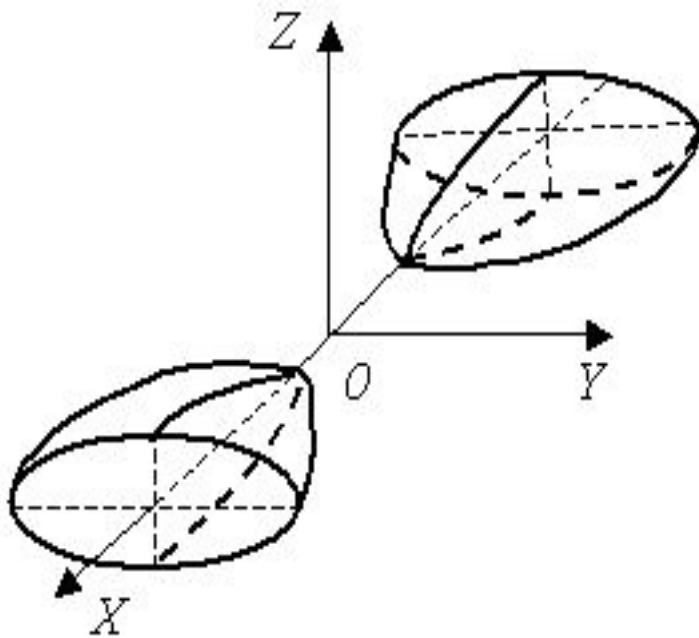
Система координат, в которой двуполостный гиперболоид имеет уравнение (3) называется его *канонической системой координат*,
а уравнение (3) – *каноническим уравнением двуполостного гиперболоида*.



Величины a , b и c называются **полуосями** двуполостного гиперболоида.

Если $a = b$, то двуполостный гиперboloид является **поверхностью вращения**. Он получается в результате вращения вокруг своей действительной оси гиперболы

$$-\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$



- Двуполостный гиперboloид имеет центр симметрии
- $O(0; 0; 0)$
- и три плоскости симметрии xOy , xOz , yOz .

ИССЛЕДОВАНИЕ КАНОНИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ДВУПОЛОСТНОГО ГИПЕРБОЛОИДА

1) Сечения плоскостями $x = h$:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1, \\ x = h. \end{cases} \Rightarrow \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1 - \frac{h^2}{a^2}.$$

При любом h это уравнение определяет **гиперболу**, с действительной осью $\parallel Oz$.

2) Сечения плоскостями $y = h$:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1, \\ y = h. \end{cases} \Rightarrow \frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1 - \frac{h^2}{b^2}.$$

При любом h это уравнение определяет **гиперболу**, с действительной осью $\parallel Oz$.

3) Сечения плоскостями $z = h$:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1, \\ z = h. \end{cases} \Rightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = -1 + \frac{h^2}{c^2}.$$

Это уравнение определяет

- а) при $|h| > c$ — **эллипс** (причем, чем больше $|h|$,
тем больше полуоси эллипса);
- б) при $|h| = c$ — **точку** $C_{2,1}(0; 0; \pm c)$;
- в) при $|h| < c$ — **мнимую кривую**.

Замечание.

Уравнения

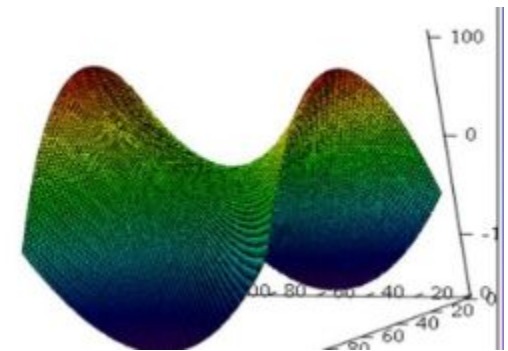
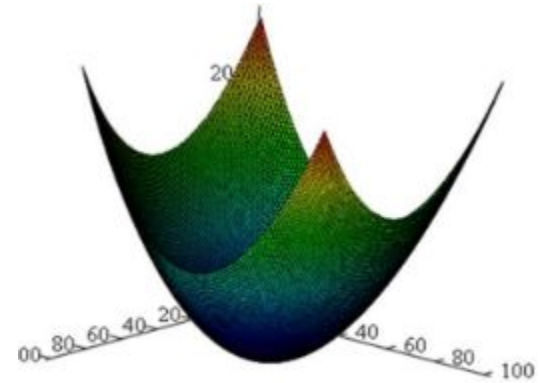
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = -1 \quad \text{и} \quad -\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = -1$$

тоже определяют двуполостные гиперболоиды, но они «вытянуты» вдоль оси Oy и Ox соответственно.

Параболоиды

Параболоиды делятся на

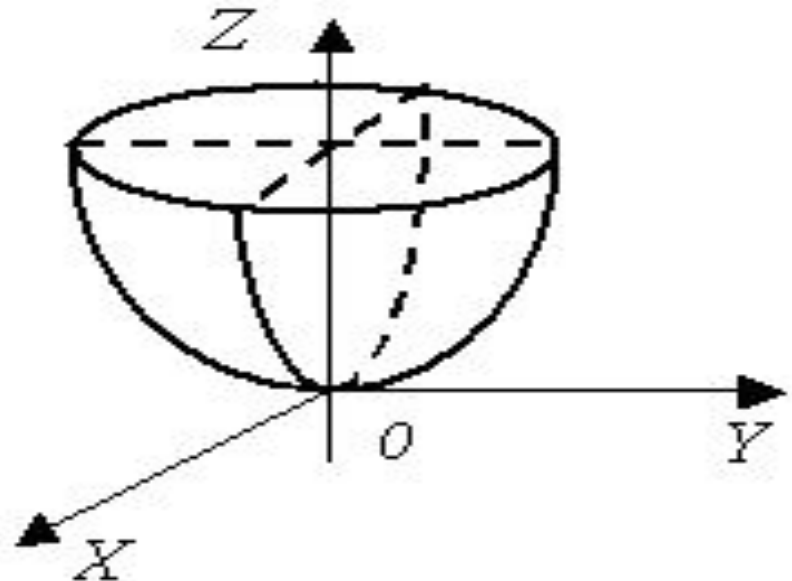
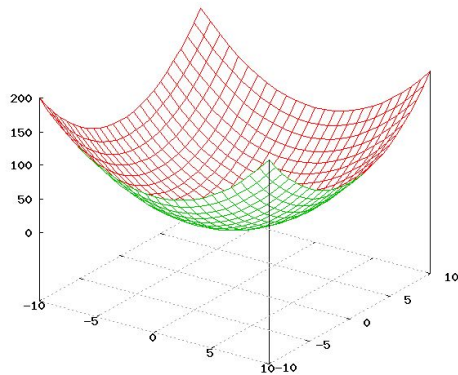
- Эллиптические;
- и
- Гиперболические.



Параболоиды

- ▣ **Определение** **Эллиптический параболоид** – поверхность, которая в некоторой системе декартовых прямоугольных координат, определяется уравнением

$$2z = \frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q}$$



Параболоиды

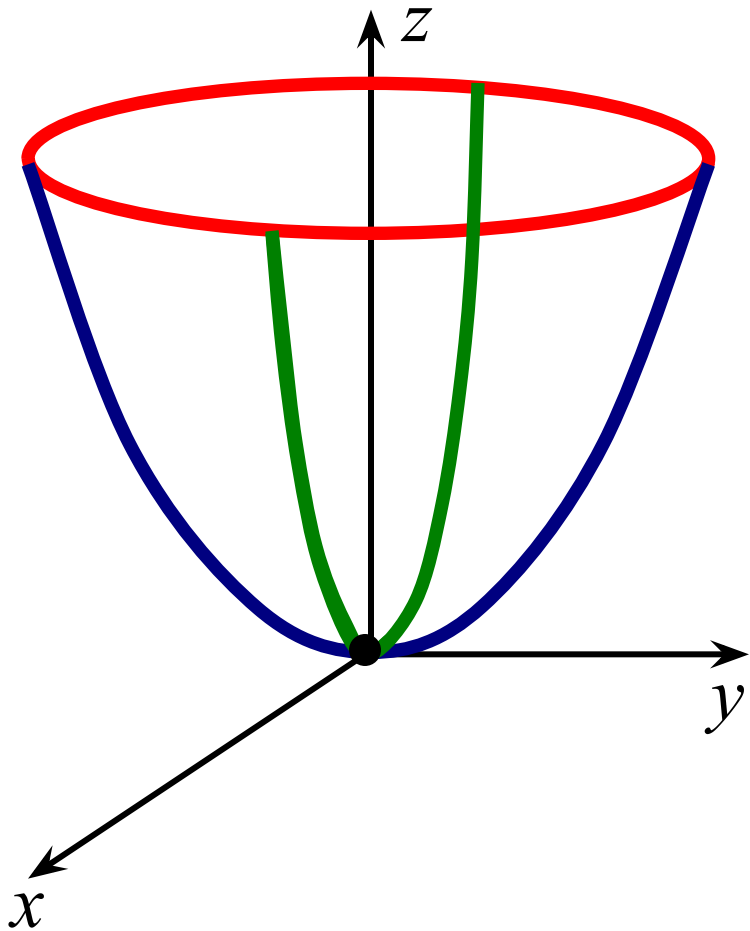
ОПРЕДЕЛЕНИЕ. **Эллиптическим параболоидом** называется геометрическое место точек пространства, координаты которых в некоторой декартовой системе координат удовлетворяют уравнению

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2z, \quad (5)$$

где a, b – положительные константы.

Система координат, в которой эллиптический параболоид имеет уравнение (5) называется его **канонической системой координат**, а уравнение (5) – **каноническим уравнением эллиптического параболоида**.

Эллиптический параболоид имеет две плоскости симметрии xOz, yOz .



Величины a и b называются *параметрами* параболоида. Точка O называется *вершиной параболоида*.

Если $a = b$, то параболоид является *поверхностью вращения*. Он получается в результате вращения вокруг оси Oz параболы

$$y^2 = 2b^2 z$$

Эллиптический параболоид это поверхность, которая получается при движении одной параболы вдоль другой (вершина параболы скользит по параболе, оси подвижной и неподвижной параболы параллельны, ветви направлены в одну сторону).

ИССЛЕДОВАНИЕ КАНОНИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ПАРАБОЛОИДА

1) Сечения плоскостями $x = h$:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2z, \\ x = h. \end{cases} \Rightarrow \frac{y^2}{b^2} = 2z - \frac{h^2}{a^2}.$$

При любом h это уравнение определяет **параболу**. Ее ось $\parallel Oz$, ветви направлены вверх, параметр $p = b^2$. При $h \neq 0$ вершина параболы смещена вверх.

2) Сечения плоскостями $y = h$:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2z, \\ y = h. \end{cases} \Rightarrow \frac{x^2}{a^2} = 2z - \frac{h^2}{b^2}.$$

При любом h это уравнение определяет **параболу**. Ее ось $\parallel Oz$, ветви направлены вверх, параметр $p = a^2$. При $h \neq 0$ вершина параболы смещена вверх.

3) Сечения плоскостями $z = h$:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2z, \\ z = h. \end{cases} \Rightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2h.$$

Это уравнение определяет

- а) при $h > 0$ – **эллипс** (причем, чем больше h ,
тем больше полуоси эллипса);
- б) при $h = 0$ – **точку** $O(0; 0; 0)$;
- в) при $h < 0$ – **мнимую кривую**.

✓ **Замечания:**

1) Уравнение

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = -2z$$

тоже определяет эллиптический параболоид, но «развернутый» вниз.

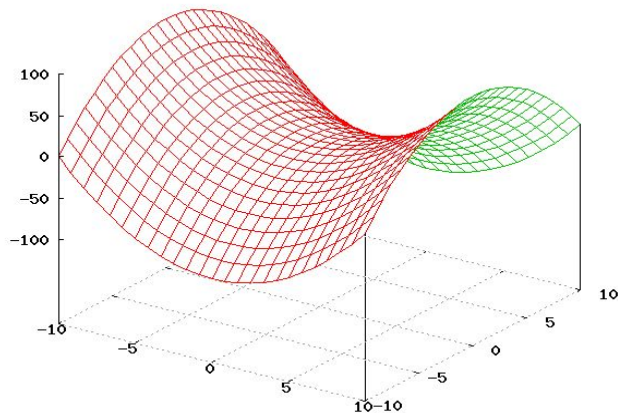
2) Уравнения

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = \pm 2y, \quad \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = \pm 2x$$

определяют эллиптические параболоиды, с осями симметрии Oy и Ox соответственно.

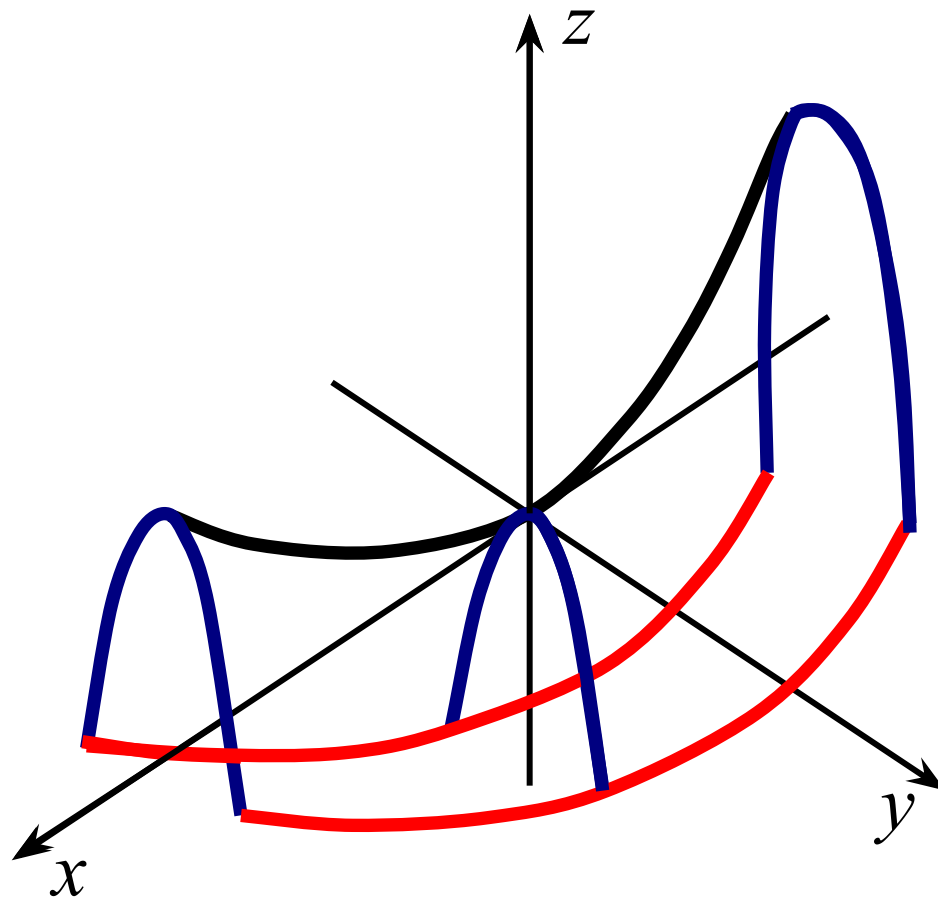
▣ **Определение** **Гиперболический параболоид** — поверхность определяемая уравнением

$$2z = \frac{x^2}{p} - \frac{y^2}{q}$$



Ввиду схожести гиперболический параболоид называют «седлом».

Гиперболический параболоид имеет две плоскости симметрии xOz , yOz .



Величины a и b называются **параметрами** параболоида.

Гиперболический параболоид это поверхность, которая получается при движении одной параболы вдоль другой (вершина параболы скользит по параболе, оси подвижной и неподвижной параболы параллельны, ветви направлены в разные стороны).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. *Гиперболическим параболоидом* называется геометрическое место точек пространства, координаты которых в некоторой декартовой системе координат удовлетворяют уравнению

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2z, \quad (6)$$

где a, b – положительные константы.

Система координат, в которой гиперболический параболоид имеет уравнение (6) называется его *канонической системой координат*, а уравнение (6) – *каноническим уравнением гиперболического параболоида*.

ИССЛЕДОВАНИЕ КАНОНИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ПАРАБОЛОИДА

1) Сечения плоскостями $x = h$:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2z, \\ x = h. \end{cases} \Rightarrow -\frac{y^2}{b^2} = 2z - \frac{h^2}{a^2}.$$

При любом h это уравнение определяет **параболу**. Ее ось $\parallel Oz$, ветви направлены вниз, параметр $p = b^2$. При $h \neq 0$ вершина параболы смещена вверх.

2) Сечения плоскостями $y = h$:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2z, \\ y = h. \end{cases} \Rightarrow \frac{x^2}{a^2} = 2z + \frac{h^2}{b^2}.$$

При любом h это уравнение определяет **параболу**. Ее ось $\parallel Oz$, ветви направлены вверх, параметр $p = a^2$. При $h \neq 0$ вершина параболы смещена вниз.

3) Сечения плоскостями $z = h$:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2z, \\ z = h. \end{cases} \Rightarrow \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2h.$$

Это уравнение определяет

а) при $h \neq 0$ – гиперболу
при $h > 0$ – действительная ось гиперболы $\parallel Ox$,
при $h < 0$ – действительная ось гиперболы $\parallel Oy$;

б) при $h = 0$ – пару прямых .

✓ Замечания:

1) Уравнение

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -2z$$

тоже определяет гиперболический параболоид, но «развернутый» вниз.

2) Уравнения

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{b^2} = \pm 2y, \quad \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{b^2} = \pm 2x$$

определяют гиперболические параболоиды, у которых «неподвижные параболы» лежат в плоскости xOy и имеют оси Oy и Ox соответственно.

Цилиндрические поверхности второго порядка

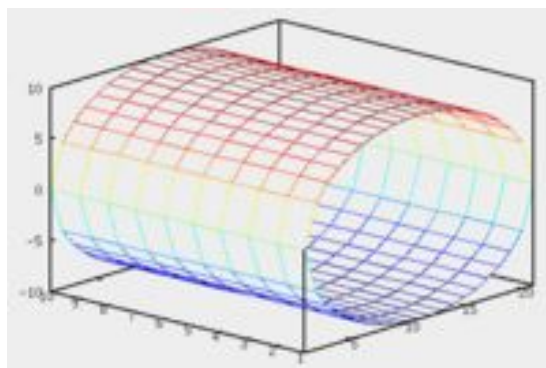
- ▣ **Определение** *Цилиндрическая поверхность* - поверхность, образованная прямыми (образующими), параллельными некоторой данной прямой и пересекающими данную линию (направляющую).

$$F(x, y) = 0$$

- **Определение** Тело, ограниченное замкнутой конечной цилиндрической поверхностью
- и двумя сечениями, благодаря которым она была получена, называется *цилиндром*.

Классификация цилиндрических поверхностей второго порядка

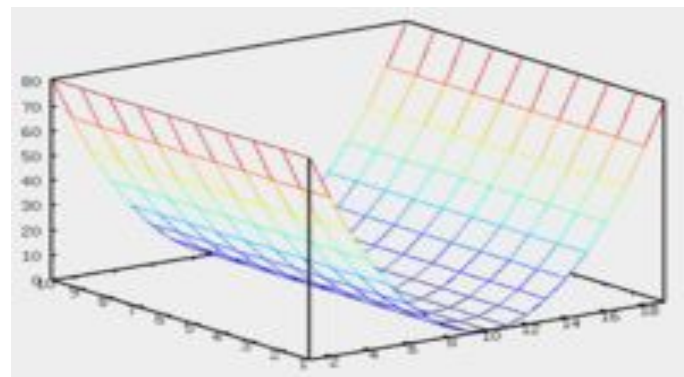
■ Эллиптический цилиндр



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

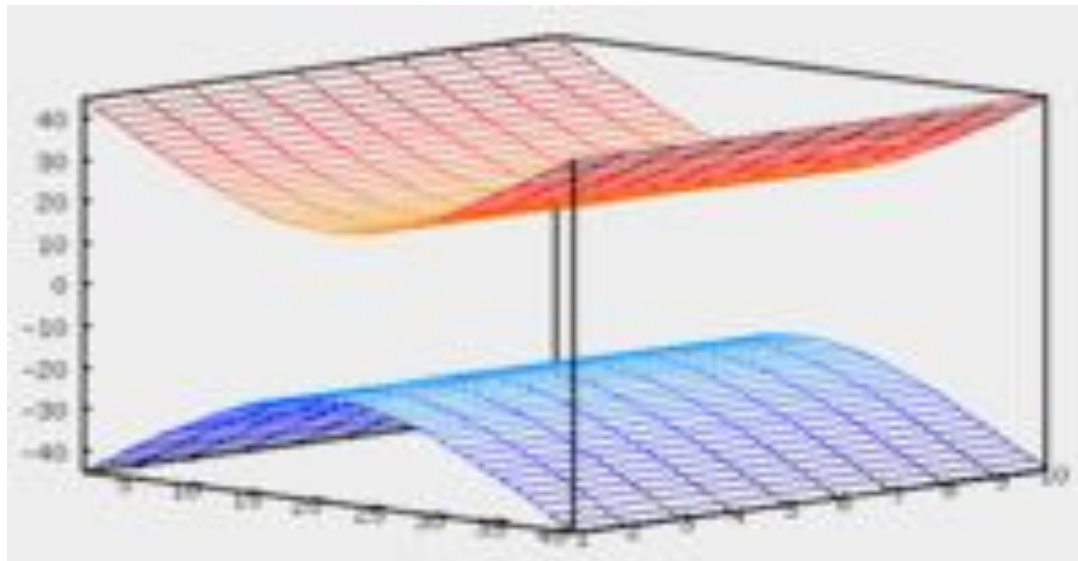
Параболический цилиндр

$$y^2 = 2px$$



▣ Гиперболический цилиндр

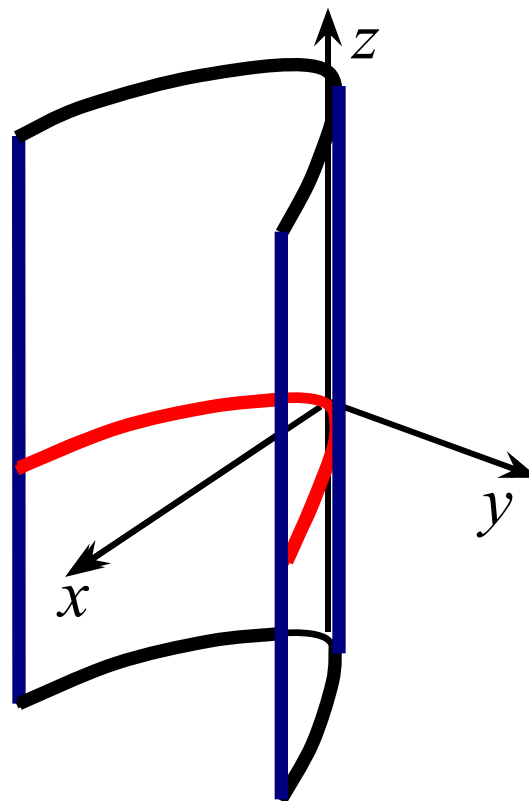
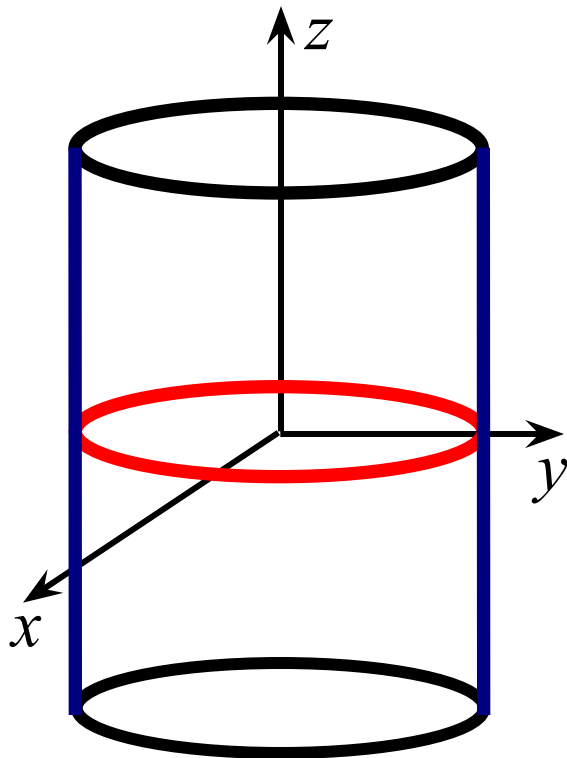
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$



Цилиндры

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. **Цилиндрической поверхностью (цилиндром)** называется поверхность, которую описывает прямая (называемая **образующей**), перемещающаяся параллельно самой себе вдоль некоторой кривой (называемой **направляющей**).

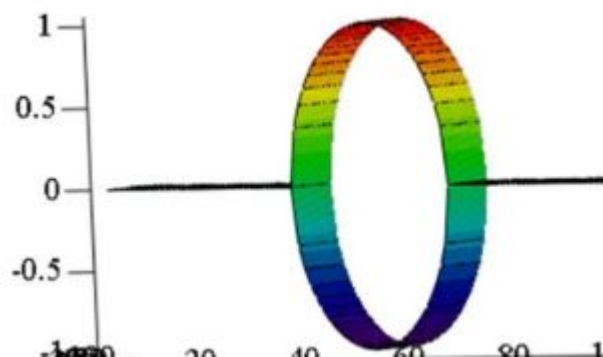
Цилиндры называют по виду направляющей: круговые, эллиптические, параболические, гиперболические.



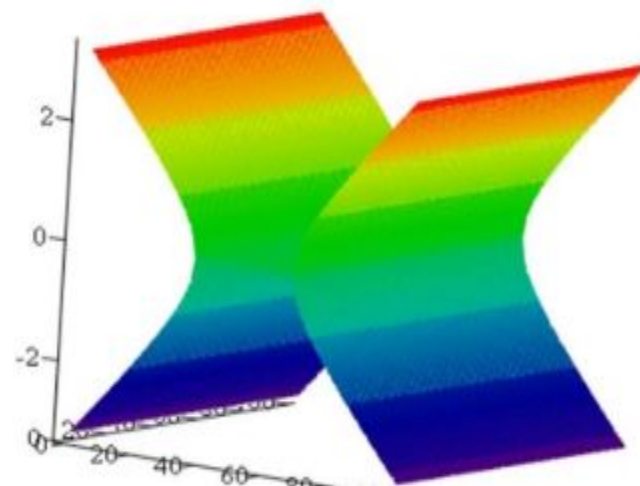
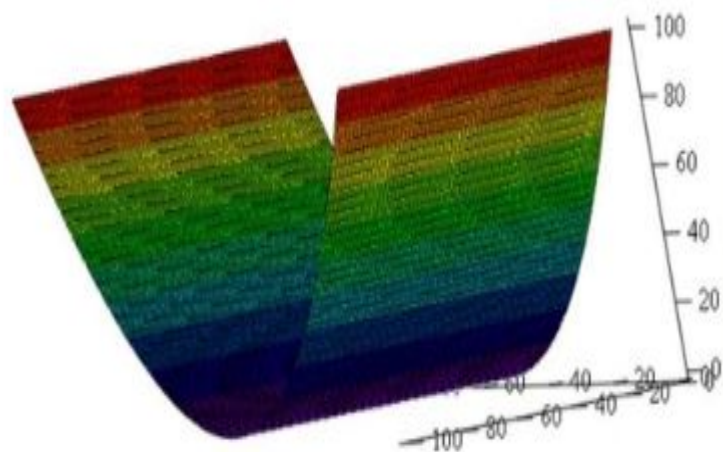
Замечание Цилиндр в некоторой декартовой системе координат задается уравнением, в которое не входит одна из координат.

Кривая, которую определяет это уравнение в соответствующей координатной плоскости, является направляющей цилиндра; а образующая – параллельна оси отсутствующей координаты.

Цилиндры

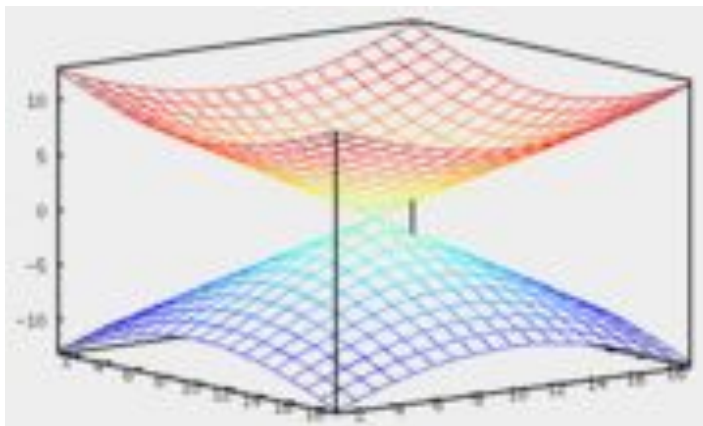


Параболический цилиндр



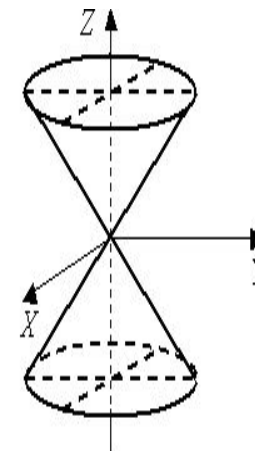
Конические поверхности 2-го порядка

- ▣ **Определение** *Коническая поверхность* - поверхность, образованная прямыми (**образующими конуса**), проходящими через данную точку (**вершину конуса**) и пересекающими данную линию (**направляющую конуса**).



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$$

Кон
ус



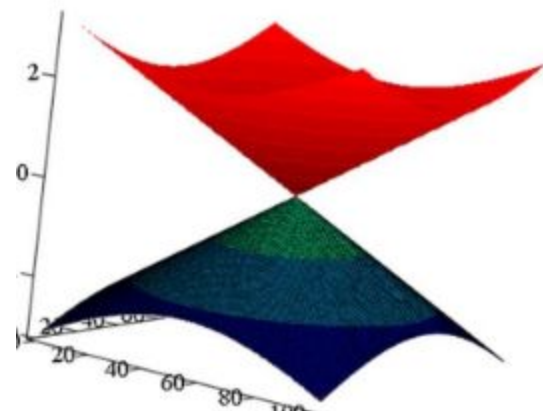
Конус

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. **Конусом** называется геометрическое место точек пространства, координаты которых в некоторой декартовой системе координат удовлетворяют уравнению

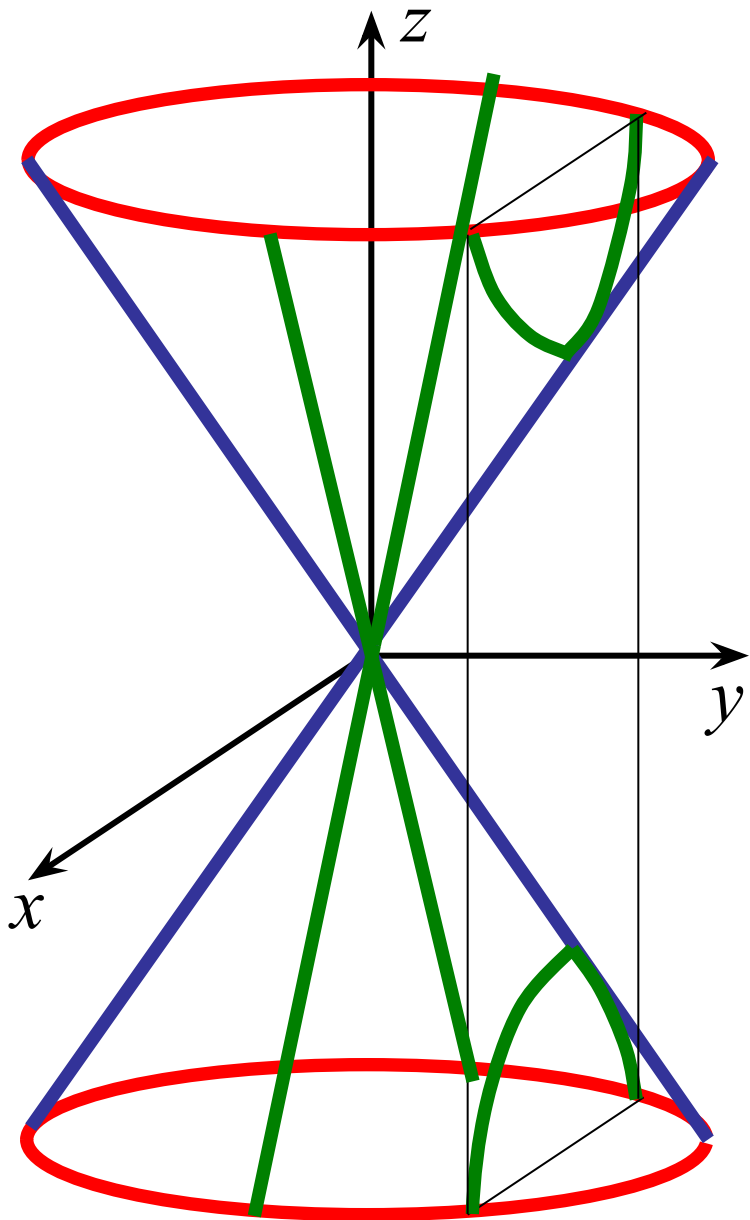
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0, \quad (4)$$

где a, b, c – положительные константы.

Система координат, в которой конус имеет уравнение (4) называется его **канонической системой координат**, а уравнение (4) – **каноническим уравнением конуса**.



Конус имеет центр симметрии $O(0; 0; 0)$ и три плоскости симметрии xOy , xOz , yOz



Величины a , b и c называются ***полуосями*** конуса.

Центр симметрии O называется ***вершиной конуса***.

Если $a = b$, то конус является поверхностью вращения. Он получается в результате вращения вокруг оси Oz прямой

$$z = \frac{c}{b} y$$

ИССЛЕДОВАНИЕ КАНОНИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ КОНУСА

1) Сечения плоскостями $x = h$:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0, \\ x = h. \end{cases} \Rightarrow \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -\frac{h^2}{a^2}.$$

Это уравнение определяет

а) при $h \neq 0$ — гиперболу, с действительной осью $\parallel Oz$;

б) при $h = 0$ — пару прямых.

2) Сечения плоскостями $y = h$:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0, \\ y = h. \end{cases} \Rightarrow \frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = -\frac{h^2}{b^2}.$$

Это уравнение определяет

а) при $h \neq 0$ – **гиперболу**, с действительной осью $\parallel Oz$;

б) при $h = 0$ – **пару прямых**.

3). Сечения плоскостями $z = h$:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0, \\ z = h. \end{cases} \Rightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{h^2}{c^2}.$$

Это уравнение определяет

а) при $h \neq 0$ – **эллипс** (причем, чем больше $|h|$,
тем больше полуоси эллипса);

б) при $h = 0$ – **точку** $O(0; 0; 0)$.

✓ *Замечание.*

Уравнения

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 0 \quad \text{и} \quad -\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 0$$

тоже определяют конусы, но они «вытянуты» вдоль оси Oy и Ox соответственно.