

Лекция 10

Уравнения состояния термодинамических систем

- 1. Уравнение состояния идеального газа**
- 2. Основные положения молекулярно-кинетической теории**
- 3. Теплоёмкость идеального газа**
- 4. Адиабатический процесс**
- 5. О политропических процессах**

1. Уравнение состояния идеального газа

Состояние термодинамического равновесия описывается набором параметров термодинамической системы, которые однозначно соответствуют этому состоянию. Такой набор может быть избыточным. В этом случае часть параметров системы полностью определяет другие её параметры, и при проведении термодинамического описания их можно исключить.

Зависимость между параметрами состояния термодинамической системы выражается **уравнением состояния**, которое позволяет определять одни параметры состояния через другие.

Параметры состояния термодинамической системы обладают свойствами термодинамических потенциалов, - то есть их значения не зависят от того, каким образом система пришла в данное состояние, а определяются только самим термодинамическим состоянием. Примерами параметров состояния являются: **давление, объем, температура и количество вещества**.

Уравнение состояния термодинамической системы представляет собой аналитическую формулу, связывающую параметры состояния системы. Если состояние системы может быть полностью описано с помощью трех параметров: давления P , объема V и температуры T , то **уравнение состояния** в самом общем виде будет иметь форму: $f(P, V, T) = 0$.

Конкретный вид этой формулы зависит от физических свойств рассматриваемой термодинамической системы.

Обобщение многочисленных экспериментальных данных показывает, что большинство газов при комнатной температуре и давлении порядка одной атмосферы (при нормальных условиях) с достаточно высокой точностью могут быть описаны уравнением состояния, называемым **уравнением Клапейрона-Менделеева**: $PV = \nu RT$, где: P - давление газа, V - занимаемый им объем, ν - количество молей газа, R - универсальная газовая постоянная, T - абсолютная температура.

Уравнение Клапейрона-Менделеева описывает состояние идеального газа. При нормальных условиях наиболее близкими по своим свойствам к идеальному газу являются водород и гелий.

Абсолютная температура T . Она связана с температурой, определенной по шкале Цельсия, выражением: $T = t + 273,15$, где t - численное значение температуры по шкале Цельсия. Единицей измерения температуры T в абсолютной шкале температур является кельвин (K), численно совпадающий с единицей измерения температуры по шкале Цельсия - градусом Цельсия ($^{\circ}C$).

В соответствии с уравнением *Клапейрона-Менделеева* при абсолютной температуре $T = 0$ К произведение PV обращается в ноль. Это значение температуры называется *абсолютным нулем температуры*. Так же как и произведение давления на объем PV , абсолютная температура не может иметь отрицательных значений. $t = -273,15$ °C.

Параметр ν характеризует *количество вещества*. С молекулярно-кинетической точки зрения, эта величина пропорциональна количеству молекул, входящих в систему. Очевидно, что от количества молекул в системе будут зависеть ее термодинамические свойства. Поэтому ν также как P , V , и T является термодинамическим параметром системы. Так как термодинамика не рассматривает молекулярную структуру вещества, то в ее рамках количество вещества может быть определено только из термодинамических соотношений на основе экспериментальных данных.

Проведенные опыты показали, что соотношение между параметрами P , V , и T для разных газов остается одинаковым, если между их массами поддерживается определенное постоянное соотношение. Например, коэффициент пропорциональности между произведением давления газа на его объем: PV , и температурой T остается одинаковым как для 2 грамм водорода, так и для 32 грамм кислорода. Из этого следует, что количество вещества ν можно определить как отношение массы M газа к некоторой постоянной для данного газа величине μ : $\nu = M/\mu$, где μ - называется *молярной массой* или массой одного *моля* вещества.

Понятие количества вещества исторически было сначала введено в химии для определения соотношения между массами вступающих в реакцию и получаемых в ней химических веществ. Это наложило отпечаток на определение единицы измерения количества вещества. Количество вещества измеряется в молях. Эта единица измерения внесена в список основных единиц системы СИ.

Одним молем какого-либо вещества называется количество этого вещества, содержащее столько же молекул, сколько содержится в 12 граммах изотопа углерода ^{12}C .

Количество молекул в одном моле любого вещества одинаково и численно равно *постоянной Авогадро*, названной в честь итальянского физика и химика *Амедео Авогадро* (1776 - 1856). Величина этой постоянной определялась экспериментально и численно равна: $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$.

Постоянная Авогадро связана с величиной, называемой *атомной единицей массы (а.е.м.)*. Эта величина *численно равна одной двенадцатой массы изотопа углерода ^{12}C* : $M_{\text{а.е.м.}} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$.

Отношение одного грамма (10^{-3} кг) к атомной единице массы дает значение постоянной Авогадро.

Массу одного атома m_a можно определить как произведение атомной единицы массы $M_{\text{а.е.м.}}$ на атомную массу элемента A , указанную в таблице Менделеева:

$$m_a = M_{\text{а.е.м.}} \cdot A.$$

Масса одной молекулы m определяется как сумма масс атомов, входящих в неё. Умножение получившегося выражения на постоянную Авогадро дает *молярную массу вещества*: $\mu = mN_A$.

Молярная масса измеряется в кг/моль.

В уравнении Клапейрона-Менделеева в качестве коэффициента пропорциональности между величинами PV и T стоит произведение количества вещества ν на коэффициент R , который называется **универсальной газовой постоянной**. Эта одинаковая для всех газов величина равна: $R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$.

Уравнение Клапейрона-Менделеева приводится к виду $PV = \frac{M}{\mu} RT$.

Если при протекании процесса температура остается неизменной ($T = \text{const}$), то такой процесс называется **изотермическим** и описывается уравнением $PV = \text{const}$.

Если при протекании процесса остается неизменным давление ($P = \text{const}$), то процесс называется **изобарическим** и описывается уравнением $V/T = \text{const}$.

Если оставлять неизменным объем газа ($V = \text{const}$), то происходящий при этом процесс будет называться **изохорическим**: и описываться уравнением: $P/V = \text{const}$.

Процессы в идеальном газе, происходящие при постоянстве одного из параметров состояния: температуры, давления или объема, называются **изопроцессами**.

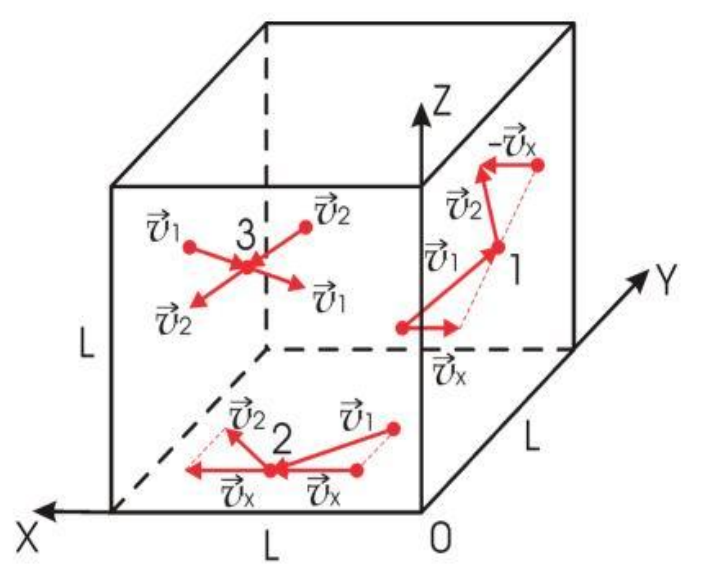
2. Основные положения молекулярно-кинетической теории

В молекулярно-кинетической теории элементарным объектом является *молекула - мельчайшая частица вещества, определяющая его физико-химические свойства.*

Основное положение молекулярно-кинетической теории заключается в том, что вещество состоит из мельчайших частиц - молекул. Все молекулы находятся в постоянном беспорядочном тепловом движении, при котором они обмениваются импульсами и энергией.

С точки зрения молекулярно-кинетической теории *идеальным газом называется газ, молекулы которого являются материальными точками, то есть расстояния между молекулами намного превосходят их размеры, а единственный вид их взаимодействий между собой - упругие механические столкновения.*

Взаимодействие молекул со стенками описывается моделью упругих соударений с зеркальным отражением.



Рассмотрим сосуд в виде куба с ребром длиной L , а оси координат OX , OY и OZ направим параллельно трем ребрам куба.

Если молекула массой m_i , имеющая составляющую скорости v_{xi} вдоль оси OX , сталкивается со стенкой сосуда, расположенной в плоскости YOZ , то этой стенке будем передан импульс: $p_{xi} = 2m_i v_{xi}$.

Считая, что молекула, летящая вдоль оси OX , не испытывает соударений с другими молекулами газа, промежуток времени τ_{xi} между соударениями: $\tau_{xi} = 2L/v_{xi}$

Тогда силу F_{xi} и давление P_{xi} , действующие со стороны рассматриваемой молекулы на стенку сосуда, расположенную в плоскости YOZ , можно рассчитать по следующим формулам:

$$F_{xi} = p_{xi} / \tau_{xi} = m_i v_{xi}^2 / L,$$

$$P_{xi} = F_{xi} / L^2 = m_i v_{xi}^2 / V, \text{ аналогично } P_{yi} = m_i v_{yi}^2 / V, P_{zi} = m_i v_{zi}^2 / V.$$

где: $V = L^3$ - объем, занимаемый газом внутри сосуда.

Предполагая газ изотропным, можно считать, что значения величин давлений на различные стенки сосуда в среднем одинаковы: $P_{xi} = P_{yi} = P_{zi} = P_i$

Тогда имеем:

$$3P_i = \frac{m_i (v_{xi}^2 + v_{yi}^2 + v_{zi}^2)}{V} = \frac{m_i v_i^2}{V}$$

где: v_i^2 - значение квадрата скорости i -ой молекулы.

Это выражение позволяет получить зависимость между давлением и кинетической энергией E_{Ki} для i -ой молекулы:

$$P_i V = \frac{m_i v_i^2}{3} = \frac{2}{3} E_{Ki}$$

Для нахождения уравнения для полного давления необходимо просуммировать выражение по всем молекулам газа:

$$PV = \sum_{i=1}^N \frac{m_i v_i^2}{3} = \frac{2}{3} E_{\Sigma}$$

где: E_{Σ} - суммарная кинетическая энергия поступательного движения всех молекул газа.

Если суммарная кинетическая энергия идеального газа постоянна: $E_{\Sigma} = \text{const}$, то $PV = \text{const}$. Тогда используя уравнение Клапейрона-Менделеева получить:

$$E_{\Sigma} = \frac{3}{2} \nu RT$$

То есть, *абсолютная температура идеального газа есть мера кинетической энергии поступательного движения его молекул.*

Поскольку у идеального газа отсутствует потенциальная энергия взаимодействия молекул между собой, то их суммарную кинетическую энергию можно считать равной внутренней энергии идеального газа. Поэтому, температура также является мерой внутренней энергии идеального газа в состоянии термодинамического равновесия.

Среднюю кинетическую энергию поступательного движения одной молекулы будет:

$$E_K = \frac{E_{\text{моля}}}{N_A} = \frac{3}{2} \frac{RT}{N_A}$$

Или, если ввести новую постоянную: $k = R/N_A = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К,

которая называется *постоянной Больцмана*, то получаем следующее выражение:

$$E_K = \frac{3}{2} kT$$

Уравнение Клапейрона-Менделеева может быть преобразовано к виду:

$PV = NkT$, где суммарное число молекул газа равно: $N = \nu N_A$. Деление этого выражения на объем газа V позволяет получить уравнение для давления: $P = nkT$, или:

$$P = \frac{2}{3} n E_K$$

$n = N/V$ - концентрация молекул газа.

Уравнение $P = nkT$ позволяет определить давление смеси газов. Из него следует, что давление, создаваемое идеальным газом, не зависит от физико-химических свойств молекул, образующих газ. Считая газы находящимися в равновесном состоянии, концентрацию молекул в смеси n_Σ :

$$n_\Sigma = \sum_{j=1}^K n_j, \text{ где } k - \text{число газов в смеси.}$$

$$P_\Sigma = \sum_{j=1}^K P_j, \text{ где } P_j - \text{давление } j\text{-го газа смеси.}$$

Это есть описание закона, открытый Джоном Дальтоном (1766 - 1844), который заключается в *равенстве давления, создаваемого смесью газов, сумме давлений всех газов, составляющих эту смесь.*

До сих пор мы рассматривали модель идеального газа, молекулы которого считались материальными точками, то есть одноатомный газ. Для таких молекул число их *степеней свободы*, в соответствии с классической механикой, равняется количеству координат, необходимому для задания их положения в пространстве. Очевидно, что число координат в трехмерном пространстве, а следовательно и число степеней свободы одноатомного газа, равно трем.

В случае двухатомные молекулы имеют дополнительно две вращательные степени свободы, так как учет вращения вокруг оси, соединяющей атомы, считающиеся материальными точками, не имеет смысла. Следовательно, для такой молекулы общее число её степеней свободы равно пяти. Для молекул, состоящих из трех и более жестко связанных атомов, число дополнительных вращательных степеней свободы равно трем, а суммарное число степеней свободы - соответственно шести.

Если атомы в молекуле связаны не жесткой, а упругой связью, то кроме вращательных, появляются еще и колебательные степени свободы, наличие которых необходимо учитывать при описании свойств многоатомного газа, состоящего из таких молекул.

В одноатомном газе молекула имеет три степени свободы, соответствующие трем пространственным координатам. Тогда на каждую степень свободы молекулы одноатомного газа приходится в среднем кинетическая энергия, равная $kT/2$.

В случае многоатомного газа распределение энергии по степеням свободы его молекул подчиняется **закону равнораспределения энергии по степеням свободы**, который гласит: *средняя кинетическая энергия, приходящаяся при тепловом равновесии на одну степень свободы молекулы равна $kT/2$.*

Таким образом, суммарная кинетическая энергия всех молекул газа E_{Σ} (внутренней энергии идеального газа):

$$E_{\Sigma} = \frac{i}{2} \frac{M}{\mu} RT$$

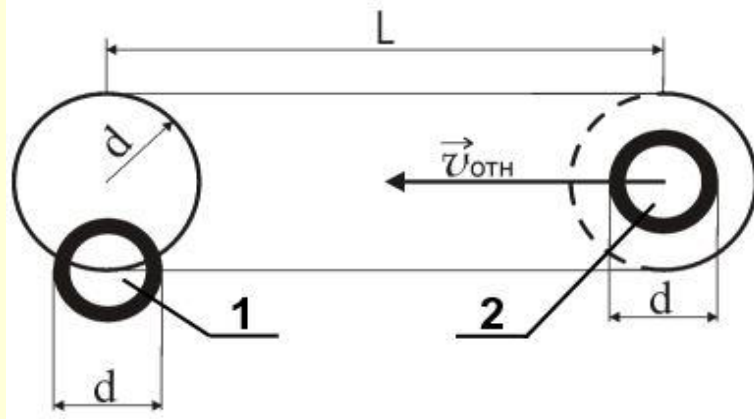
а для нахождения кинетической энергии одной молекулы: $E_{ki} = kT/2$, где i - число степеней свободы молекулы газа.

Для одноатомного газа $i = 3$, а для газа, молекулы которого состоят из двух жестко связанных атомов $i = 5$, для жестких, многоатомных молекул $i = 6$.

При расчете энергии многоатомных молекул с колебательными степенями свободы необходимо, кроме кинетической энергии атомов в молекуле, учитывать потенциальную энергию взаимодействия этих атомов. Поэтому при учете колебательных степеней свободы необходимо энергию молекулы увеличивать на величину kT (а число i соответственно на два).

Оценим *длину свободного пробега* молекул газа. Эта величина численно равна *среднему расстоянию, которое пролетает молекула между очередными её столкновениями с другими молекулами газа*.

Будем считать, что молекулы идеального газа представляют собой твёрдые шары, диаметром d , которые взаимодействуют друг с другом только путём упругих соударений при непосредственном соприкосновении.



Молекулы на рисунке изображены жирными сферами.

Пусть молекула 2 движется проходит расстояние L с момента предыдущего столкновения до столкновения с молекулой 1. Для того, чтобы молекула 2 без столкновений прошла путь L , внутри цилиндра с основанием площадью πd^2 и длиной L не должно быть ни одной другой молекулы газа, кроме молекулы 1. Из этого следует, что на одну молекулу газа в среднем приходится объем величиной $V_0 = \pi d^2 L$.

Так как концентрацию молекул газа n можно представить в виде

$$n = 1/V_0 = 1/(\pi d^2 L), \quad L = 1/(\pi d^2 n).$$

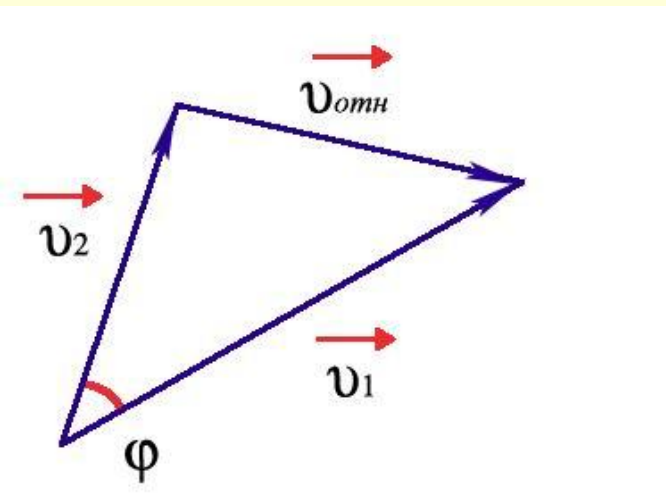
Если в лабораторной системе отсчёта средняя скорость молекул равна $\langle v \rangle$, то длина свободного пробега λ и величина L будут связаны соотношением

$$\lambda = \frac{\langle v \rangle}{\langle v_{\text{отн}} \rangle} L$$

где: $\langle v_{\text{отн}} \rangle$ - среднее значение относительной скорости молекулы 2 в системе отсчёта, связанной с молекулой 1.

По правилу сложения векторов, величину относительной скорости молекул можно определить по формуле: $v_{\text{отн}}^2 = v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2\cos\varphi$ где: v_1 и v_2 - скорости 1 и 2 молекул, φ - угол между направлениями векторов этих скоростей.

Так как скорости молекул могут иметь любые произвольные направления, а средние значения их величин в равновесном газе одинаковые, то усреднение по всем возможным углам дает:



$$\langle v_{\text{отн}}^2 \rangle = \langle v_1^2 \rangle + \langle v_2^2 \rangle = 2\langle v^2 \rangle$$

$$\langle v_{\text{отн}} \rangle = \sqrt{2} \langle v \rangle$$

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$$

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma n}$$

Где $\sigma = \pi d^2$ - **эффективное сечение взаимодействий** молекул.

Определим также среднюю частоту соударений молекулы газа с другими молекулами. Эта величина равна отношению средней скорости молекулы к длине её свободного пробега:

$$f = \frac{\langle v \rangle}{\lambda} = \sqrt{2}\sigma n \langle v \rangle.$$

3. Теплоёмкость идеального газа

Как показывают результаты экспериментов, во многих случаях приращение температуры тела прямо пропорционально количеству теплоты, сообщенного ему. Для количественного описания этого соотношения вводится **Коэффициент пропорциональности $C_{\text{тела}}$ между количеством теплоты, сообщаемого телу, и изменением его температуры, называемым теплоёмкостью:** $C_{\text{тела}} = \delta Q/dT$

Этот коэффициент позволяет определить количество теплоты δQ , которое необходимо сообщить телу для повышения его температуры на величину dT .

Теплоемкость термодинамической системы изменяется при изменении количества вещества в ней. Для описания свойств тела вводится **удельная теплоемкость:** $c = C_{\text{тела}}/M$ и, соответственно, **молярную теплоемкость:** $C = C_{\text{тела}}/\nu$, где M - масса тела, $\nu = M/\mu$ - количество вещества в нём. Эти теплоемкости связаны между собой через молярную массу μ следующим соотношением: $c = C/\mu$.

Теплоемкость, так же как и количество переданной телу теплоты, зависит от того, при осуществлении какого процесса, теплота передавалась этому телу.

Проведем определение теплоёмкости идеального газа в процессе, при котором его объём остаётся неизменным. При таком процессе работа не совершается: $\delta A = 0$, так как нет изменения объема газа. Поэтому, в соответствии с первым началом термодинамики, имеем равенство подведенной к телу теплоты δQ и изменения его внутренней энергии dU : $\delta Q = dU$

$$C_V = \left(\frac{\partial U_{\text{моля}}}{\partial T} \right)_V$$

Символ V после закрывающей скобки указывает на то, что дифференцирование происходит при неизменном значении объема V .

Внутренняя энергия идеального газа, линейно зависят от его температуры. Из этого следует, что молярная теплоемкость идеального газа в изохорическом процессе постоянна: $C_V = \text{const}$, и не зависит от температуры идеального газа. Тогда выражение для его внутренней энергии с точностью до произвольной постоянной, которую обычно принимают равной нулю, можно записать в следующем виде:

$$U = \frac{M}{\mu} C_V T$$

Внутренняя энергия идеального газа зависит только от его температуры и не зависит от других параметров его состояния, в частности от его объема.

Если процесс происходит при постоянном давлении, то:

$$C_P = C_V + P \left(\frac{\partial V_{\text{моля}}}{\partial T} \right)_P$$

Использование уравнения Клапейрона-Менделеева, записанного для одного моля газа $PV_{\text{моля}} = RT$, дает:

$$\left(\frac{\partial V_{\text{моля}}}{\partial T} \right)_P = \frac{R}{P}$$

Тогда для нахождения *молярной теплоемкости при постоянном давлении*:

$$C_P = C_V + R.$$

$C_V = iR/2$, где число степеней свободы i зависит от физико-химической структуры молекулы газа. $C_P = (i + 2)R/2$.

Для одноатомного газа молярная теплоемкость $C_V = 3R/2$, а для газа, молекулы которого состоят из двух жестко связанных атомов $C_V = 5R/2$. Соответственно для газов из жестких, многоатомных молекул $C_V = 3R$.

Закон Дюлонга и Пти: *при постоянном объёме для большинства твёрдых тел, состоящих из простых соединений постоянна молярная теплоёмкость.*

Величина этой теплоемкости равна 24,9 Дж/моль·К. $U_{\text{моля}} = 3N_A kT = 3RT$

Теплоемкость при постоянном давлении больше теплоемкости при постоянном объеме. Это связано с тем, что при изобарическом процессе, в отличие от изохорического, совершается работа, на выполнение которой затрачивается часть подведенной теплоты.

Для адиабатического процесса, когда теплообмен с окружающей средой отсутствует и $\delta Q = 0$, она равна нулю, а для изотермического при $dT = 0$ - бесконечности.

4. Адиабатический процесс

Адиабатически изолированная система, – это системы, которые не обмениваются теплотой с окружающими телами. Процессы, происходящие в такой системе, называются *адиабатическими*. Так как при адиабатических процессах $\delta Q = 0$, то первое начало термодинамики для них можно записать в форме: $\delta A = -dU$.

Совместное применение этого выражения и уравнения Клапейрона-Менделеева позволяет получить уравнение, описывающее адиабатический процесс в идеальном газе:

$$PdV = -MC_V dT/\mu$$

Нахождение полных дифференциалов от правой и левой частей уравнения Клапейрона-Менделеева дает:

$$PdV + VdP = MRdT/\mu.$$

Найдем разность этих формул получим

$$\begin{aligned} VdP &= MRdT/\mu + MC_V dT, \\ VdP &= MC_P dT \end{aligned}$$

Умножим первое выражение на отношение теплоемкостей C_P/C_V и сложим его с последней формулой. Тогда получим

$$\gamma PdV + VdP = 0,$$

где введено обозначение $\gamma = C_P/C_V$ - *показатель адиабаты*.

Можно определить показатель адиабаты через количество степеней свободы i : $\gamma = (i + 2)/i$

Из этого выражения следует, что показатель адиабаты для идеального газа всегда больше единицы. Для одноатомных газов этот показатель равен 1,67, а для двухатомных и многоатомных соответственно 1,4 и 1,33.

Поделив уравнение адиабаты на произведение PV преобразуем его к виду

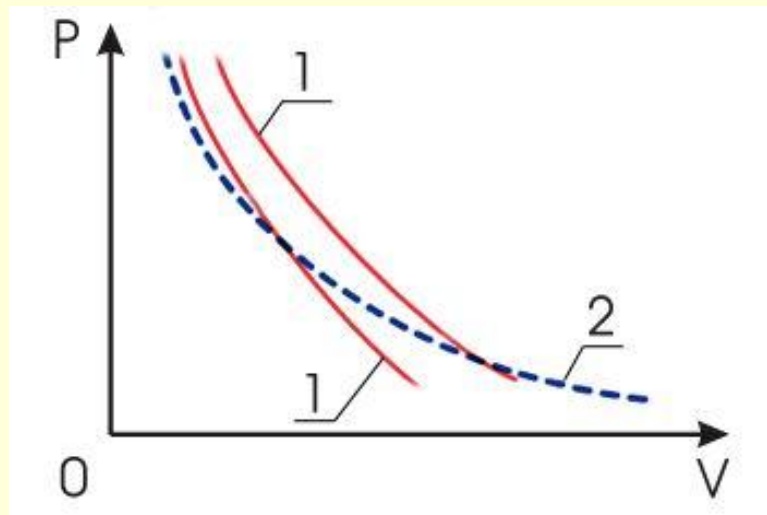
$$\gamma \frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} = 0$$

Или $\gamma d(\ln V) + d(\ln P) = 0$.

Отсюда следует: $d \ln(PV^\gamma) = 0$, или $PV^\gamma = \text{const}$, которая называется **уравнением Пуассона**. Это **уравнение адиабатического процесса для идеального газа, или адиабаты** - кривой, описываемой этим уравнением в переменных P и V .

С помощью уравнения Клапейрона-Менделеева уравнение адиабаты можно переписать, используя другие параметры состояния идеального газа: $TV^{\gamma-1} = \text{const}$, $P^{1-\gamma}T^\gamma = \text{const}$.

Сравнивая уравнение описывающие адиабатический (1) и изотермический (2) процесс, можно убедиться, что адиабата идеального газа, построенная в координатах P и V , всегда идёт круче изотермы.



Поскольку адиабата пересекает все изотермы данной термодинамической системы, возможен адиабатический переход с одной изотермы на другую, путём сжатия или разрежения газа. А посредством изотермического изменения объёма возможен переход с одной адиабаты на другую.

Работу идеального газа в адиабатическом процессе:

$$A_{12} = -\frac{M}{\mu} C_V (T_2 - T_1)$$

где T_1 и T_2 - температуры газа в начале и в конце процесса соответственно. В данном случае работа при переходе из одного состояния системы в другое определяется только функцией состояния системы T , так как путь перехода однозначно задан уравнением Пуассона.

Молярная теплоемкость газа C_V может быть выражена через показатель адиабаты γ : $\gamma = (C_V + R)/C_V$, из которого следует искомое выражение: $C_V = R/(\gamma - 1)$.

С учетом этой формулы работа может быть представлено в форме

$$A_{12} = \frac{M}{\mu} \frac{RT_1}{\gamma - 1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right)$$

На основании уравнения адиабаты запишем соотношение между температурами и объемами газа в начальном и конечном состояниях: $T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$ или

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1}$$

С учетом этого

$$A_{12} = \frac{M}{\mu} \frac{RT_1}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right]$$

или с учетом уравнения Клапейрона-Менделеева

$$A_{12} = \frac{P_1 V_1}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right]$$

Формула может быть получена и непосредственно с помощью интеграла, при подстановке в него уравнения Пуассона, записанного для произвольной точки адиабаты $PV^\gamma = P_1 V_1^\gamma$

Тогда имеем

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} P(V) dV = P_1 V_1^\gamma \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V^\gamma} = \frac{P_1 V_1}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right]$$

5. О политропических процессах

Политропическими процессами называются процессы, происходящие при постоянной теплоемкости. Следовательно, при этих процессах газ, кроме уравнения состояния, подчиняется дополнительному условию

$$C = \text{const},$$

где C – молярная теплоемкость.

Чтобы найти уравнение политропического процесса для идеального газа, надо подставить в уравнение состояния идеального газа вместо δQ выражение

$$\frac{m}{\mu} \cdot C \cdot dT = \frac{m}{\mu} \cdot C_V \cdot dT + P \cdot dV$$

или

$$\frac{m}{\mu} \cdot (C - C_V) \cdot R \cdot dT = R \cdot P \cdot dV \quad .$$

$$d(P \cdot V) = \frac{m}{\mu} \cdot R \cdot dT$$

$$V \cdot dP + P \cdot dV = \frac{m}{\mu} \cdot R \cdot dT$$

После подстановки получим $(C - C_V) \cdot (P \cdot dV + V \cdot dP) = R \cdot P \cdot dV$

Тогда, с учетом уравнения Майера $C_P = C_V + R$, -

$$(C - C_P) \cdot \frac{dV}{V} + (C - C_V) \cdot \frac{dP}{P} = 0 \quad .$$

Введем величину

$$n = \frac{C - C_P}{C - C_V},$$

называемую *показателем политропы*.

Уравнение политропического процесса может быть записано в виде

$$PV^n = const \quad .$$

Все рассмотренные изопроцессы, являются политропическими.

В таблице представлены значения C для различных политропических процессов.

Процесс	n	C
Изобарический	0	C_P
Изотермический	1	∞
Изохорический	∞	C_V
Адиабатический	γ	0