

# ***Подготовка к ЕГЭ по математике.***

***Профильная группа В10, база  
В4.***

- 1. При температуре  $0^{\circ}\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0=10$  м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону  $l(t^{\circ})=l_0(1+\alpha\cdot t^{\circ})$ , где  $\alpha=1,2\cdot 10^{-5}(\text{C}^{\circ})^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t^{\circ}$  — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

$$l - l_0 = l_0(1 + \alpha t) - l_0 = l_0 \alpha t$$

$$l_0 \alpha t = 0,003$$

$$t = \frac{0,003}{l_0 \alpha} = \frac{0,003}{10 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5}} = \text{■}$$

# Задания для самостоятельного решения

- **Задание В10, 4**

При температуре  $0^{\circ}\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 12,5$  м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону  $l(t^0) = l_0(1 + \alpha \cdot t^0)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (^{\circ}\text{C})^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t^0$  — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 6 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

- **Задание В10, 4**

При температуре  $0^{\circ}\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 20$  м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону  $l(t^0) = l_0(1 + \alpha \cdot t^0)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (^{\circ}\text{C})^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t^0$  — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 9 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

- **Задание В10, 4**

При температуре  $0^{\circ}\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 10$  м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону  $l(t^0) = l_0(1 + \alpha \cdot t^0)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (^{\circ}\text{C})^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t^0$  — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 4,5 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

- 2. Некоторая компания продает свою продукцию по цене  $p=500$  руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют  $v=300$  руб., постоянные расходы предприятия  $f=700000$  руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле  $\pi(q)=q(p - v) - f$ . Определите наименьший месячный объем производства  $q$  (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет не меньше 300000 руб.

$$\pi(q) = q(p - v) - f \geq 300000$$

$$q(500 - 300) - 700000 \geq 300000$$

$$q \geq \frac{300000 + 700000}{500 - 300}$$

$$q \geq 5000$$

# Задания для самостоятельного решения

## • Задание В10,4

Некоторая компания продает свою продукцию по цене  $p=600$  руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют  $v=400$  руб., постоянные расходы предприятия  $f=600000$  руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле

$\pi(q)=q(p - v) - f$ . Определите наименьший месячный объем производства  $q$  (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет не меньше 500000 руб.

## • Задание В10,4

Некоторая компания продает свою продукцию по цене  $p=700$  руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют  $v=300$  руб., постоянные расходы предприятия  $f=500000$  руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле

$\pi(q)=q(p - v) - f$ . Определите наименьший месячный объем производства  $q$  (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет не меньше 700000 руб.

## • Задание В10,4

Некоторая компания продает свою продукцию по цене  $p=700$  руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют  $v=300$  руб., постоянные расходы предприятия  $f=1000000$  руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле

$\pi(q)=q(p - v) - f$ . Определите наименьший месячный объем производства  $q$  (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет не меньше 800000 руб.

- 3. После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время  $t$  падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле  $h=5t^2$ , где  $h$  — расстояние в метрах,  $t$  — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 0,6 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,2 с? Ответ выразите в метрах.

$$t_1 = 0,6$$

$$t_2 = t_1 - 0,2 = 0,6 - 0,2 = 0,4$$

$$h_1 = 5 \cdot (0,6)^2 = 1,8$$

$$h_2 = 5 \cdot (0,4)^2 = 0,8$$

$$h_1 - h_2 = 1,8 - 0,8 = 1$$

# Задания для самостоятельного решения

- Задание В10,4

После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время  $t$  падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле  $h=5t^2$ , где  $h$  — расстояние в метрах,  $t$  — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 1,2 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,1 с? Ответ выразите в метрах.

- Задание В10,4

После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время  $t$  падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле  $h=5t^2$ , где  $h$  — расстояние в метрах,  $t$  — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 1,4 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,2 с? Ответ выразите в метрах.

- Задание В10,4

После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время  $t$  падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле  $h=5t^2$ , где  $h$  — расстояние в метрах,  $t$  — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 0,8 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,1 с? Ответ выразите в метрах.

- 4. Зависимость объема спроса  $q$  (тыс. руб.) на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. руб.) задается формулой  $q=100-10p$ . Выручка предприятия за месяц  $r$  (в тыс. руб.) вычисляется по формуле  $r(p)=q \cdot p$ . Определите наибольшую цену  $p$ , при которой месячная выручка  $r(p)$  составит не менее 240 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

$$r(p) = q \cdot p \quad q = 100 - 10p$$

$$r(p) = (100 - 10p) \cdot p$$

$$(100 - 10p) \cdot p \geq 240$$

$$-10p^2 + 100p - 240 \geq 0$$

$$p^2 - 10p + 24 \leq 0$$

$$p_1 = 4 \quad p_2 = 6$$

# Задания для самостоятельного решения

- Задание В10,4

Зависимость объема спроса  $q$  (тыс. руб.) на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. руб.) задается формулой  $q=170 - 10p$ . Выручка предприятия за месяц  $r$  (в тыс. руб.) вычисляется по формуле  $r(p)=q \cdot p$ . Определите наибольшую цену  $p$ , при которой месячная выручка  $r(p)$  составит не менее 700 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

- Задание В10,4

- Зависимость объема спроса  $q$  (тыс. руб.) на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. руб.) задается формулой  $q=100 - 4p$ . Выручка предприятия за месяц  $r$  (в тыс. руб.) вычисляется по формуле  $r(p)=q \cdot p$ . Определите наибольшую цену  $p$ , при которой месячная выручка  $r(p)$  составит не менее 600 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

- Задание В10,4

Зависимость объема спроса  $q$  (тыс. руб.) на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. руб.) задается формулой  $q=130 - 10p$ . Выручка предприятия за месяц  $r$  (в тыс. руб.) вычисляется по формуле  $r(p)=q \cdot p$ . Определите наибольшую цену  $p$ , при которой месячная выручка  $r(p)$  составит не менее 360 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

• 5. Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону

$$h(t) = 1,6 + 8t - 5t^2$$

, где  $h$  — высота в метрах,  $t$  — время в секундах,

прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее трех метров?

$$1,6 + 8t - 5t^2 \text{ больше или равно } 3$$

$$5t^2 - 8t + 1,4 \leq 0$$

$$t_1 = 1,4 \quad t_2 = 0,2$$

$$t_1 - t_2 = 1,4 - 0,2 = 1,2$$

# Задания для самостоятельного решения

- Задание В10,4

Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону  $h(t) = 1 + 12t - 5t^2$ , где  $h$  — высота в метрах,  $t$  — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 5 метров?

- Задание В10,4

Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону  $h(t) = 1,8 + 10t - 5t^2$ , где  $h$  — высота в метрах,  $t$  — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 5 метров?

- Задание В10,4

Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону  $h(t) = 2 + 7t - 5t^2$ , где  $h$  — высота в метрах,  $t$  — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 4 метров?

- 6. Если достаточно быстро вращать ведро с водой на веревке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведерка сила давления воды на дно не остается постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила ее давления на дно будет положительной во всех точках траектории кроме верхней, где она может быть равной нулю. В верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна

$$P = m \left( \frac{v^2}{L} - g \right)$$

где  $m$  — масса воды в килограммах,  $v$  — скорость движения ведерка в м/с,  $L$  — длина веревки в метрах,  $g$  — ускорение свободного падения (считайте  $g=10$  м/с<sup>2</sup>). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведро, чтобы вода не выливалась, если длина веревки равна 40 см? Ответ выразите в м/с.

$$P=0$$

$$0 = m \left( \frac{v^2}{L} - g \right)$$

$$\frac{v^2}{L} - g = 0$$

$$v = \sqrt{L \cdot g}$$

$$v = \sqrt{0,4 \cdot 10} = 2$$

# Задания для самостоятельного решения

- Задание В10,4

Если достаточно быстро вращать ведро с водой на веревке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведра сила давления воды на дно не остается постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила ее давления на дно будет положительной во всех точках траектории кроме верхней, где она может быть равной нулю. В верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна

$$P = m \left( \frac{v^2}{L} - g \right)$$

где  $m$  — масса воды в килограммах,  $v$  — скорость движения ведра в м/с,  $L$  — длина веревки в метрах,  $g$  — ускорение свободного падения (считайте  $g=10 \text{ м/с}^2$ ). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведро, чтобы вода не выливалась, если длина веревки равна 62,5 см? Ответ выразите в м/с.

- Задание В10,4

Если достаточно быстро вращать ведро с водой на веревке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведра сила давления воды на дно не остается постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила ее давления на дно будет положительной во всех точках траектории кроме верхней, где она может быть равной нулю. В верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна

$$P = m \left( \frac{v^2}{L} - g \right)$$

где  $m$  — масса воды в килограммах,  $v$  — скорость движения ведра в м/с,  $L$  — длина веревки в метрах,  $g$  — ускорение свободного падения (считайте  $g=10 \text{ м/с}^2$ ). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведро, чтобы вода не выливалась, если длина веревки равна 122,5 см? Ответ выразите в м/с.

7. В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону  $H(t) = a + H_0 + b t$ , где  $H_0 = 4$  м — начальный уровень воды,  $a = \frac{1}{100}$  м/мин<sup>2</sup>, и  $b = -\frac{2}{5}$  м/мин — постоянные,  $t$  — время в

минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого

времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах.

$$0,01t^2 - 0,4t + 4 = 0$$

$$t_{1,2} = 20$$

# Задания для самостоятельного решения

## • Задание В10,4

В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону  $H(t) = a - bt^2$ , где  $H_0 = 2$  м — начальный уровень воды,  $b = -\frac{2}{5}$  м/мин<sup>2</sup>, и  $\frac{1}{3}$  м/мин — постоянные, — время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах.

## • Задание В10,4

В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону  $H(t) = a - bt^2$ , где  $H_0 = 2$  м — начальный уровень воды,  $\frac{1}{200}$  м/мин<sup>2</sup>, и  $\frac{1}{3}$  м/мин — постоянные, — время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах.

## • Задание В10,4

В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону  $H(t) = a - bt^2$ , где  $H_0 = 2$  м — начальный уровень воды,  $\frac{1}{5000}$  м/мин<sup>2</sup>, и  $\frac{1}{25}$  м/мин — постоянные, — время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в

- 8. Камне метательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту. Траектория полета камня описывается формулой  $y = ax^2 + bx$ , где  $a = -\frac{1}{100} \text{ м}^{-1}$ ,  $b = 1$  — постоянные параметры,  $x$  (м) — смещение камня по горизонтали,  $y$  (м) — высота камня над землей. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 8 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над стеной на высоте не менее 1 метра?

**Исходя из условия задачи, высота полёта камней над стеной должна быть не менее  $8+1=9$  м**

$$- \frac{1}{100} x^2 + 1 x \geq 9$$

# Задания для самостоятельного решения

## • Задание В10,4

Камнеметательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту.

Траектория полета камня описывается формулой  $y = ax^2 + bx$ , где  $a = -\frac{1}{100}$  м<sup>-1</sup>,  $b = \frac{4}{5}$

— постоянные параметры,  $x$  (м) — смещение камня по горизонтали,  $y$  (м) — высота камня над землей. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 14 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над стеной на высоте не менее 1 метра?

## • Задание В10,4

Камнеметательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту. Траектория полета камня описывается формулой  $y = ax^2 + bx$ , где

$a = -\frac{1}{100}$  м<sup>-1</sup>,  $b = \frac{7}{10}$

— постоянные параметры,  $x$  (м) — смещение камня по горизонтали,  $y$  (м) — высота камня над землей. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 9 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над стеной на высоте не менее 1 метра?

## • Задание В10,4

Камнеметательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту. Траектория полета камня описывается формулой  $y = ax^2 + bx$ , где

$a = -\frac{1}{100}$  м<sup>-1</sup>,  $b = \frac{4}{5}$

— постоянные параметры,  $x$  (м) — смещение камня по горизонтали,  $y$  (м) — высота камня над землей. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой

- 9. Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально и на исследуемом интервале температур определяется выражением  $T(t) = T_0 + bt + at^2$ , где  $t$  — время в минутах,  $a = -10$  К/мин<sup>2</sup>,  $b = 200$  К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1760 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключать прибор. Ответ выразите в минутах.

Подставив значения переменных в формулу, определим, через какое время прибор нагреется до 1760 К

(решите самостоятельно)

# Задания для самостоятельного решения

- Задание В10,4

Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально и на исследуемом интервале температур определяется выражением  $T(t) = T_0 + bt + at^2$ , где  $t$  — время в минутах,  $T_0 = 1750$  К,  $a = 105$  К/мин<sup>2</sup>,  $b = 105$  К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1650 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключать прибор. Ответ выразите в минутах.

- Задание В10,4

Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально и на исследуемом интервале температур определяется выражением  $T(t) = T_0 + bt + at^2$ , где  $t$  — время в минутах,  $T_0 = 1750$  К,  $a = 175$  К/мин<sup>2</sup>,  $b = 175$  К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1750 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключать прибор. Ответ выразите в минутах.

- Задание В10,4

Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально и на исследуемом интервале температур определяется выражением  $T(t) = T_0 + bt + at^2$ , где  $t$  — время в минутах,  $T_0 = 1750$  К,  $a = 125$  К/мин<sup>2</sup>,  $b = 125$  К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1750 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключать прибор. Ответ выразите в минутах.

**Спасибо за внимание!**