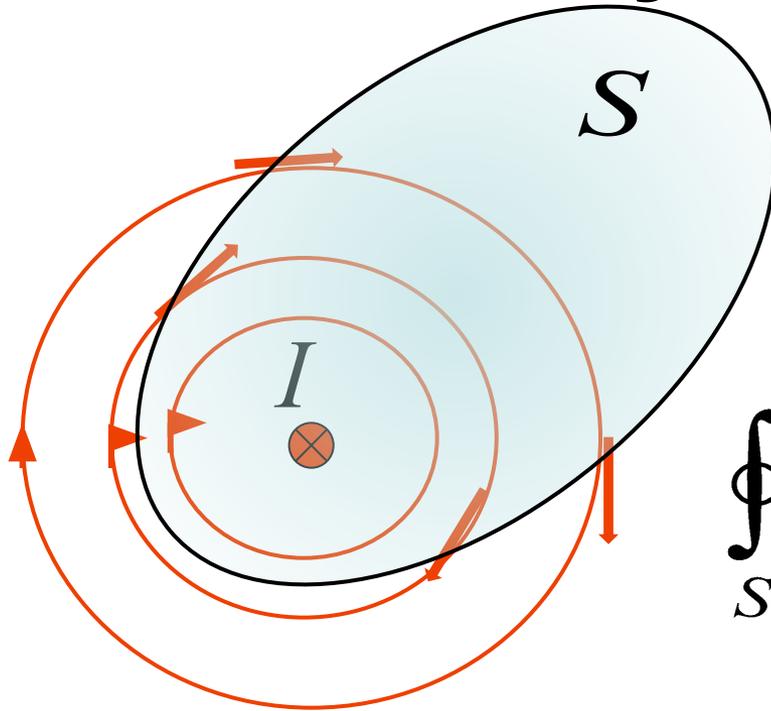


Лекция 8

Магнитное поле

**Основные
уравнения
магнитостатики в
вакууме.**

Поток вектора магнитной индукции



$$\Phi_{\mathbf{B}} = \oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \int \nabla \cdot \mathbf{B} dV$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

Поля, **силовые линии которых замкнуты**, называются **вихревыми** или **соленоидальными**.

Магнитное поле – вихревое.

Циркуляция вектора магнитной индукции

$$B_{\infty} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

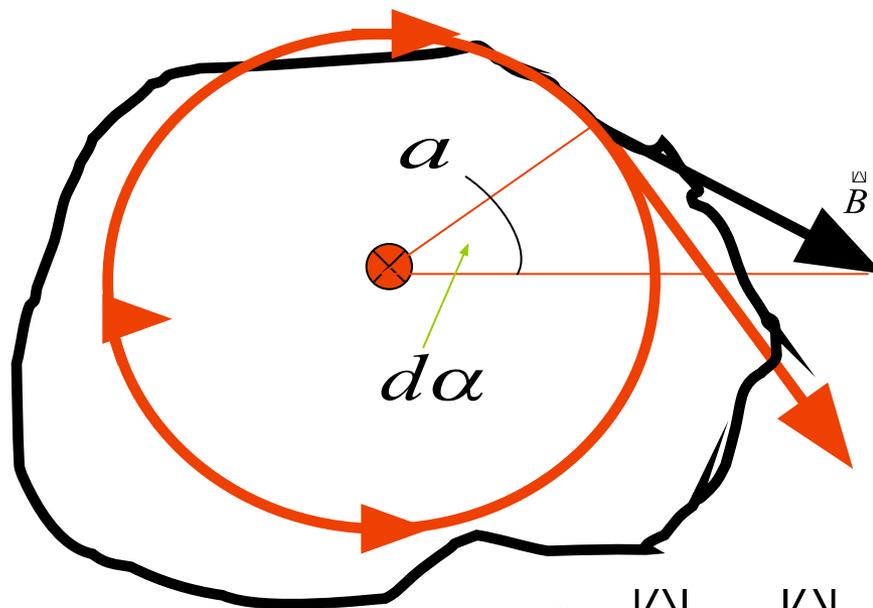
$$B dl = B a d\alpha$$

$$B dl = \frac{\mu_0 I}{2\pi} d\alpha$$

$$\oint B dl = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \oint d\alpha$$

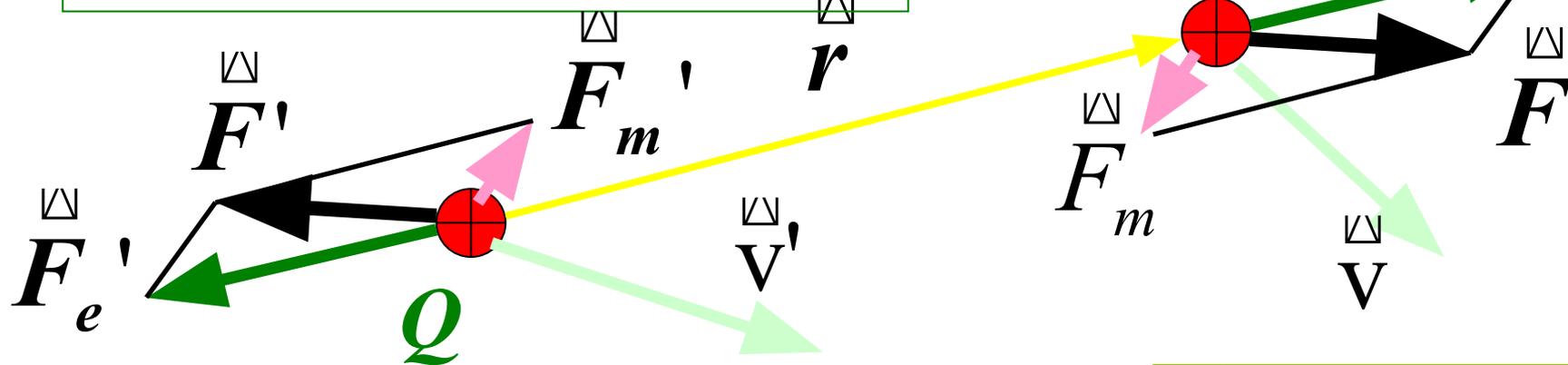
$$\oint B dl = \mu_0 I$$

$$\text{rot} B = [\nabla, B] = \mu_0 j$$



Взаимодействие движущихся зарядов

$$\vec{F}_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q \cdot Q}{r^2} \cdot \vec{e}_r$$



$$\vec{F}_m = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{q \cdot Q}{r^2} \cdot [\vec{v}; [\vec{v}'; \vec{e}_r]]$$

$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m$$

Сила Лоренца

$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m$$

$$\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$$

$$\vec{F}_m = q \cdot [\vec{v}; \vec{B}]$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \vec{e}_r$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot [\vec{v}'; \vec{e}_r]$$

$$\vec{E} \parallel \vec{e}_r$$

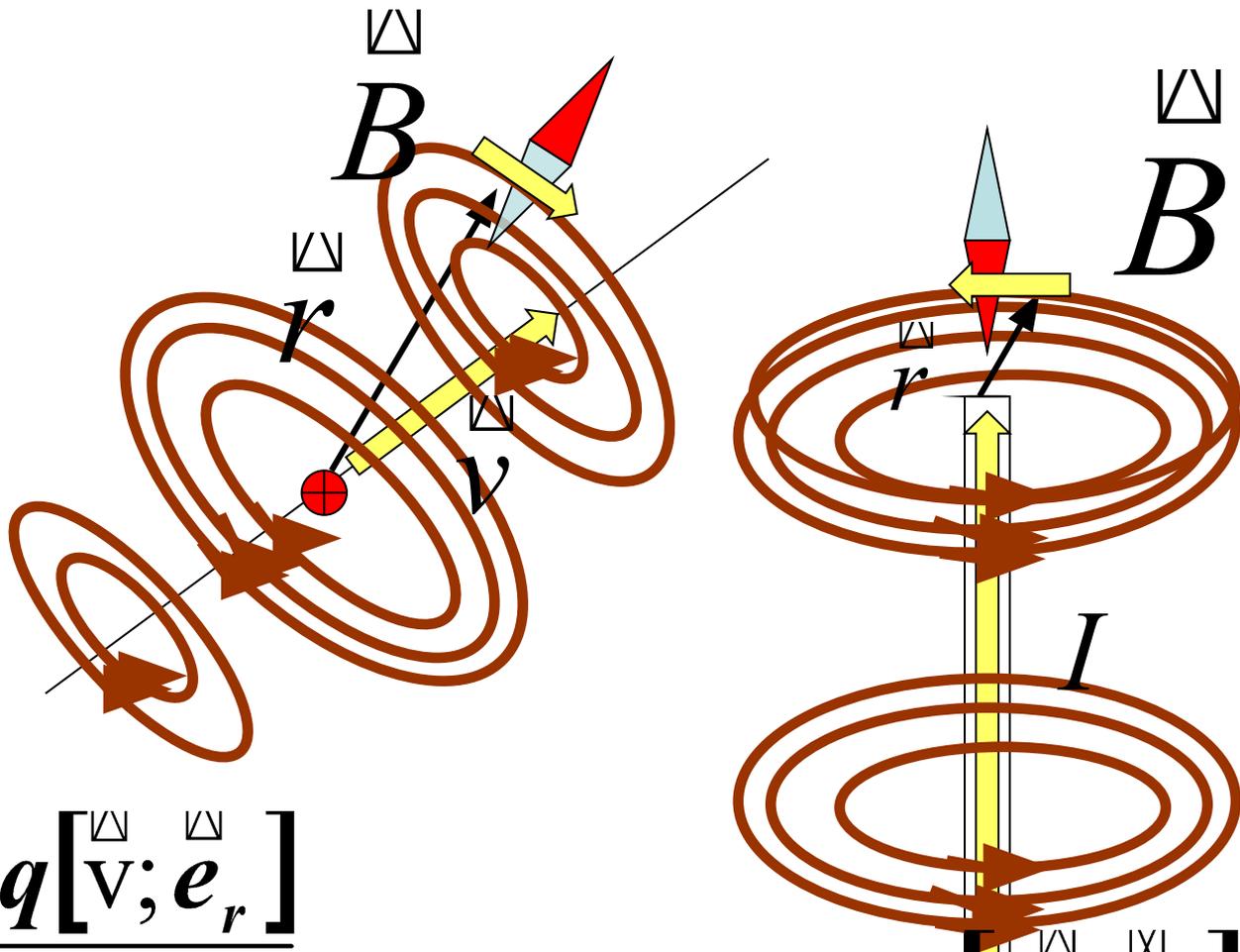
$$\vec{B} \perp \vec{e}_r$$

$$\vec{F}_e \parallel \vec{E}$$

$$\vec{F}_m \perp \vec{B}$$

$$\vec{F}_m \perp \vec{v}$$

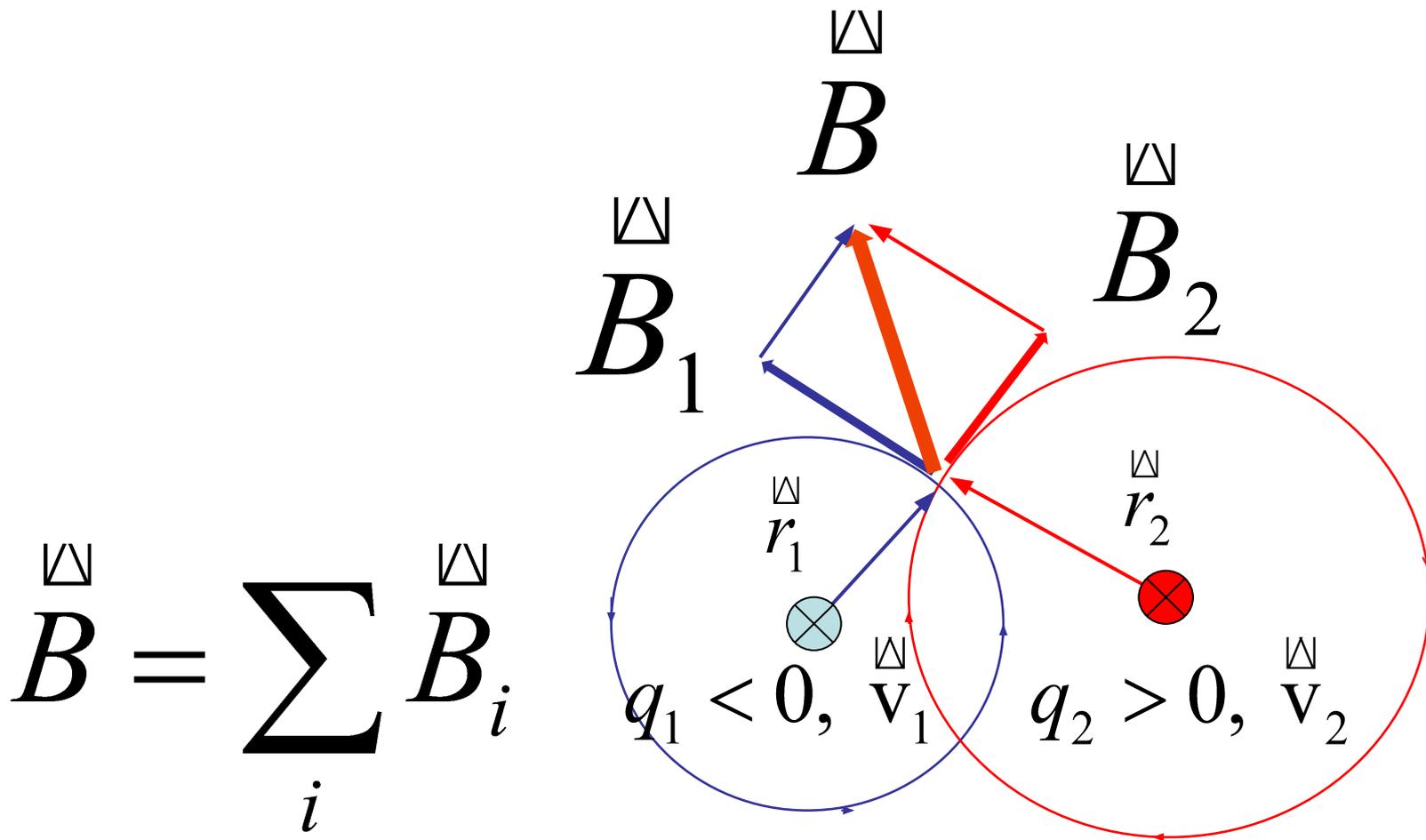
Источники магнитного поля



$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{q[\vec{v}; \vec{e}_r]}{r^2}$$

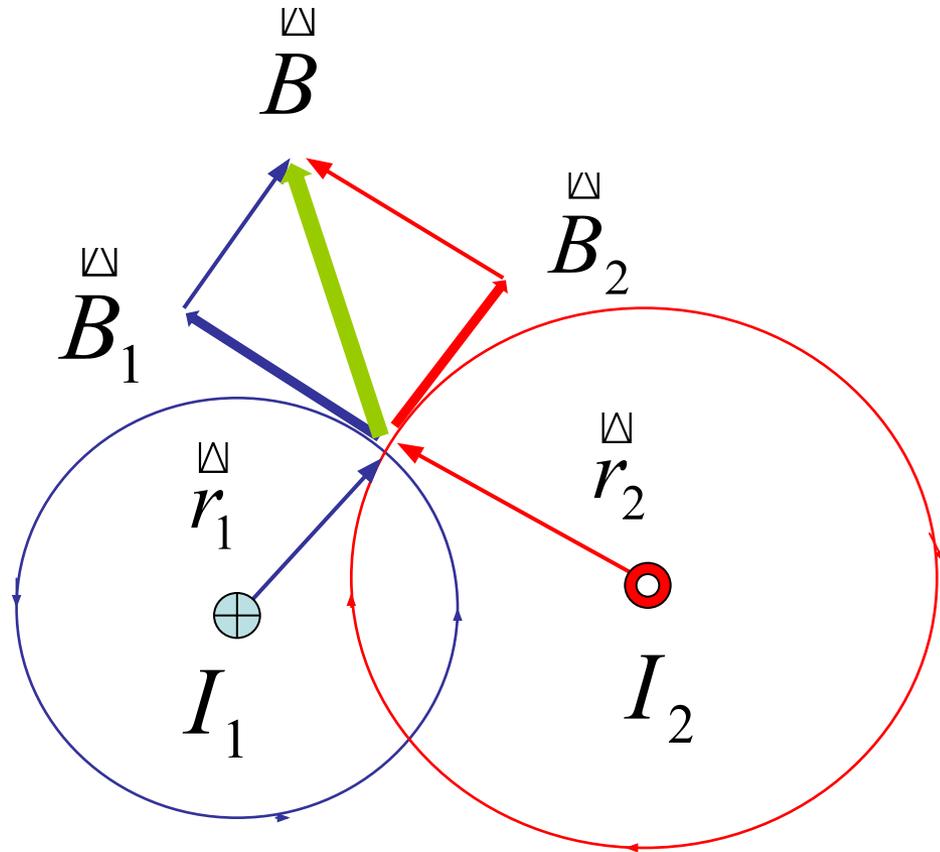
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot [d\vec{l}; \vec{e}_r]}{r^2}$$

Принцип суперпозиции для магнитных полей

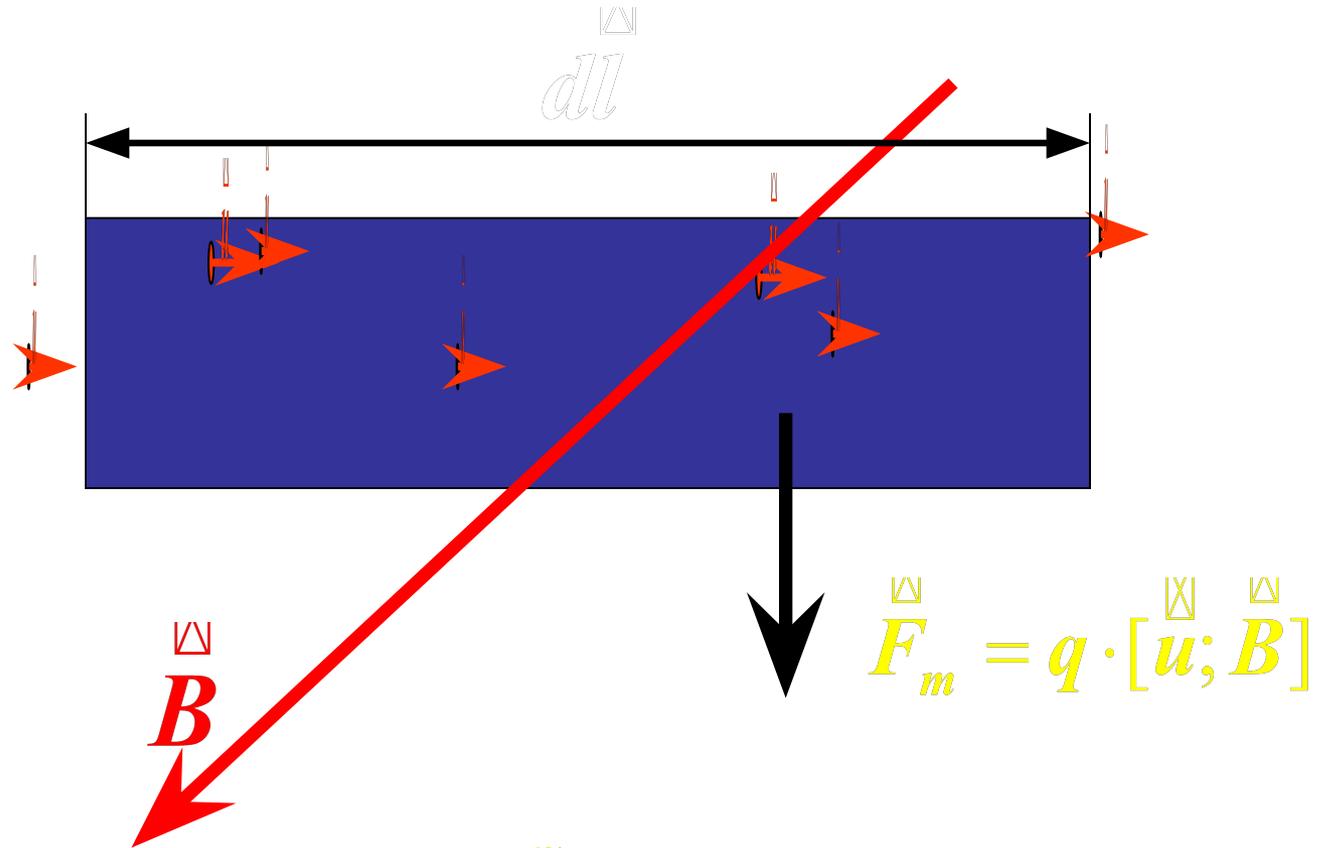


Принцип суперпозиции для магнитных полей

$$\vec{B} = \sum_i \vec{B}_i$$



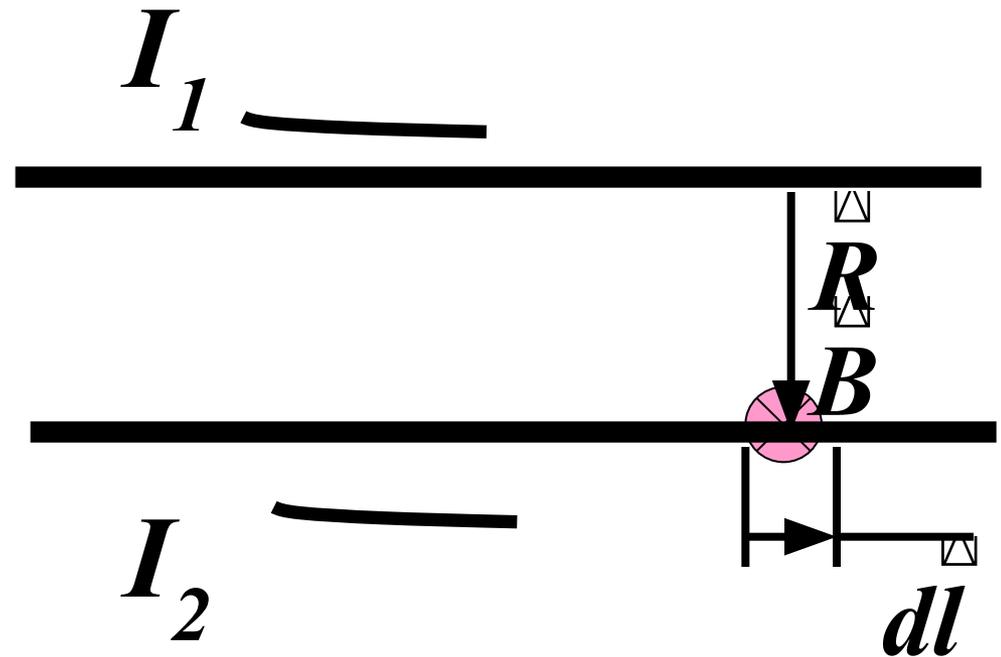
Сила Ампера



$$dF_A = d \sum_i F_{m_i} = dq \cdot [u; B] = dq \cdot \left[\frac{dl}{dt}; B \right] = \frac{dq}{dt} \cdot [dl; B] = I \cdot [dl; B]$$

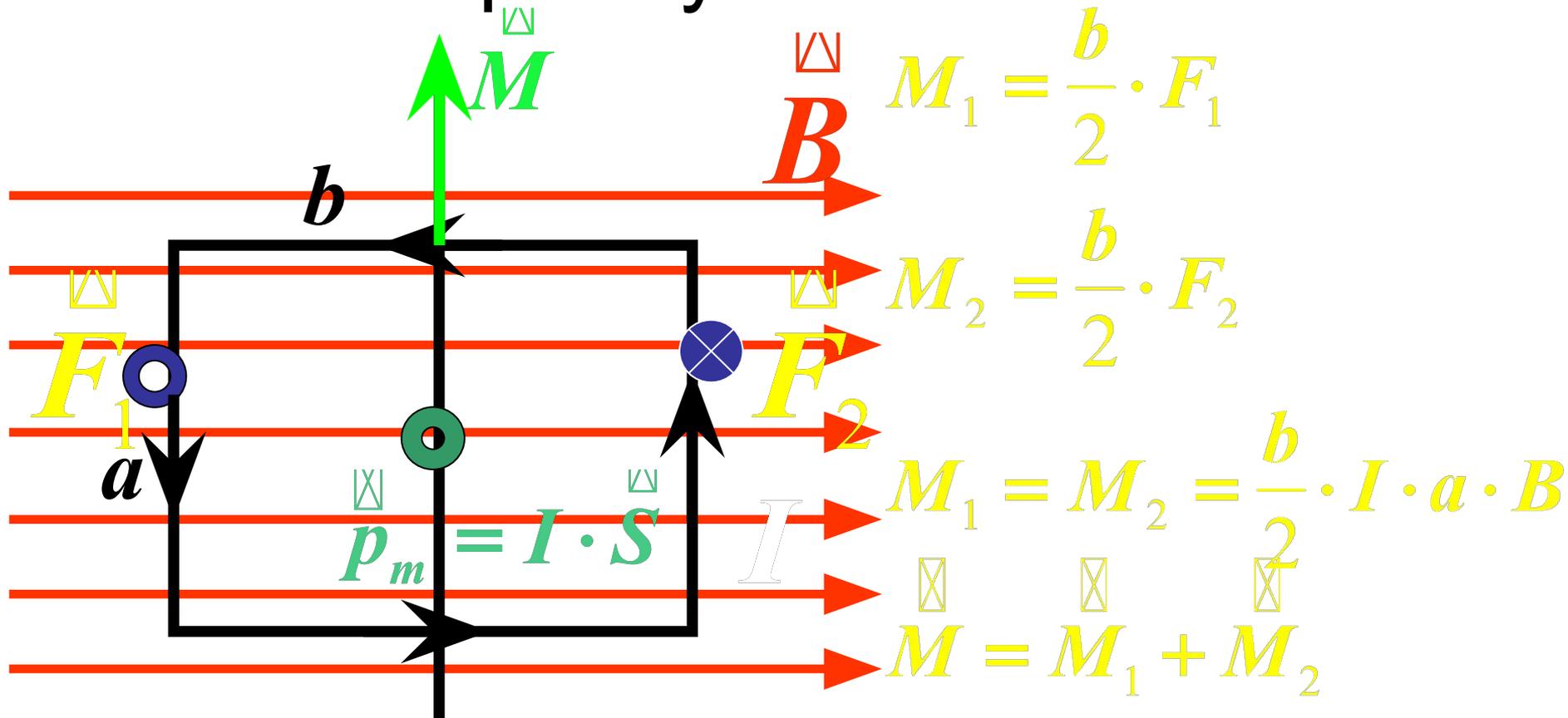
Магнитное поле бесконечного прямого тока

$$\frac{dF_m}{dl} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{R^2}$$



1 А – сила такого тока, при протекании которого по двум параллельным бесконечно длинным проводникам между этими проводниками возникает сила, равная $2 \cdot 10^{-7}$ Н на каждый метр длины.

Воздействие магнитного поля на рамку с током



$$F_1 = F_2 = I \cdot a \cdot B$$

$$M = [p_m; B]$$

$$M = b \cdot I \cdot a \cdot B$$

$$M = I \cdot S \cdot B$$

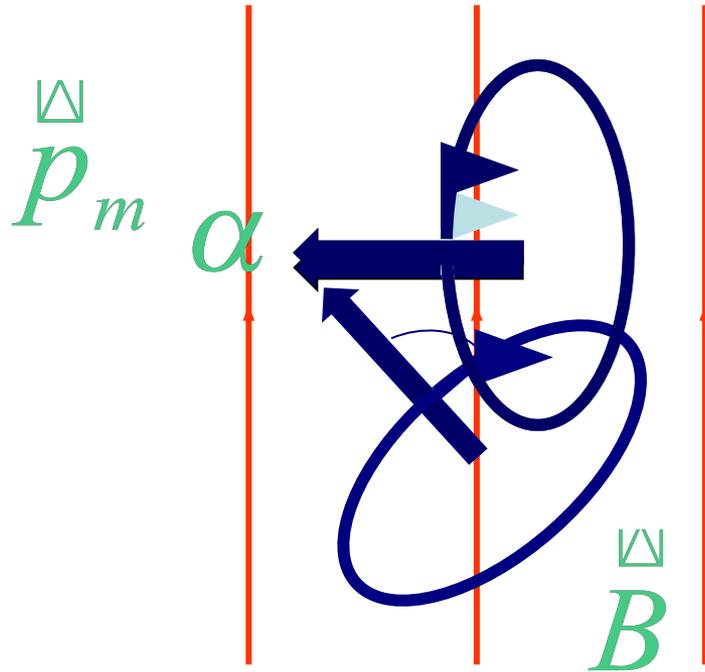
$$M_1 = \frac{b}{2} \cdot F_1$$

$$M_2 = \frac{b}{2} \cdot F_2$$

$$M_1 = M_2 = \frac{b}{2} \cdot I \cdot a \cdot B$$

$$M = M_1 + M_2$$

Магнитный момент тока



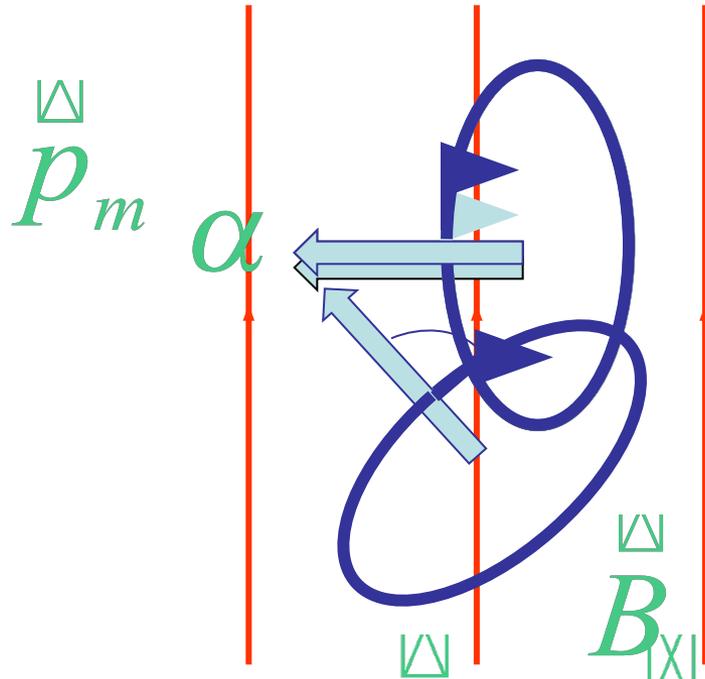
$$\vec{p}_m = IS\vec{n}$$

$$\vec{M} = [\vec{p}_m; \vec{B}]$$

$$M = p_m B \cdot \sin \alpha$$

$$W = -(\vec{p}_m \vec{B})$$

Магнитный момент тока



$$\vec{M} = [\vec{p}_m ; \vec{B}]$$

$$M = p_m B \cdot \sin \alpha$$

$$dA = M \cdot d\alpha = p_m B \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha$$

$$A = \int dA = \int p_m B \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha = -p_m B \cdot \cos \alpha + C$$

$$W = -\vec{p}_m \cdot \vec{B} \cdot \cos \alpha = -(\vec{p}_m \vec{B})$$

Контур с током в неоднородном магнитном поле

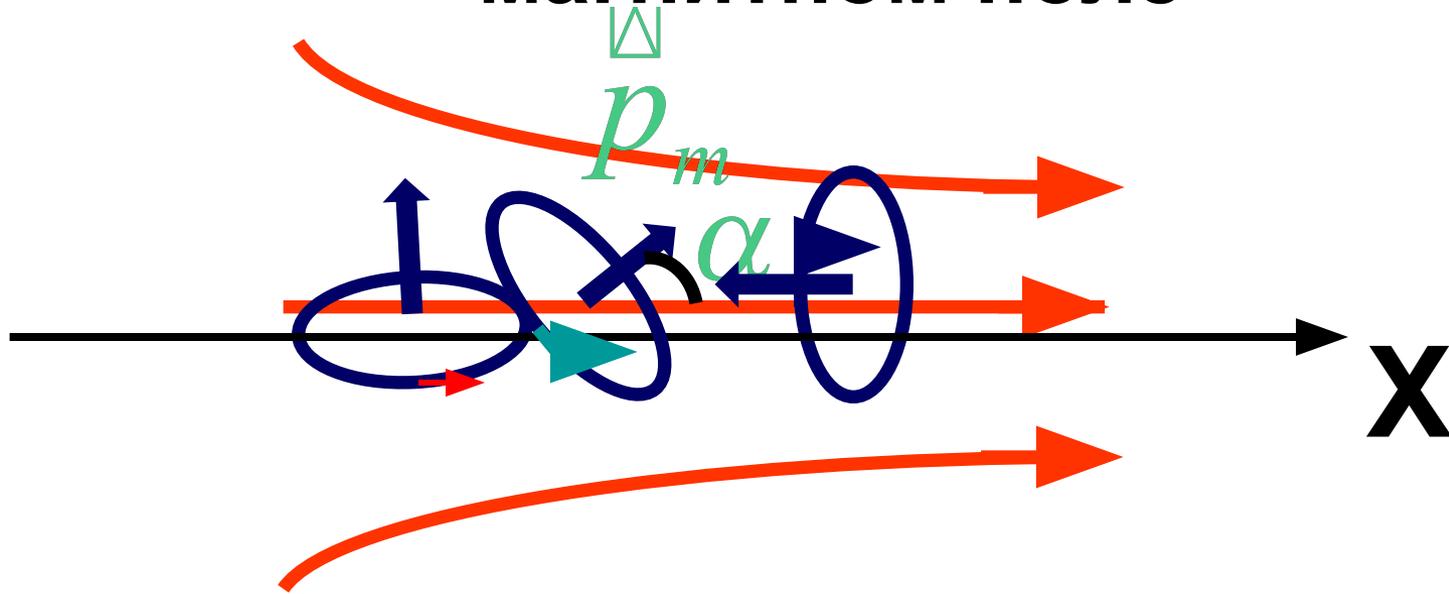


$$W = -p_m \cdot B \cdot \cos \alpha = -(\overset{\boxtimes}{p_m} \overset{\boxtimes}{B})$$

$$M = -\frac{\partial W}{\partial \alpha} = p_m \cdot B \cdot \sin \alpha$$

$$\overset{\boxtimes}{M} = \left[\overset{\boxtimes}{p_m} \overset{\boxtimes}{B} \right]$$

Контур с током в неоднородном магнитном поле

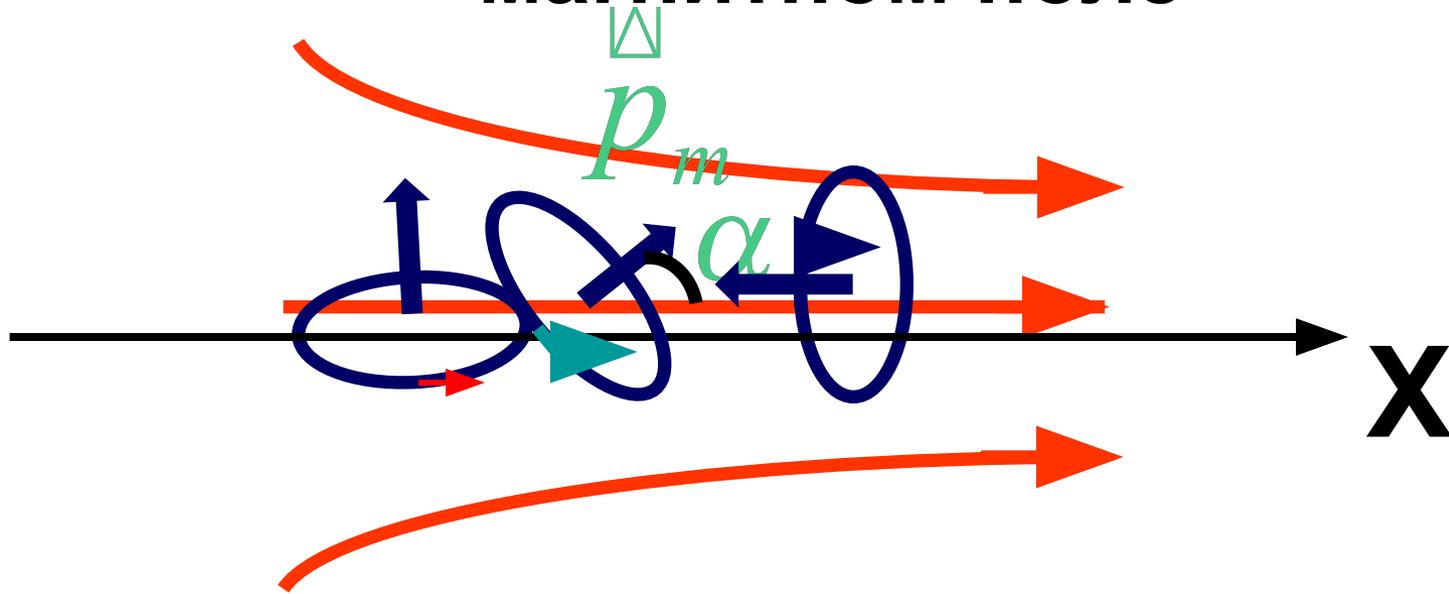


$$W = -(\overset{\boxtimes}{p}_m \overset{\boxtimes}{B})$$

$$\overset{\boxtimes}{F} = -\text{grad}(W) = -\overset{\boxtimes}{\nabla} W = \overset{\boxtimes}{\nabla} (\overset{\boxtimes}{p}_m \overset{\boxtimes}{B}) =$$

$$(\overset{\boxtimes}{\nabla} \overset{\boxtimes}{p}_m \cdot \overset{\boxtimes}{B}) + (\overset{\boxtimes}{p}_m \cdot \overset{\boxtimes}{\nabla} \overset{\boxtimes}{B}) = (\overset{\boxtimes}{p}_m \cdot \overset{\boxtimes}{\nabla} \overset{\boxtimes}{B})$$

Контур с током в неоднородном магнитном поле

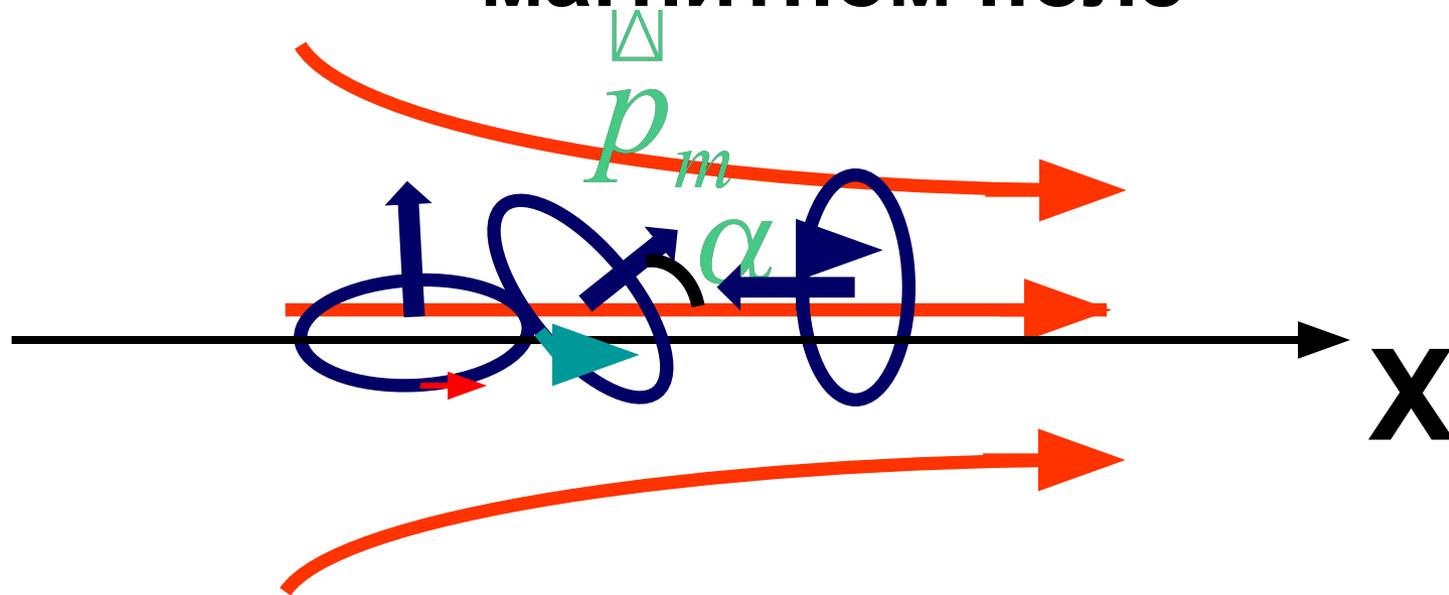


$$W = -(\overset{\boxtimes}{p}_m \overset{\boxtimes}{B})$$

$$\overset{\boxtimes}{F} = -\text{grad}(W) = -\overset{\boxtimes}{\nabla} W = \overset{\boxtimes}{\nabla} (\overset{\boxtimes}{p}_m \overset{\boxtimes}{B}) =$$

$$(\overset{\boxtimes}{\nabla} \overset{\boxtimes}{p}_m \cdot \overset{\boxtimes}{B}) + (\overset{\boxtimes}{p}_m \cdot \overset{\boxtimes}{\nabla} \overset{\boxtimes}{B}) = (\overset{\boxtimes}{p}_m \cdot \overset{\boxtimes}{\nabla} \overset{\boxtimes}{B})$$

Контур с током в неоднородном магнитном поле

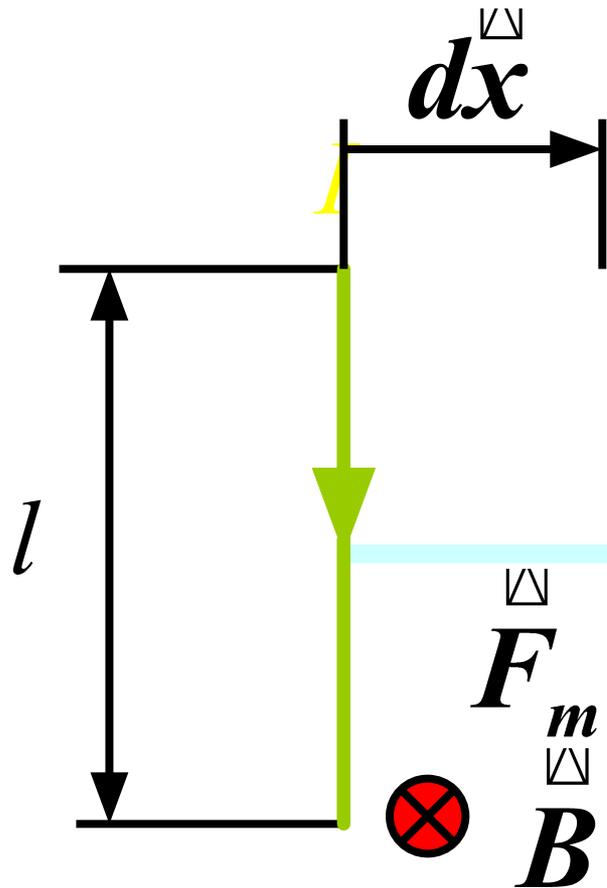


$$\vec{M} = \left[\vec{p}_m \vec{B} \right]$$

$$F_x = p_m \frac{dB}{dx} \cos \alpha$$

пондермоторная сила

Работа магнитной силы



$$dF_m = I \cdot [dl; B]$$

– закон Ампера

$$F_m = I \cdot [l; B]$$

$$A_m = \int_S dA_m = \int_S I \cdot B \cdot dS$$

$$dA_m = F_m dx = I \cdot [l; B] dx = I \cdot B \cdot [l; dx] = I \cdot B \cdot dS$$

Работа магнитной силы и поток вектора магнитной индукции

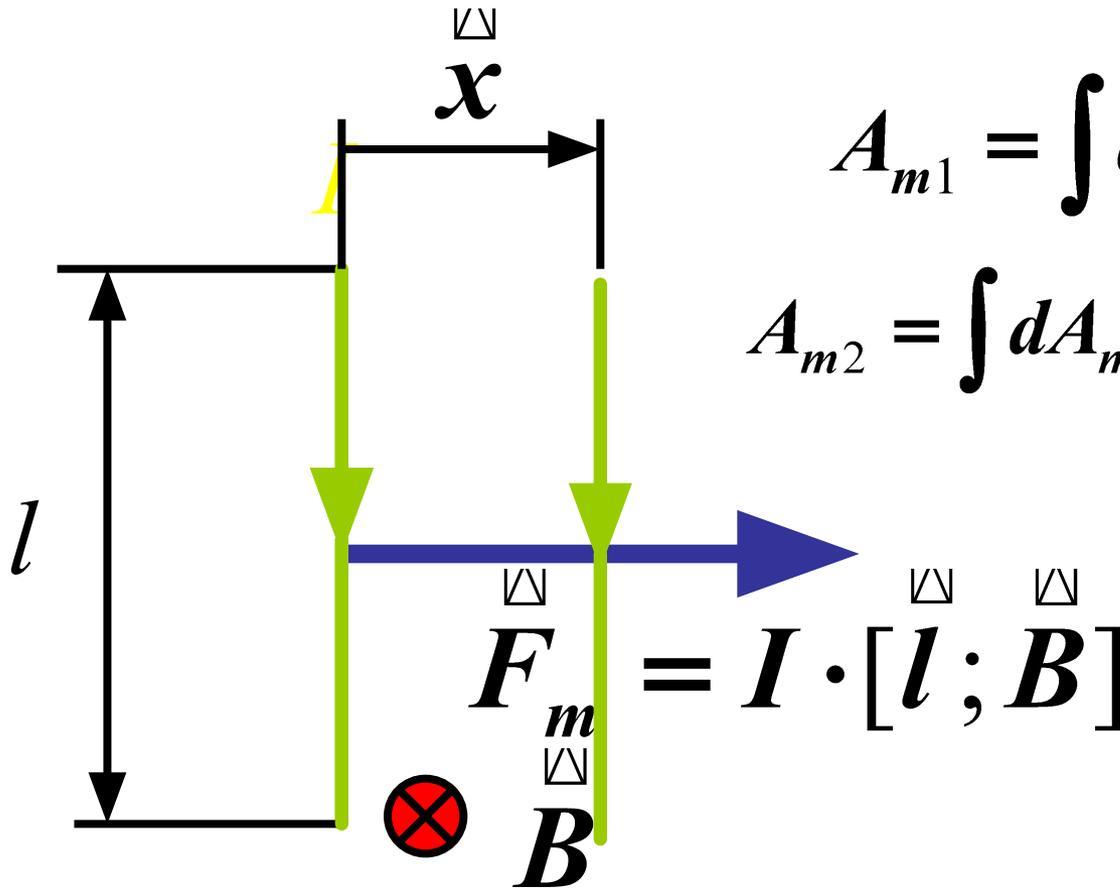
$$dA_m = I \cdot \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

$$d\Phi_B = \vec{B} \cdot d\vec{S} - \text{магнитный поток}$$

$$[\Phi_B] = 1 \text{Тл} \cdot \text{м}^2 = 1 \text{Вб}$$

$$dA_m = I \cdot d\Phi_B$$

Работа магнитной силы



$$A_{m1} = \int dA_m = \int I \cdot \vec{B} \cdot l \cdot dx$$

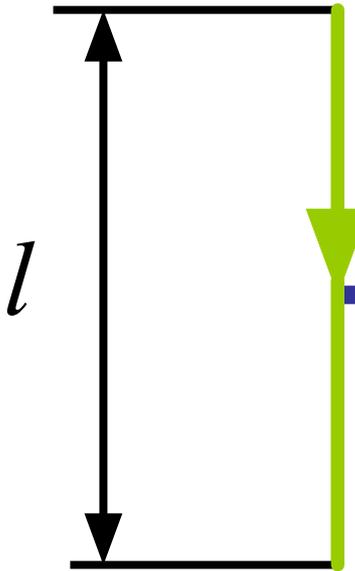
$$A_{m2} = \int dA_m = \int_{-x}^{x} I \cdot \vec{B} \cdot l \cdot dx = -A_{m1}$$

$$A_m = A_{m1} + A_{m2} = 0$$

Работа магнитной силы

$$\vec{F}_m = I \cdot [\vec{l}; \vec{B}]$$

$$dA_m = I \cdot \vec{B} \cdot d\vec{S}$$



$$\vec{F}_m = I \cdot [\vec{l}; \vec{B}]$$



\vec{B}

$$A_m = \oint dA_m = \int_S I \cdot \vec{B} \cdot d\vec{S} \neq 0$$

$$A_m = \oint dA_m \neq 0$$

- Магнитная сила - неконсервативная
- Нет понятия потенциальной энергии
- Нет понятия скалярного потенциала