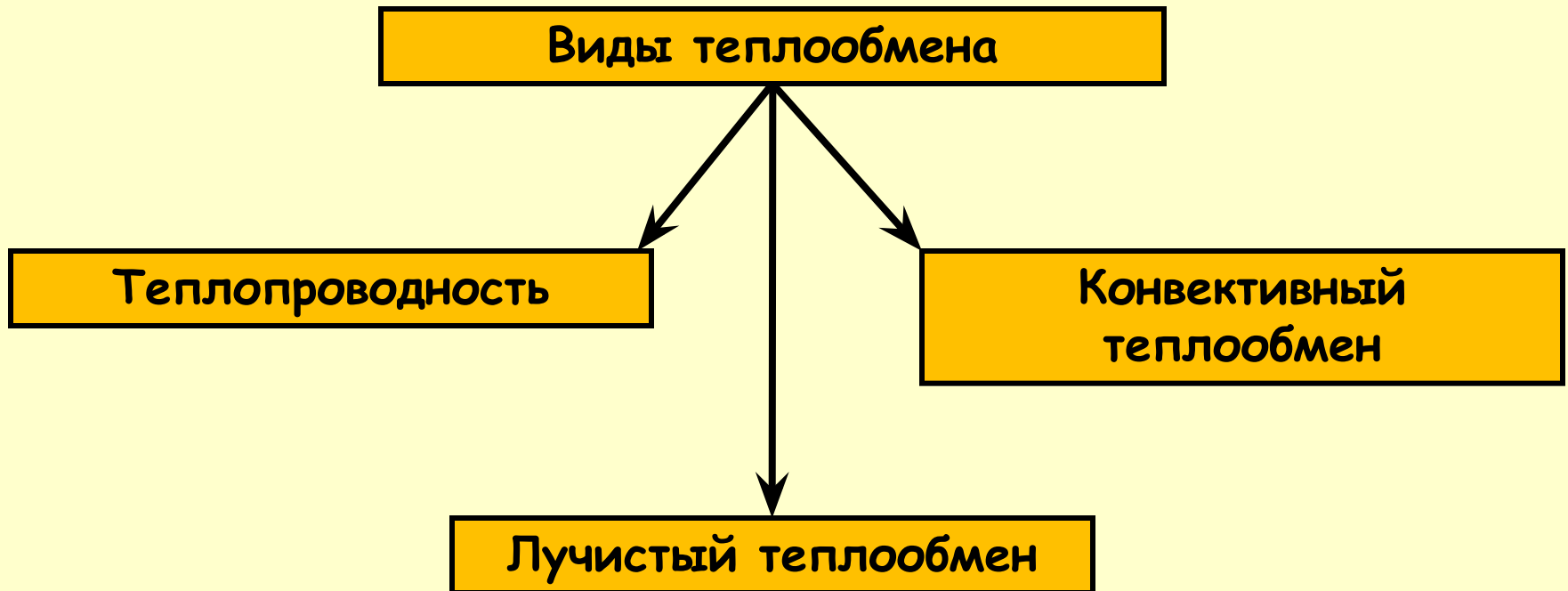


ТЕХНИЧЕСКАЯ ТЕРМОДИНАМИКА

ОСНОВЫ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ

Основы теории теплопередачи

Теорией теплопередачи или теплообмена называется наука, изучающая процессы переноса тепла в пространстве с неоднородным температурным полем



Теплопроводность

Теплопроводность представляет собой передачу тепла между непосредственно соприкасающимися телами

Осуществляется путем передачи энергии от одних элементарных частиц к другим вследствие их микродвижения (молекулы, свободные электроны)

В твердых телах обмен энергией также может происходить между узлами кристаллической решетки в процессе ее колебания

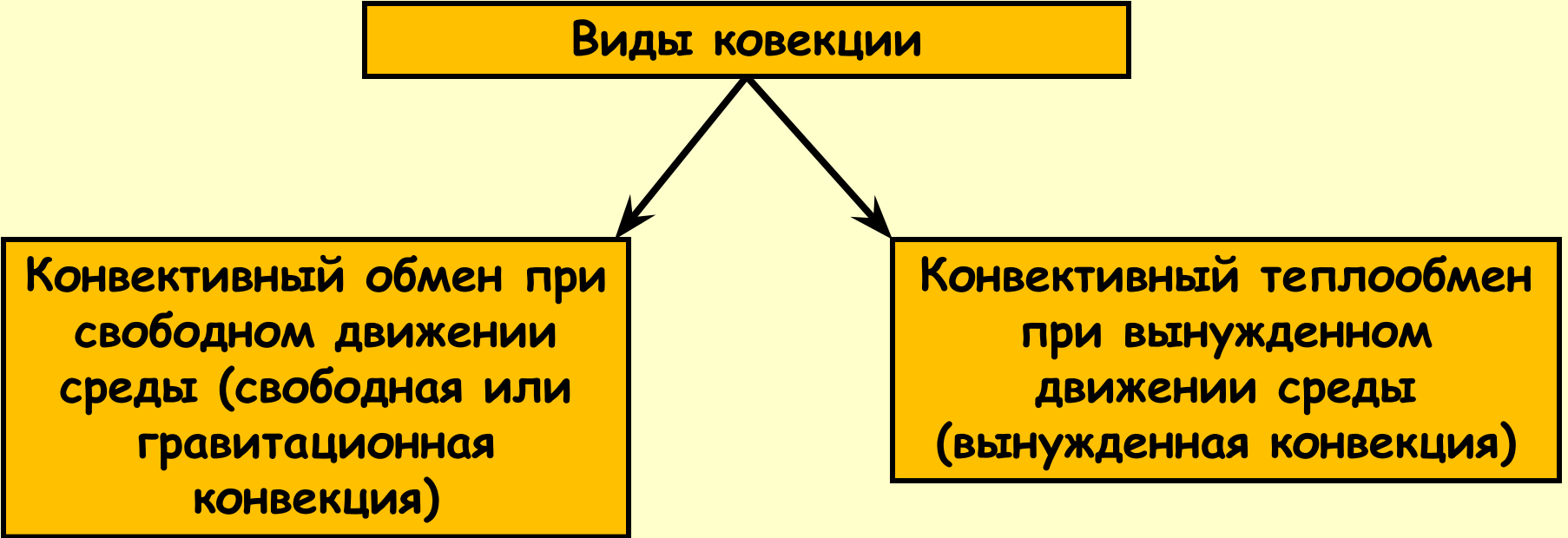
В чистом виде явления теплопроводности наблюдаются в твердых телах, в абсолютно неподвижных газах и жидкостях

Конвекционный теплообмен

Конвективным теплообменом называется процесс переноса тепла в жидкости или газообразной среде с неоднородным распределением температуры и скорости, осуществляемый макроскопическими частями среды при их перемешивании

Конвекция всегда сопровождается теплопроводностью

Виды конвекции



```
graph TD; A[Виды конвекции] --> B[Конвективный обмен при свободном движении среды (свободная или гравитационная конвекция)]; A --> C[Конвективный теплообмен при вынужденном движении среды (вынужденная конвекция)];
```

Конвективный обмен при свободном движении среды (свободная или гравитационная конвекция)

Конвективный теплообмен при вынужденном движении среды (вынужденная конвекция)

Конвекционный теплообмен



Свободная конвекция

При нагревании сосуда с жидкостью частицы, имеющие более высокую температуру, вследствие уменьшения их плотности, будут всплывать, т.е. вытесняться более холодными слоями. В сосуде возникнут конвективные потоки

Вынужденная конвекция имеет место тогда, когда движение жидкости или газа вызвано внешними причинами: насосом, вентилятором, и т.д.

В одной и той же среде теплообмен при вынужденной конвекции протекает значительно интенсивней, чем при свободной

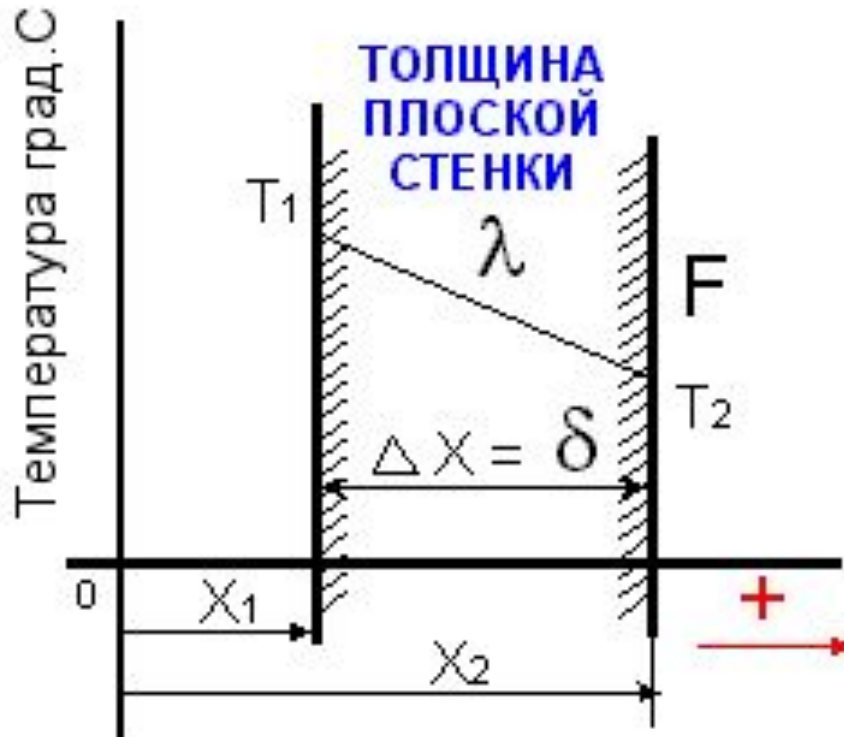
Лучистый теплообмен

Лучистым теплообменом называется процесс переноса тепла излучением, обусловленный способностью нагретого вещества превращать часть принадлежащей ему внутренней энергии в энергию электромагнитных колебаний

Встречая на своем пути вещество, тепловые лучи частично поглощаются, и их энергия снова превращается в теплоту, а частично отражаются и проходят сквозь тело. В чистом виде лучистый теплообмен имеет место лишь в условиях глубокого вакуума.

Как правило имеют место все три вида теплообмена одновременно, т.е. обычно происходит сложный теплообмен

Основной закон теплопроводности



Установлено, что количество теплоты, передаваемое через плоскую стенку, прямо пропорционально разности температур горячей T_1 и холодной T_2 сторон стенки, площади сечения стенки S , времени t и обратно пропорционально толщине стенки δ

$$Q = \lambda \frac{T_1 - T_2}{\delta} S t$$

λ – коэффициент теплопроводности (Вт/(м*К))

$$\lambda = \frac{dQ}{(\partial T / \partial n) dS dt}$$

Основной закон теплопроводности

Численно коэффициент теплопроводности равен количеству тепла, проходящего в единицу времени через единицу площади изотермической поверхности при условии, что градиент температур в рассматриваемой точке равен единице

Закон Фурье (1822 г.): **Элементарное количество тепла dQ , проходящее через элемент изотермической поверхности dS за время dt , пропорционально температурному градиенту.**

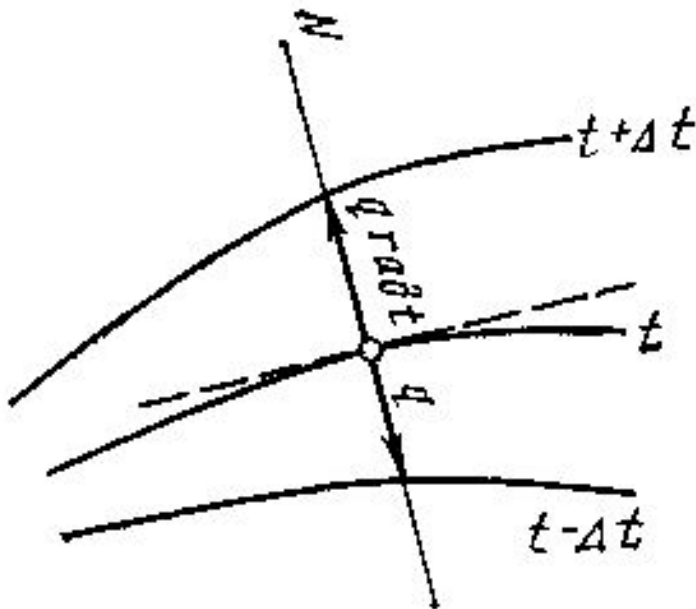
$$\text{grad}T = \frac{\partial T}{\partial x}i + \frac{\partial T}{\partial y}j + \frac{\partial T}{\partial z}k$$

$$dQ = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} dS dt$$

Основной закон теплопроводности

Если отнести количество тепла, переданное посредством теплопроводности, к единице площади изотермической поверхности и к единице времени, то получим **плотность теплового потока (удельный тепловой поток)**:

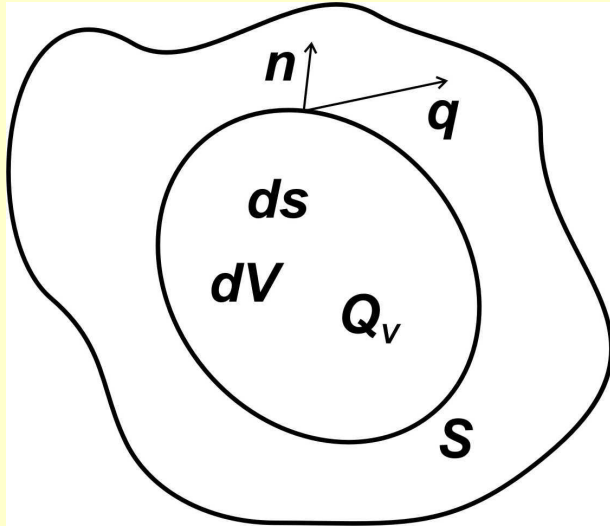
$$\vec{q} = \frac{dQ}{dSdt} = -\lambda \text{grad}T$$



Вектор $\vec{q}$ нормален к изотермической поверхности и направлен в сторону убывания температуры

Векторы $\vec{q}$ и $\text{grad}T$ коллинеарны, но направлены в разные стороны

Дифференциальное уравнение теплопроводности. Краевые условия



Рассмотрим произвольный объем V сплошной среды с поверхностью S .

n – внешняя нормаль

Q_v – мощность внутренних источников тепла

ρ – плотность тела

c – теплоемкость.

Рассмотрим элемент dV , масса которого равна ρdV .

Изменение внутренней энергии среды в данном объеме в единицу времени:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho c T dV$$

Дифференциальное уравнение теплопроводности. Краевые условия

По закону сохранения энергии изменение внутренней энергии среды в объеме V равно потере тепла через поверхность S , ограничивающую данный объем:

$$- \int_S (\overset{\text{в}}{\underset{\text{из}}{q}} n) dS$$

Следовательно:
$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho c T dV = - \int_S (\overset{\text{в}}{\underset{\text{из}}{q}} n) dS + \int_V Q_V dV =$$

$$= \int_S (\lambda \text{grad} T n) dS + \int_V Q_V dV$$

Дифференциальное уравнение теплопроводности. Краевые условия

Поверхностный интеграл преобразуем по формуле Гаусса-Остроградского:

$$\int_V \operatorname{div}(\operatorname{grad}(u)) dV = \int_S \frac{\partial u}{\partial n} dS = \int_S (\operatorname{grad}(u) \cdot \vec{n}) dS$$

Тогда

$$\rho c \int_V \frac{\partial T}{\partial t} dV = \int_V \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad}(T)) dV + \int_V Q_V dV$$

Ввиду произвольности объема получаем

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad}(T)) + Q_V$$

Дифференциальное уравнение теплопроводности. Краевые условия

Если $\lambda = \text{const}$, то можно записать

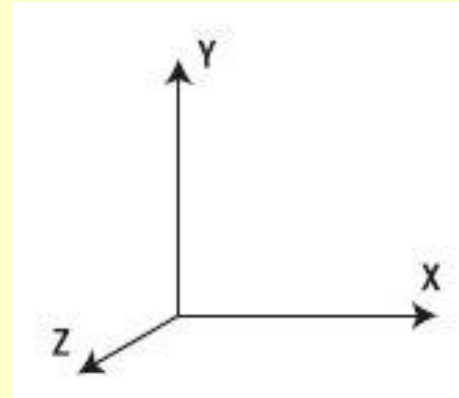
$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \Delta T + \frac{Q_v}{c\rho}$$

Где $a = \lambda / c\rho$ – коэффициент температуропроводности, $\text{м}^2/\text{с}$, характеризующий тепловую инерционность тела

Данное уравнение инвариантно относительно системы координат. При переходе от одной системы к другой конкретизации подлежит лишь оператор Лапласа Δ

Для декартовой системы:

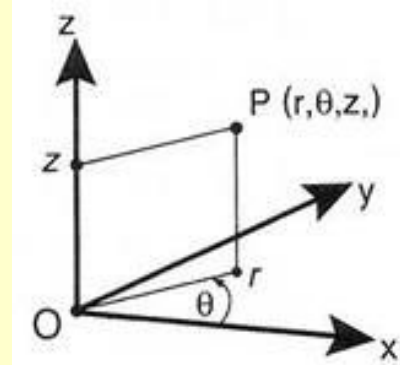
$$\Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$$



Дифференциальное уравнение теплопроводности.

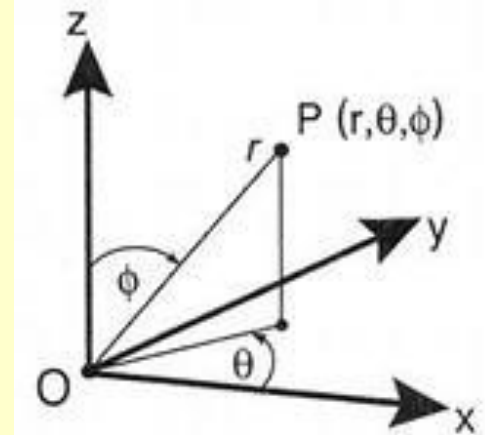
Для цилиндрической:

$$\Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \Theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$$



Для сферической:

$$\Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \phi} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r^2 \sin \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\sin \phi \frac{\partial T}{\partial \phi} \right)$$



Начальные условия

Для решения конкретной задачи теплопроводности необходимо задать **начальные и граничные условия**

Совокупность начального и граничного условий называется **краевыми условиями**: **начальное условие** – **временное краевое условие**, **граничное** – **пространственное краевое условие**

Начальное условие определяется заданием закона распределения температуры внутри тела:

$$T(x, y, z, 0) = f(x, y, z)$$

Для большинства задач принимают **равномерное распределение** температуры в начальный момент времени

$$T(x, y, z, 0) = \text{const}$$

Граничные условия

Граничное условие первого рода состоит в задании распределения температуры по поверхности тела в любой момент времени

$$T_s = T(x, y, z, t) = f(x, y, z, t)$$

В частном случае $T_s = \text{const}$

Граничное условие второго рода состоит в задании плотности теплового потока для каждой точки поверхности тела как функции времени:

$$q_s = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = f(x, y, z)$$

Например: Случай теплообмена при нагревании тел в высокотемпературных печах, где передача тепла в основном происходит при помощи излучения

Граничные условия

Граничное условие третьего рода характеризует закон конвективного теплообмена между поверхностью тела и окружающей средой при постоянном потоке тепла

$$q_s = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \alpha(T_s - T_f)$$

где T_f – температура окружающей среды, α – коэффициент теплообмена

Граничное условие четвертого рода соответствует теплообмену поверхности тела с окружающей средой (конвекция между телом и жидкостью) или теплообмену соприкасающихся твердых тел, когда температура соприкасающихся поверхностей одинакова. Данное условие сводится к одновременному заданию равенства температур и тепловых потоков на границе раздела, когда решается задача о теплообмене двух сред.

$$T_{1s} = T_{2s} \qquad -\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial n} \Big|_s = -\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial n} \Big|_s$$

Классификация краевых задач

Возникающие задачи можно разделить на два вида

Прямая задача. Определить температурное поле, если известно дифференциальное уравнение процесса и заданы дополнительные условия полностью определяющие краевую задачу

Обратная задача. Определить граничные условия или коэффициенты, входящие в основное дифференциальное уравнение, если известно математическое описание процесса и температурное поле.

Кроме того, задачи подразделяются на линейные и нелинейные.

Если в математическом описании задачи хотя бы одно уравнение нелинейно, то и краевая задача нелинейна.

Классификация краевых задач

В зависимости от того, в каком уравнении или члене сосредоточена нелинейность (от температуры) задачи можно классифицировать:

1. Краевые задачи с нелинейностью первого рода – от температуры зависят коэффициенты теплопроводности $\lambda(T)$, удельной объемной теплоемкости $C_v(T)$, плотность материала $\rho(T)$
2. Краевые задачи с нелинейностью второго рода – от температуры нелинейно зависят плотность теплового потока на поверхности тела $q(T_s)$, коэффициент теплоотдачи $\alpha(T_s)$
3. Краевые задачи с нелинейностью третьего рода – от температуры нелинейно зависит мощность внутренних источников теплоты $q_v(T)$.

Сюда же относят задачи отвердевания (плавления)